

初中数学八年级上册教案（人教版）

第十一章 全等三角形

11.1 全等三角形

教学目标：

- 1 了解全等形及全等三角形的概念；
- 2 理解全等三角形的性质；
- 3 在图形变换以及实际操作的过程中发展学生的空间观念，培养学生的几何直觉；

教学重点：探究全等三角形的性质

教学难点：掌握两个全等三角形的对应边，对应角

教学过程：

观察下列图案，指出这些图案中形状与大小相同的图形

问题：你还能举出生活中一些实际例子吗？

这些形状、大小相同的图形放在一起能够完全重合。能够完全重合的两个图形叫做全等形

能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形

引导学生完成课本 P₃ 思考：

归纳：

一个图形经过平移、翻折、旋转后，位置变化了，但形状、大小都没有改变，即平移、翻折、旋转前后的图形全等。

“全等”用“ $\cong$ ”表示，读作“全等于”

两个三角形全等时，通常把表示对应顶点的字母写在对应的位置上，如 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等时，点 A 和点 D，点 B 和点 E，点 C 和点 F 是对应顶点，记作 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。把两个全等的三角形重合到一起，重合的顶点叫做对应顶点，重合的边叫做对应边，重合的角叫做对应角

思考：如课本 P₃ 思考图 11.1-1 中， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，对应边有什么关系？对应角呢？

归纳：

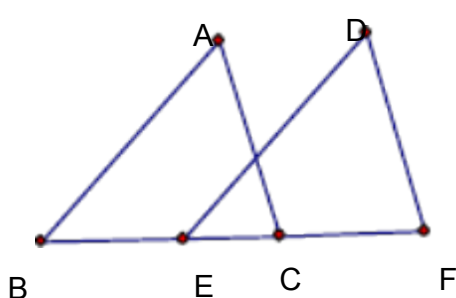
全等三角形性质：

全等三角形的对应边相等；

全等三角形的对应角相等。

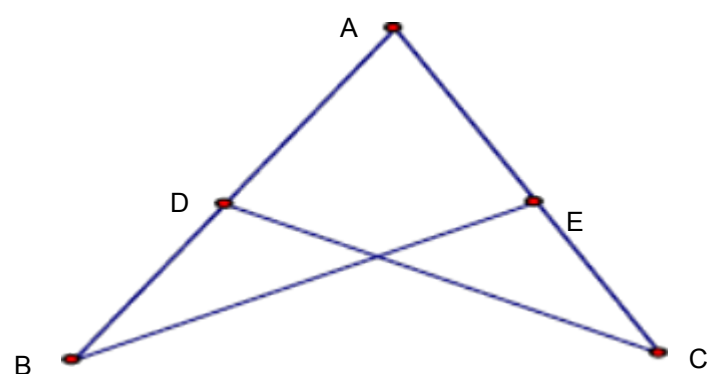
思考：

(1) 下面是两个全等的三角形，按下列图形的位置摆放，指出它们的对应顶点、对应边、对应角



(2) 将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 平移，得到 $\triangle DEF$ ，说出你得到的结论，说明理由？

(3) 如图， $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ， AB 与 AC ， AD 与 AE 是对应边，已知： $\angle A = 43^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，求 $\angle ADC$ 的大小。



作业：P4 习题 11.1 第 1，2，3 题。

11.2 三角形全等的判定(1)

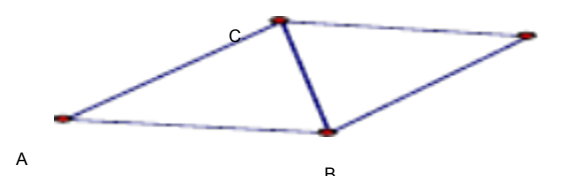
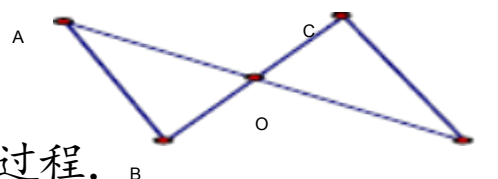
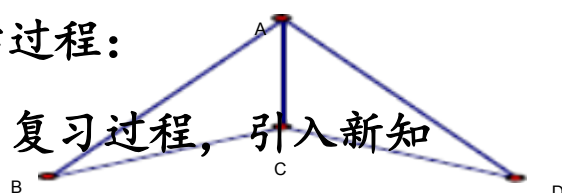
教学目标：

- ① 经历探索三角形全等条件的过程，体会利用操作、归纳获得数学结论的过程。
- ② 掌握三角形全等的“边边边”条件，了解三角形的稳定性。
- ③ 通过对问题的共同探讨，培养学生的协作精神。

教学难点：三角形全等的条件；三角形全等条件的探索过程。

教学过程：

一、复习过程，引入新知



多媒体显示，带领学生复习全等三角形的定义及其性质，从而得出结论：全等三角形三条边对应相等，三个角分别对应相等。反之，这六个元素分别相等，这样的两个三角形一定全等。

二、创设情境，提出问题

根据上面的结论，提出问题：两个三角形全等，是否一定需要六个条件呢？如果只满足上述六个条件中的一部分，是否也能保证两个三角形全等呢？

组织学生进行讨论交流，经过学生逐步分析，各种情况逐渐明朗，进行交流予以汇总归纳。

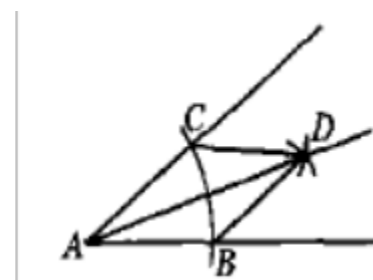
三、建立模型，探索发现

出示探究 1，先任意画一个 $\triangle ABC$ ，再画一个 $\triangle A'B'C'$ ，使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ ， B 满足上述条件中的一个或两个。你画出的 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 一定全等吗？



让学生按照下面给出的条件作出三角形。

- (1) 三角形的两个角分别是 30° 、 50° 。
- (2) 三角形的两条边分别是 4cm, 6cm。
- (3) 三角形的一个角为 30° ，一条边为 3cm。



再通过画一画，剪一剪，比一比的方式，得出结论：只给出一个或两个条件时，都不能保证所画出的三角形一定全等。

出示探究 2，先任意画出一个 $\triangle A'B'C'$ ，使 $A'B' = AB$ ， $B'C' = BC$ ， $C'A' = CA$ ，把画好的 $\triangle A'B'C'$ 剪下，放到 $\triangle ABC$ 上，它们全等吗？

让学生充分交流后，在教师的引导下作出 $\triangle A'B'C'$ ，并通过比较得出结论：三边对应相等的两个三角形全等。

四、应用新知，体验成功

实物演示：由三根木条钉成的一个三角形的框架，它的大小和形状是固定不变的。鼓励学生举出生活中的实例。

给出例 1，如下图 $\triangle ABC$ 是一个钢架， $AB = AC$ ， AD 是连接点 A 与 BC 中点 D 的支架，求证 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。

让学生独立思考后口头表达理由，由教师板演推理过程。

例 2、如图是用圆规和直尺画已知角的平分线的示意图，作法如下：

- ①以 A 为圆心画弧，分别交角的两边于点 B 和点 C ；
- ②分别以点 B 、 C 为圆心，相同长度为半径画两条弧，两弧交于点 D ；
- ③画射线 AD 。

AD 就是 $\angle BAC$ 的平分线。你能说明该画法正确的理由吗？

例 3 如图四边形 $ABCD$ 中, $AB=CD$, $AD=BC$, 你能把四边形 $ABCD$ 分成两个相互全等的三角形吗?你有几种方法?你能证明你的方法吗?试一试.

