

# 湖北省“腾·云”联盟2024-2025学年度上学期8月联考 高三数学试卷

命题学校：江夏区第一中学命题教师：汤文审题教师：胡军郑俊

考试时间：2024年8月12日下午15:00-17:00 试卷满分：150分

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $M=\{x|-1<x<1\}$ ,  $N=\{x|0\leq x<2\}$ , 则  $M\cap N=()$ .

A.  $\{x|-1<x<2\}$

B.  $\{x|0\leq x<1\}$

C.  $\{x|0<x<1\}$

D.  $\{x|-1<x<0\}$

【答案】B

【详解】因为 $M=\{x|-1<x<1\}$ ,  $N=\{x|0\leq x<2\}$ ,

所以 $M\cap N=\{x|0\leq x<1\}$ .

故选：B

2. 设  $a, b \in \mathbb{R}$ , “复数  $a+bi$  是纯虚数”是“ $a=0$ ”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【详解】当 $a+bi$ 是纯虚数时，一定有 $a=0$ ，但是当 $a=0$ 时，只有当 $b\neq 0$ 时， $a+bi$ 才是纯虚数，所以“复数 $a+bi$ 是纯虚数”是“ $a=0$ ”的充分而不必要条件，

故选：A

3. 下列是函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 对称中心的是 ( )

A.  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$

B.  $(0, 0)$

C.  $(\frac{\pi}{8}, 0)$

D.  $(\frac{3\pi}{8}, 0)$

【答案】D

【详解】

$$\sin(2 \times \frac{3\pi}{8} + \frac{\pi}{4}) = 0, \text{故D正确.}$$

4. 过点 $(-2, 0)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切的两条直线的夹角为 $\alpha$ , 则  $\cos \alpha = ( )$

A.  $\frac{1}{2}$

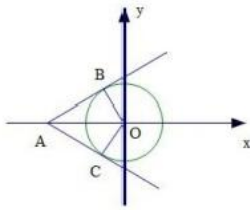
B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D.  $-\frac{1}{2}$

【答案】A

【详解】



$Rt\triangle AOB$  中,  $AO=2, OB=1$

$$\therefore \angle BAO = \frac{\pi}{6} \text{ 即 } \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$

$$\cos \angle BAC = \frac{1}{2}$$

5. 中国航天英雄太空旅程时间一览表如下, 则太空旅程时间数据的下四分位数为()

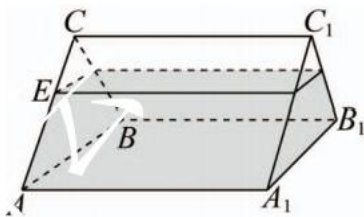
神舟五号	神舟六号	神舟七号	神舟九号	神舟十号	神舟十一号	神舟十二号	神舟十三号	神舟十四号	神舟十五号	神舟十六号	神舟十七号
21时23分	5天	3天	13天	15天	33天	90天	183天	183天	187天	154天	187天

A.3                  B.8                  C.9                  D.183

【答案】C

【详解】将数据从小到大排列后得到21时23分, 3天, 5天, 13天, 15天, 33天, 90天, 154天, 183天, 183天, 187天, 187天,  $12 \times 0.25 = 3$ , 下四分位数为第三个数和第四个数的平均数, 即9.

6. 如图, 一个直三棱柱形容器中盛有水, 且侧棱  $AA_1=4$ . 若侧面  $AA_1B_1B$  水平放置时, 液面恰好过  $AC, BC, AC, BC_1$  的四等分点处,  $\frac{CE}{CA} = \frac{1}{4}$ , 当底面  $ABC$  水平放置时, 液面高为 ( )



A.  $\frac{15}{2}$                   B.  $\frac{15}{4}$                   C.  $\frac{5}{2}$                   D.  $\frac{15}{8}$

【答案】B

【详解】设当底面  $ABC$  水平放置时, 液面高为  $h$ ,

$$\frac{CE}{CA} = \frac{1}{4}$$

依题意，侧面 $AA_1B_1B$  水平放置时，液面恰好过 $AC, BC, A_1C_1, B_1C_1$  的四等分点处，

所以水的体积

$$V = \left( S_{\triangle ABC} - \frac{1}{16} S_{\triangle ABC} \right) \times 4 = S_{\triangle ABC} \times h ,$$

解得  $h = \frac{15}{4}$

故选: B

7. 直线  $ax+by-1=0(a>0,b>0)$  经过函数  $f(x) = \log_3\left(\frac{x}{4-x}\right) - \frac{2}{x-2} + x - 1$  图象的对称中心, 则  $\frac{2}{a} + \frac{1}{b}$  的最小值为( )

A. 9    B.  $3+2\sqrt{2}$     C.  $7+2\sqrt{6}$     D.  $6+4\sqrt{2}$

【答案】A

【详解】

$$x \in (0,4), f(x) = \log_3\left(\frac{x}{4-x}\right) - \frac{2}{x-2} + x - 1,$$

$$f(x) + f(4-x) = \log_3\left(\frac{x}{4-x}\right) - \frac{2}{x-2} + x - 1 + \log_3\left(\frac{4-x}{x}\right) - \frac{2}{2-x} + 4-x-1 = 2,$$

$\therefore f(x)$  关于点  $(2, 1)$  对称,

则直线  $ax+by-1=0$  经过点  $(2, 1)$ ,

即  $2a+b-1=0$ ,

$$\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = \left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b}\right)(2a+b) = 4+1 + \frac{2b}{a} + \frac{2a}{b} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{2b}{a} \cdot \frac{2a}{b}} = 9$$

故选: A

8.