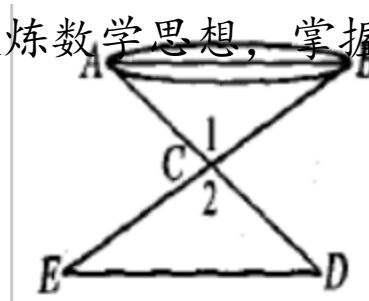
五、巩固练习: 课本 P8 页的练习.

六、反思小结:

回顾反思本节课对知识的研究探索过程、小结方法及结论, 提炼数学思想, 掌握数学规律.

七、布置作业

课本 P15 习题 11.2 第 1、2 题.



11.2 三角形全等的判定 (2)

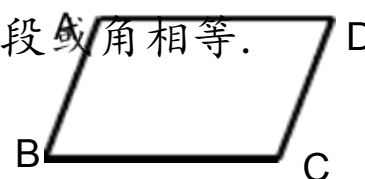
教学目标:

- ①经历探索三角形全等条件的过程, 培养学生观察分析图形能力、动手能力.
- ②在探索三角形全等条件及其运用的过程中, 能够进行有条理的思考并进行简单的推理.
- ③通过对问题的共同探讨, 培养学生的协作精神.

教学难点: 指导学生分析问题, 寻找判定三角形全等的条件.

教学重点: 应用“边角边”证明两个三角形全等, 进而得出线段或角相等.

教学过程 (师生活动):



一、情境, 引入课题

多媒体出示探究 3: 已知任意 $\triangle ABC$, 画 $\triangle A'B'C'$, 使 $A'B'=AB$, $A'C'=AC$, $\angle A'=\angle A$.

教师点拨, 学生边学边画图, 再让学生把画好的 $\triangle A'B'C'$, 剪下放在 $\triangle ABC$ 上, 观察这两个三角形是否全等.

二、交流对话, 探求新知

根据前面的操作, 鼓励学生用自己的语言来总结规律:

两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等. (SAS)

补充强调: 角必须是两条相等的对应边的夹角, 边必须是夹相等角的两对边.

三、应用新知, 体验成功

出示例 2, 如图, 有一池塘, 要测池塘两端 A 、 B 的距离, 可先在地面上取一个可以直接到达 A 和 B 的点 C , 连接 AC 并延长到 D , 使 $CD=CA$, 连接 BC 并延长到 E , 使 $CE=CB$. 连接 DE , 那么量出 DE 的长就是 A 、 B 的距离, 为什么?

让学生充分思考后, 书写推理过程, 并说明每一步的依据.

(若学生不能顺利得到证明思路, 教师也可作如下分析:

要想证 $AB=DE$,

只需证 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$

$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEC$ 全等的条件现有……还需要……)

明确证明分别属于两个三角形的线段相等或者角相等的问题, 常常通过证明这两个三角形全等来解决.

补充例题:

1、已知: 如图 $AB=AC$, $AD=AE$, $\angle BAC=\angle DAE$

求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$

证明: $\because \angle BAC=\angle DAE$ (已知)

$$\angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE$$

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACE$

$$AB=AC \text{ (已知)}$$

$$\angle BAD = \angle CAE \text{ (已证)}$$

$$AD=AE \text{ (已知)}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}$$

思考:

求证: 1. $BD=CE$ 2. $\angle B=\angle C$ 3. $\angle ADB=\angle AEC$

变式 1: 已知: 如图, $AB \perp AC$, $AD \perp AE$, $AB=AC$, $AD=AE$.

求证: $\triangle DAC \cong \triangle EAB$

$$BE=DC \quad \angle B = \angle C \quad \angle D = \angle E \quad BE \perp CD$$

四、再次探究, 释解疑惑

出示探究 4, 我们知道, 两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等. 由“两边及其中一边的对角对应相等”的条件能判定两个三角形全等吗? 为什么?

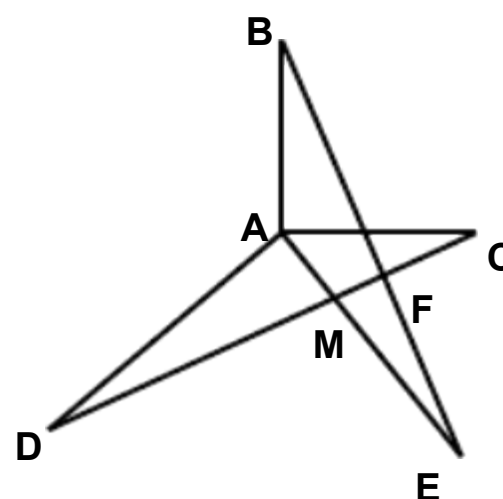
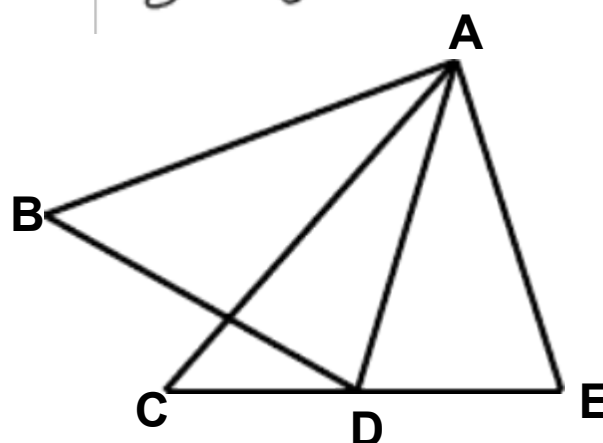
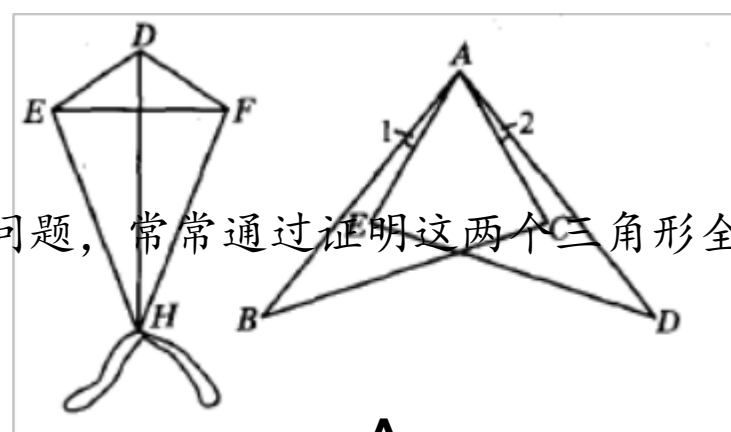
让学生模仿前面的探究方法, 得出结论: 两边及其中一边的对角对应相等的两个三角形不一定全等.

教师演示: 方法(一)教科书 10 页图 11.2-7.

方法(二)通过画图, 让学生更直观地获得结论.

五、巩固练习

课本 P10 页, 练习 1、2.



六、小结提高

1. 判定三角形全等的方法;
2. 证明线段、角相等常见的方法有哪些?让学生自由表述,其他学生补充,让学生自己将知识系统化,以自己的方式进行建构.

七、布置作业

1. 课本 P15 页,习题 11.2 第 3、4 题.
2. 选作题:
 - (1) 小明做了一个如图所示的风筝,测得 $DE=DF$, $EH=FH$, 你能发现哪些结论?并说明理由.
 - (2) 如图, $\angle 1=\angle 2$, $AB=AD$, $AE=AC$, 求证 $BC=DE$.

11.2 三角形全等的判定(3)

教学目标:

- ①探索并掌握两个三角形全等的条件:“ASA”“AAS”,并能应用它们判别两个三角形是否全等.
- ②敢于面对教学活动中的困难,能通过合作交流解决遇到的困难.

教学重点: 理解,掌握三角形全等的条件:“ASA”“AAS”.

教学难点: 探究出“ASA”“AAS”以及它们的应用.

教学过程(师生活动):

创设情境:

师:我们已经知道,三角形全等的判定条件有哪些?

生:“SSS”“SAS”

师:那除了这两个条件,满足另一些条件的两个三角形是否也可能全等呢?今天我们就来探究三角形全等的另一些条件.

探究新知:

一张教学用的三角形硬纸板不小心被撕坏了,如图,你能制作一张与原来同样大小的新教具?能恢复原来三角形的原貌吗?

1. 师:我们先来探究第一种情况.(课件出示“探究 5……”)

(1) 探究 5

先任意画出一个 $\triangle ABC$, 再画一个 $\triangle A'B'C'$, 使 $A'B'=AB$, $\angle A'=\angle A$, $\angle B'=\angle B$ (即使两角和它们的夹边对应相等). 把画好的 $\triangle A'B'C'$ 剪下, 放到 $\triangle ABC$ 上, 它们全等吗?

师:怎样画出 $\triangle A'B'C'$?先自己独立思考,动手画一画.在画的过程中若遇到不能解决的



问题. 可小组合作交流解决.

生: 独立探究, 试着画 $\triangle A'B'C'$, (有问题的, 可以小组内交流解决……)……

(2) 全班讨论交流

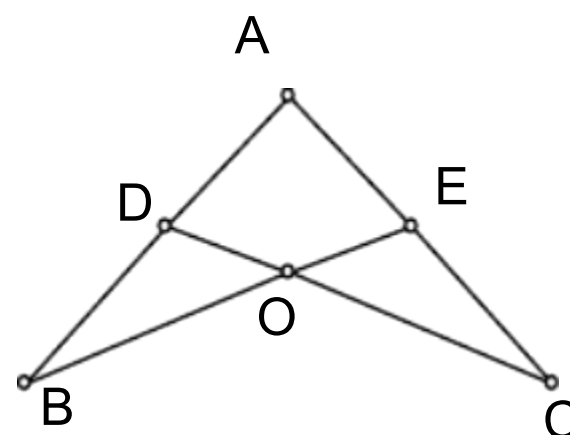
我们又增加了一种判别三角形全等的方法. 特别应注意, “边”必须是“两角的夹边”.

练习: 已知如图, $AB=AC$, $\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle C$

求证: $\triangle ABE \cong \triangle A'CD$

例、已知: 点 D 在 AB 上, 点 E 在 AC 上, BE 和 CD 相交于点 O,

$AB=AC$, $\angle B=\angle C$. 求证: $BD=CE$



2. 探究 6

师: 我们再看看下面的条件:

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$, $BC=EF$, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等吗? 能利用角边角条件证明你的结论吗?

师: 看已知条件, 能否用“角边角”条件证明.

师: 你是怎么证明的?

(根据学生的不同探究结果, 进行不同的引导)

师: 从这可以看出, 从这些已知条件中能得出两个三角形全等. 这又反映了一个什么规律?

师: 生 1 很好, 这条件我们可以简写成“角角边”或“AAS”, 又增加了判定两个三角形全等的一个条件. 强调“AAS”中的边是“其中一个角的对边”.

多让几个学生描述, 进一步培养归纳、表达的能力.

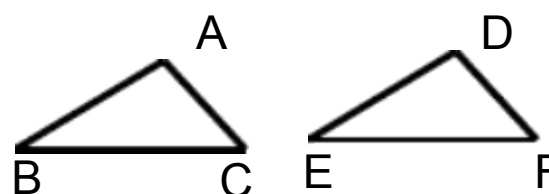
例 2. 课本 P12 页例 3.

师: 从这道例题中, 我们又得出了证明线段相等的又一方法, 先证两线段所在的三角形全等, 这样, 对应边也就相等了.

探究 7:

(1) 三角对应相等的两个三角形全等吗?

师: 想想, 怎样来探究这个问题?



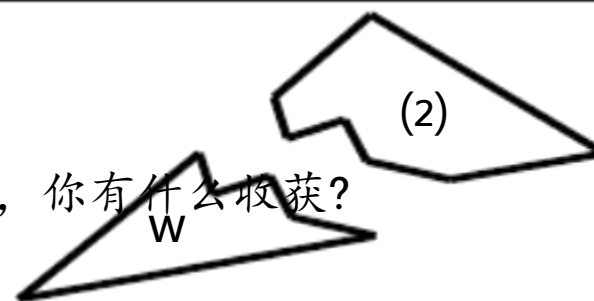
引导学生通过“画两个三角对应相等的三角形”, 看是否一定全等, 或“用两个同一形状但大小不同的三角板”等等方法来探究说明.

师: 这一规律我们可以怎样表达?

(2) 师: 说得非常好. 现在我们来小结一下; 判定两个三角形全等我们已有了哪些方法?
SSS SAS ASA AAS

小结提高:

师:这节课通过对两个三角形全等条件的进一步探究,你有什么收获?