( )

已知  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + 2, & x < 0 \\ e^x - ax - 1, & x \geq 0 \end{cases}$ , 且  $f(x) \geq a$  恒成立, 则  $a$  的取值范围为

A.  $(-1, 0)$     B.  $[-2, 1]$     C.  $[-2, 0]$     D.  $[0, 2]$

【答案】C

【详解】

当  $x < 0$  时,  $f(x) = x^2 - 2ax + 2$

若  $a \geq 0$ , 则  $f(x) > 2$ , 要使  $f(x) \geq a$  恒成立, 即  $0 \leq a \leq 2$

若  $a < 0$ , 则  $f(x) \geq f(a) = a^2 - 2a^2 + 2$ , 要使  $f(x) \geq a$  恒成立, 即  $-a^2 + 2 \geq a$

$(a+2)(a-1) \leq 0$ , 即  $-2 \leq a < 0$

当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = e^x - ax - 1$

$\because f(0) = 0, \therefore a \leq 0, f(x) = e^x - a \geq e^0 > 0$

$\therefore f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增

要使  $f(x) \geq a$  恒成立, 即  $f(x) \geq f(0), \therefore a \leq 0$

综上所述,  $a$  的取值范围为  $[-2, 0]$

二、选择题: 本题共3小题, 每小题6分, 共18分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得6分, 部分选对的得部分分, 有选错的得0分.

9. 李明上学有时坐公交车，有时骑自行车，他记录了100次坐公交车和骑自行车所花的时间，

经数据分析得到：坐公交车平均用时30min，样本标准差为6；骑自行车平均用时34min，样本方差为4. 假设坐公交车用时 $X$ 和骑自行车用时 $Y$ 都服从正态分布. 则下列说法中正确的是()

(参考数值：随机变量 $\xi$ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $P(\mu-\sigma < \xi < \mu+\sigma) = 0.6827$ ,

$P(\mu-2\sigma < \xi < \mu+2\sigma) = 0.9545, P(\mu-3\sigma < \xi < \mu+3\sigma) = 0.9973$ .)

A.  $x \sim N(30, 6^2)$

B.  $y \sim N(34, 4^2)$

C.  $P(X \leq 38) > P(Y \leq 38)$

D.  $P(X \leq 34) > P(Y \leq 34)$

【答案】AD

【详解】由题意可设 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ,

所以 $\mu_1 = 30, \sigma_1 = 6; \mu_2 = 34, \sigma_2 = 2$ ;

所以A正确, B错误;

由题意可得

: 坐公交

车用时可得

$$P(Y \leq 38) = P(Y \leq 34) + P(34 < Y \leq 38) = P(Y \leq \mu_2) + P(\mu_2 < Y \leq \mu_2 + 2\sigma_2)$$

$$= 0.5 + \frac{1}{2} P(\mu_2 - 2\sigma_2 < Y \leq \mu_2 + 2\sigma_2) = 0.5 + 0.47725 = 0.97725$$

$$P(X \leq 38) = P(X \leq 30) + P(30 < X \leq 38) = P(X \leq \mu_1) + P(\mu_1 < X \leq \mu_1 + 2\sigma_1)$$

$$= P(X \leq \mu_1) + P(\mu_1 < X \leq \mu_1 + 2\sigma_1)$$

$$= 0.5 + \frac{1}{2} P(\mu_1 - 2\sigma_1 < X \leq \mu_1 + 2\sigma_1) = 0.5 + 0.47725 = 0.97725$$

$\therefore P(X \leq 38) < P(Y \leq 38)$ , 故C错误;

$$P(Y \leq 34) = 0.5, P(X \leq 34) = P(X \leq 30) + P(30 < X \leq 34)$$

$$= 0.5 + P(30 < X \leq 34) > 0.5$$

$\therefore P(X \leq 34) > P(Y \leq 34)$ ,

那么, 坐公交车不迟到的概率大, 应选择坐公交车. 故D正确.

10. 已知平面四边形 $ABCD$ 中,  $AB=AD=BD=\sqrt{2}$ , 和 $BC=CD=1$ , 将平面四边形沿对角线 $BD$ 翻折, 得到四面体 $A-BCD$ ;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。  
。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/078076002042006120>