巩固练习

课本 P13 页, 练习 1、2.

布置作业

1. 课本 P15 页习题 11.2 第 6、11 题

2. 如图, 小明不慎将一块三角形模具打碎为两块, 他是否可以只带其中的一块碎片到商店去, 就能配一块与原来一样的三角形模具呢? 如果可以, 带哪块去合适? 为什么?

11.2 三角形全等的判定(4)

教学目标:

- ①探索并掌握两个直角三角形全等的条件: HL, 并能应用它判别两个直角三角形是否全等.
- ②提高应用数学的意识.

教学重点: 理解, 掌握三角形全等的条件: HL.

教学难点: 理解, 掌握三角形全等的条件: HL.

教学过程:

提问:

1、判定两个三角形全等方法有: _____, _____, _____, _____。

创设情境:

(显示图片), 舞台背景的形状是两个直角三角形, 工作人员想知道这两个直角三角形是否全等, 但每个三角形都有一条直角边被花盆遮住无法测量.

(1) 你能帮他想个办法吗?

方法一: 测量斜边和一个对应的锐角. (AAS)

方法二: 测量没遮住的一条直角边和一个对应的锐角. (ASA) 或 (AAS)

(2) 如果他只带了一个卷尺, 能完成这个任务吗?

工作人员测量了每个三角形没有被遮住的直角边和斜边, 发现它们分别对应相等, 于是他就肯定“两个直角三角形是全等的”. 你相信他的结论吗?

下面让我们一起来验证这个结论.

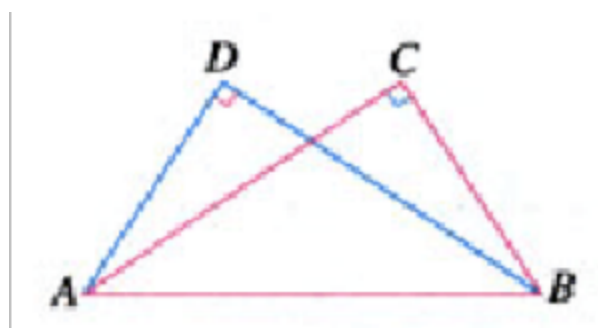
新课:

已知线段 a 、 c ($a < c$) 和一个直角 α , 利用尺规作一个 $Rt\triangle ABC$, 使 $\angle C = \angle \alpha$, $CB = a$, $AB = c$.

想一想，怎样画呢？

按照下面的步骤做一做：

- (1) 作 $\angle MCN = \angle \alpha = 90^\circ$ ；
- (2) 在射线 CM 上截取线段 $CB = a$
- (3) 以 B 为圆心, C 为半径画弧，交射线 CN 于点 A ；
- (4) 连接 AB .



- (1) $\triangle ABC$ 就是所求作的三角形吗？
- (2) 剪下这个三角形，和其他同学所作的三角形进行比较，它们能重合吗？

直角三角形全等的条件

斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等；简写成“斜边、直角边”或“HL”.

想一想

你能够用几种方法说明两个直角三角形全等？

直角三角形是特殊的三角形，所以不仅有一般三角形判定全等的方法：SAS、ASA、AAS、SSS，还有直角三角形特殊的判定方法——“HL”.

练一练：

(3) 如图，两根长度为 12 米的绳子，一端系在旗杆上，另一端分别固定在地面两个木桩上，两个木桩离旗

杆底部的距离相等吗？请说明你的理由。

2. 如图，有两个长度相同的滑梯，左边滑梯的高度 AC 与右边滑梯水平方向的长度 DF 相等，两个滑梯的倾

斜角 $\angle ABC$ 和 $\angle DFE$ 的大小有什么关系？

解： $\angle ABC + \angle DFE = 90^\circ$. 理由如下：在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle DEF$ 中，

则 $BC = EF$, $AC = DF$.

$\therefore Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle DEF$ (HL).

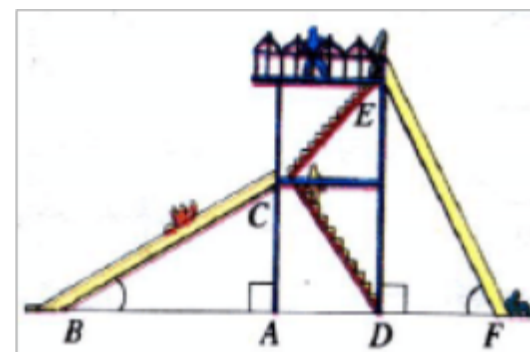
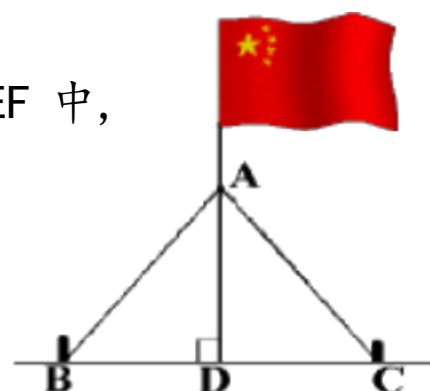
$\therefore \angle ABC = \angle DEF$ (全等三角形对应角相等).

又 $\angle DEF + \angle DFE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABC + \angle DFE = 90^\circ$.

小结：这节课你有什么收获呢？与你的同伴进行交流

作业：课本 P16 页第 7、8 题。



11.3.1 角的平分线的性质（一）

教学目标：

1. 应用三角形全等的知识，解释角平分线的原理.
2. 会用尺规作一个已知角的平分线.

教学重点：利用尺规作已知角的平分线.

教学难点：角的平分线的作图方法的提炼.

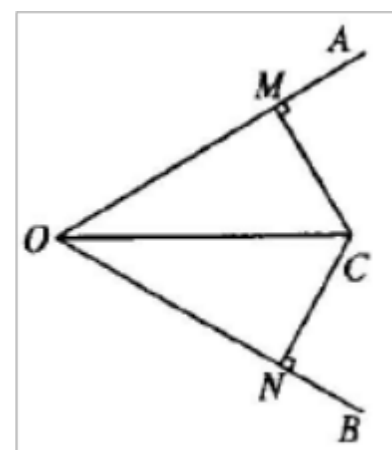
教学过程：

一. 提出问题，创设情境

问题 1：三角形中有哪些重要线段.

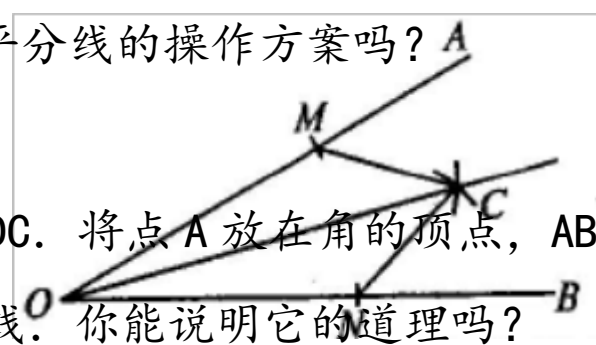
问题 2：你能作出这些线段吗？

如果老师手里只有直尺和圆规，你能帮我设计一个作角的平分线的操作方案吗？



二. 导入新课

议一议：下图是一个平分角的仪器，其中 $AB=AD$, $BC=DC$. 将点 A 放在角的顶点，AB 和 AD 沿着角的两边放下，沿 AC 画一条射线 AE，AE 就是角平分线. 你能说明它的道理吗？



教师活动：

演示角平分仪器的操作过程，使学生直观了解得到射线 AC 的方法.

$$AB=AD; BC=DC; AC=AC$$

$$\text{所以 } \triangle ABC \cong \triangle ADC \text{ (SSS).}$$

$$\text{所以 } \angle CAD = \angle CAB.$$

即射线 AC 就是 $\angle DAB$ 的平分线.

老师再提出问题：

通过上述探究，能否总结出尺规作已知角的平分线的一般方法. 自己动手做做看. 然后与同伴交流操作心得.

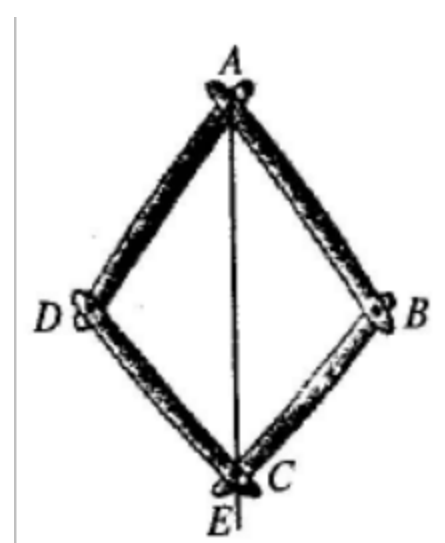
(分小组完成这项活动，教师可参与到学生活动中，及时发现问题，给予启发和指导，使讲评更具有针对性)

讨论结果展示：作已知角的平分线的方法：

已知： $\angle AOB$. 求作： $\angle AOB$ 的平分线.

作法：

- (1) 以 O 为圆心，适当长为半径作弧，分别交 OA、OB 于 M、N.



(2) 分别以 M、N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧．两弧在 $\angle AOB$ 内部交于点 C.

(3) 作射线 OC，射线 OC 即为所求.

(教师根据学生的叙述，作多媒体课件演示，使学生能更直观地理解画法，提高学习数学的兴趣).

议一议：

1. 在上面作法的第二步中，去掉“大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长”这个条件行吗？

2. 第二步中所作的两弧交点一定在 $\angle AOB$ 的内部吗？

(设计这两个问题的目的在于加深对角的平分线的作法的理解，培养数学严密性的良好学习习惯)

学生讨论结果总结：

1. 去掉“大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长”这个条件，所作的两弧可能没有交点，所以就找不到角的平分线.

2. 若分别以 M、N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画两弧，两弧的交点可能在 $\angle AOB$ 的内部，

也可能在 $\angle AOB$ 的外部，而我们要找的是 $\angle AOB$ 内部的交点，否则两弧交点与顶点连线得到的射线就不是 $\angle AOB$ 的平分线了.

3. 角的平分线是一条射线．它不是线段，也不是直线，所以第二步中的两个限制缺一不可.

4. 这种作法的可行性可以通过全等三角形来证明.

练一练：任意画一角 $\angle AOB$ ，作它的平分线.

三. 随堂练习：课本 P19 练习.

练后总结：平角 $\angle AOB$ 的平分线 OC 与直线 AB 垂直．将 OC 反向延长得到直线 CD，直线 CD 与 AB 也垂直.

四. 课时小结

本节课中我们利用已学过的三角形全等的知识，探究得到了角平分线仪器的操作原理，由此归纳出角的平分线的尺规画法，进一步体会温故而知新是一种很好的学习方法.

五. 课后作业

课本 P22 习题 11.2 第 1、2 题.

11.3.2 角的平分线的性质 (二)

教学目标:

1. 会叙述角的平分线的性质及“到角两边距离相等的点在角的平分线上”.
2. 能应用这两个性质解决一些简单的实际问题. 培养学生的联想、探索、概括归纳的能力, 激发学生学习数学的兴趣.

教学重点: 角平分线的性质及其应用.

教学难点: 灵活应用两个性质解决问题.

教学方法: 探索、归纳的方法.

教学过程:

一. 创设情境, 引入新课

[师]请同学们拿出准备好的折纸与剪刀, 自己动手, 剪一个角, 把剪好的角对折, 使角的两边叠合在一起, 再把纸片展开, 你看到了什么? 把对折的纸片再任意折一次, 然后把纸片展开, 又看到了什么?

二. 导入新课

角平分线的性质即已知角的平分线, 能推出什么样的结论. 操作:

1. 折出如图所示的折痕 PD、PE.
2. 你与同伴用三角板检测你们所折的折痕是否符合图示要求.

画一画:

按照折纸的顺序画出一个角的三条折痕, 并度量所画 PD、PE 是否等长?

拿出两名同学的画图, 放在投影下, 请大家评一评, 以达明确概念的目的.

问题 1: 你能用文字语言叙述所画图形的性质吗?

问题 2: (出示投影片)

能否用符号语言来翻译“角平分线上的点到角的两边的距离相等”这句话. 请填下表:

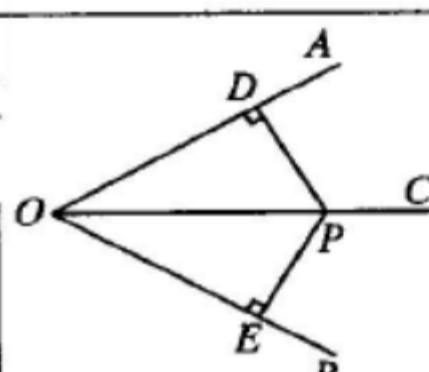
学生通过讨论作出下列概括:

已知事项: OC 平分 $\angle AOB$, $PD \perp OA$, $PE \perp OB$,
 D 、 E 为垂足.

由已知事项推出的事项: $PD=PE$.

生甲

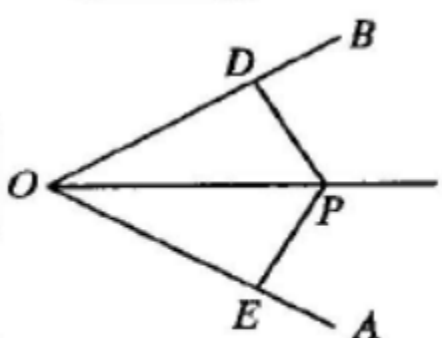
生乙

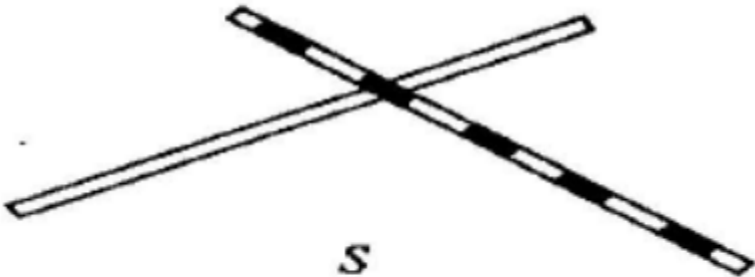
图 形	已知事项	由已知事项推出的事项
		

于是我们得角的平分线的性质：
在角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

[师]那么到角的两边距离相等的点是否在角的平分线上呢？（出示投影）

问题 3：根据下表中的图形和已知事项，猜想由已知事项可推出的事项，并用符号语言填写下表：

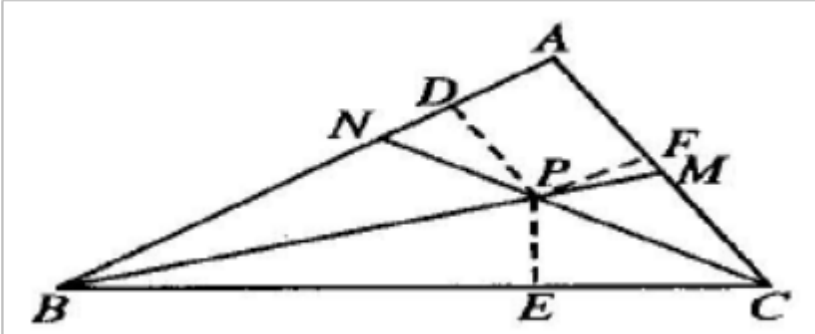
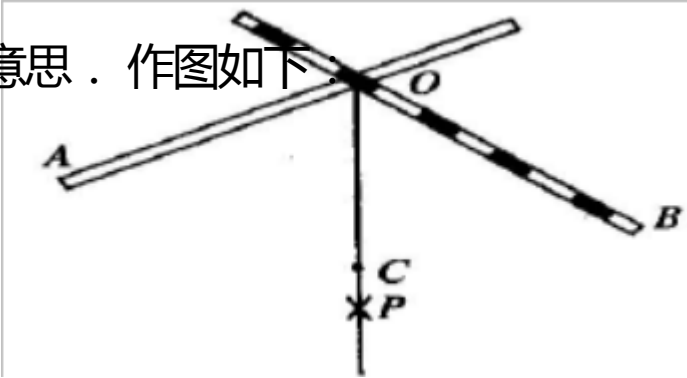
图 形	已知事项	由已知事项推出的事项
	$PD \perp OB,$ $PE \perp OA,$ 垂足为 $D、E$ $PD = PE$	



下面请同学们思考一个问题.

思考：如图所示，要在 S 区建一个集贸市场，使它到公路、铁路距离相等，•离公路与铁路交叉处 500m，这个集贸市场应建于何处（在图上标出它的位置，比例尺为 1：20000）？
1．集贸市场建于何处，和本节学的角平分线性质有关吗？用哪个性质可以解决这个问题？
2．比例尺为 1：20000 是什么意思？
讨论结果展示：

1．应该用第二个性质．•这个集贸市场应该建在公路与铁路形成的角的平分线上，并且要求离角的顶点 500 米处。
2．在纸上画图时，我们经常在厘米为单位，而题中距离又是以米为单位，•这就涉及一个单位换算问题了．1m=100cm，所以比例尺为 1：20000，其实就是图中 1cm•表示实际距离200m的意思．作图如下．



第一步：尺规作图法作出∠AOB 的平分线 OP.

第二步：在射线 OP 上截取 $OC=2.5\text{cm}$ ，确定 C 点，C 点就是集贸市场所建地了。

总结：应用角平分线的性质，就可以省去证明三角形全等的步骤，•使问题简单化。所以若遇到有关角平分线，又要证线段相等的问题，•我们可以直接利用性质解决问题。

[例]如图， $\triangle ABC$ 的角平分线 BM、CN 相交于点 P。

求证：点 P 到三边 AB、BC、CA 的距离相等。

[师生共析]点 P 到 AB、BC、CA 的垂线段 PD、PE、PF 的长就是 P 点到三边的距离，•也就是说要证： $PD=PE=PF$ 。而 BM、CN 分别是 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的平分线，•根据角平分线性质的传递性可以解决这个问题。

证明：过点 P 作 $PD \perp AB$ ， $PE \perp BC$ ， $PF \perp AC$ ，垂足为 D、E、F。

因为 BM 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 P 在 BM 上。

所以 $PD=PE$ 。

同理 $PE=PF$ 。

所以 $PD=PE=PF$ 。

即点 P 到三边 AB、BC、CA 的距离相等。

三. 随堂练习：

1. 课本 P22 练习。

2. 课本 P22 习题 11.3 第 3 题。

在这里要提醒学生直接利用角平分线的性质，无须再证三角形全等。

四. 课时小结：

今天，我们学习了关于角平分线的两个性质：①角平分线上的点到角的两边的距离相等；②到角的两边距离相等的点在角的平分线上。它们具有互逆性，可以看出，随着研究的深入，解决问题越来越简便了。像与角平分线有关的求证线段相等、角相等问题，我们可以直接利用角平分线的性质，而不必再去证明三角形全等而得出线段相等。

五. 课后作业：课本 P22 页习题 11.3 第 4、5、6 题。

第十二章 轴对称

12.1 轴对称（一）

教学目标：

1. 在生活实例中认识轴对称图。

2. 分析轴对称图形，理解轴对称的概念.

教学重点：轴对称图形的概念.

教学难点：能够识别轴对称图形并找出它的对称轴.

教学过程：

I. 创设情境，引入新课

我们生活在一个充满对称的世界中，许多建筑物都设计成对称形，艺术作品的创作往往也从对称角度考虑，自然界的许多动植物也按对称形生长，中国的方块字中些也具有对称性.....对称给我们带来多少美的感受！初步掌握对称的奥妙，不仅可以帮助我们发现一些图形的特征，还可以使我们感受到自然界的美与和谐.

轴对称是对称中重要的一种，从这节课开始，我们来学习第十二章：轴对称．今天我们来研究第一节，认识什么是轴对称图形，什么是对称轴．

II. 导入新课

出示课本的图片，观察它们都有些什么共同特征.

这些图形都是对称的．这些图形从中间分开后，左右两部分能够完全重合.

小结：对称现象无处不在，从自然景观到分子结构，从建筑物到艺术作品，•甚至日常生活用品，人们都可以找到对称的例子．现在同学们就从我们生活周围的事物中来找一些具有对称特征的例子.

结论：如果一个图形沿一直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形，这条直线就是它的对称轴．这时，我们也说这个图形关于这条直线（成轴）•对称.

了解了轴对称图形及其对称轴的概念后，我们来做一做.

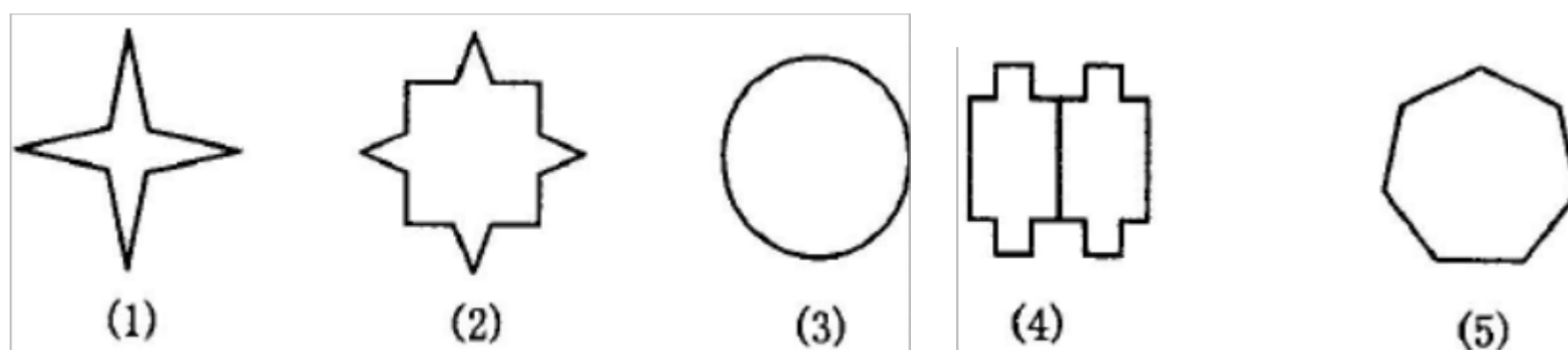
取一张质地较硬的纸，将纸对折，并用小刀在纸的中央随意刻出一个图案，•将纸打开后铺平，你得到两个成轴对称的图案了吗？与同伴进行交流.

结论：位于折痕两侧的图案是对称的，它们可以互相重合.

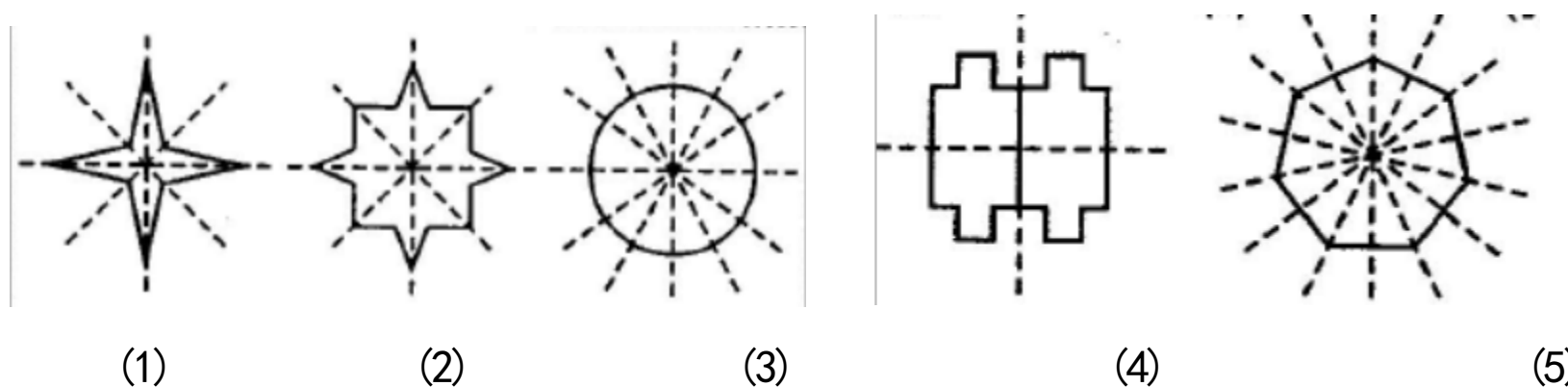
由此可以得到轴对称图形的特征：一个图形沿一条直线折叠后，折痕两侧的图形完全重合.

接下来我们来探讨一个有关对称轴的问题．有些轴对称图形的对称轴只有一条，但有的轴对称图形的对称轴却不止一条，有的轴对称图形的对称轴甚至有无数条.

下列各图，你能找出它们的对称轴吗？



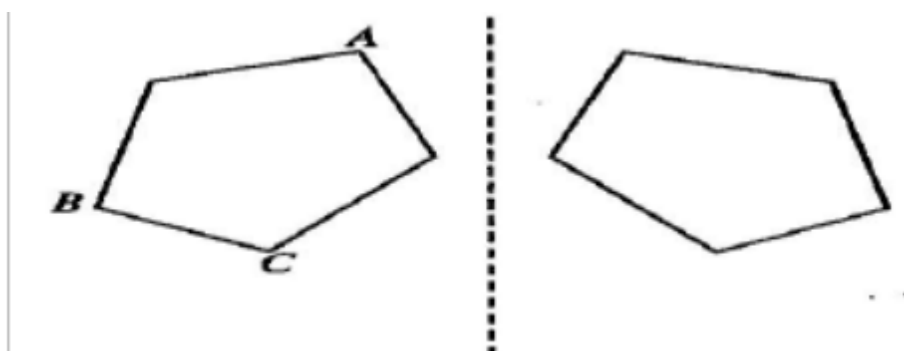
结果：图（1）有四条对称轴；图（2）有四条对称轴；图（3）有无数条对称轴；图（4）有两条对称轴；图（5）有七条对称轴。



展示挂图，大家想一想，你发现了什么？



像这样，把一个图形沿着某一条直线折叠，如果它能够与另一个图形重合，那么就说这两个图形关于这条直线对称，这条直线叫做对称轴，折叠后重合的点是对应点，叫做对称点。



III. 随堂练习：课本 P30 练习和 P31 练习

IV. 课时小结

这节课我们主要认识了轴对称图形，了解了轴对称图形及有关概念，进一步探讨了轴对称的特点，区分了轴对称图形和两个图形成轴对称。

V. 作业：课本 P36 习题 12.1 第 1、2、6、7、8 题。

VI. 活动与探究：课本 P31 思考。

结论：成轴对称的两个图形全等。如果把一个轴对称图形沿对称轴分成两个图形，这两个图形全等，并且也是成轴对称的。

轴对称是说两个图形的位置关系，而轴对称图形是说一个具有特殊形状图形。

轴对称的两个图形和轴对称图形，都要沿某一条直线折叠后重合；如果把轴对称图形沿对称轴分成两部分，那么这两个图形就关于这条直线成轴对称；反过来，如果把两个成轴对称的图形看成一个整体，那么它就是一个轴对称图形。

12.1 轴对称（二）

教学目标：

1. 了解两个图形成轴对称性的性质，了解轴对称图形的性质.
2. 探究线段垂直平分线的性质.
3. 体验轴对称的特点，发展空间观察.

教学重点：轴对称的性质；线段垂直平分线的性质.

教学难点：体验轴对称的特征.

教学过程：

I. 创设情境，引入新课：

上节课我们共同探讨了轴对称图形，知道现实生活中由于有轴对称图形，而使得世界非常美丽．那么大家想一想，什么样的图形是轴对称图形呢？

今天继续来研究轴对称的性质．

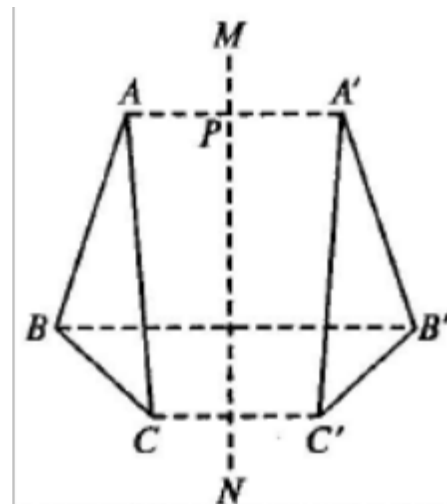
II. 导入新课：观看投影并思考．

如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 MN 对称，点 A' 、 B' 、 C' 分别是点 A 、 B 、 C 的对称点，线段 AA' 、 BB' 、 CC' 与直线 MN 有什么关系？

图中 A 、 A' 是对称点， AA' 与 MN 垂直， BB' 和 CC' 也与 MN 垂直．

AA' 、 BB' 和 CC' 与 MN 除了垂直以外还有什么关系吗？

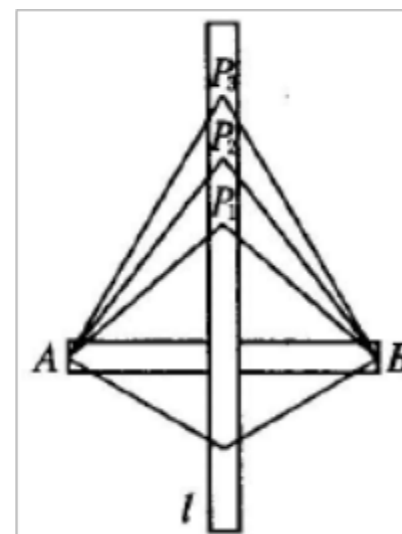
$\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 MN 对称，点 A' 、 B' 、 C' 分别是点 A 、 B 、 C 的对称点，设 AA' 交对称轴 MN 于点 P ，将 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 沿 MN 对折后，点 A 与 A' 重合，于是有 $AP=A'P$ ， $\angle MPA=\angle MPA'=90^\circ$ ．所以 AA' 、 BB' 和 CC' 与 MN 除了垂直以外， MN 还经过线段 AA' 、 BB' 和 CC' 的中点．



的性质．

对称轴所在直线经过对称点所连线段的中点，并且垂直于这条线段。我们把经过线段中点并且垂直于这条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线。

下面我们来探究线段垂直平分线的性质。



[探究 1]

如下图. 木条 L 与 AB 钉在一起, L 垂直平分 AB , $P_1, P_2, P_3, \dots$ 是 L 上的点, 分别量一量点 $P_1, P_2, P_3, \dots$ 到 A 与 B 的距离, 你有什么发现?

1. 用平面图将上述问题进行转化, 先作出线段 AB , 过 AB 中点作 AB 的垂直平分线 L , 在 L 上取 $P_1, P_2, P_3, \dots$, 连结 $AP_1, AP_2, BP_1, BP_2, CP_1, CP_2, \dots$

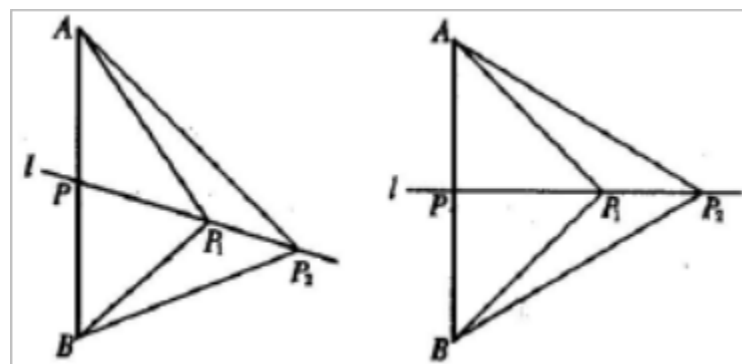
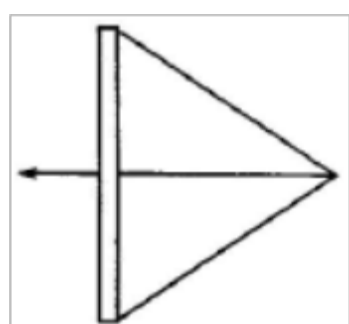
2. 作好图后, 用直尺量出 $AP_1, AP_2, BP_1, BP_2, CP_1, CP_2, \dots$ 讨论发现什么样的规律.

探究结果:

线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等. 即 $AP_1 = BP_1, AP_2 = BP_2, \dots$

[探究 2]

如右图. 用一根木棒和一根弹性均匀的橡皮筋, 做一个简易的“弓”, “箭”通过木棒中央的孔射出去, 怎么才能保持出箭的方向与木棒垂直呢? 为什么?



活动: 1. 用平面图形将上述问题进行转化. 作线段 AB , 取其中点 P , 过 P 作 L , 在 L 上取点 P_1, P_2 , 连结 AP_1, AP_2, BP_1, BP_2 . 会有以下两种可能.

2. 讨论: 要使 L 与 AB 垂直, AP_1, AP_2, BP_1, BP_2 应满足什么条件?

探究过程:

1. 如上图甲, 若 $AP_1 \neq BP_1$, 那么沿 L 将图形折叠后, A 与 B 不可能重合, 也就是 $\angle APP_1 \neq \angle BPP_1$, 即 L 与 AB 不垂直.

2. 如上图乙, 若 $AP_1 = BP_1$, 那么沿 L 将图形折叠后, A 与 B 恰好重合, 就有 $\angle APP_1 = \angle BPP_1$,

即 L 与 AB 重合. 当 $\frac{AP}{2} = \frac{BP}{2}$ 时, 亦然.

探究结论:

与一条线段两个端点距离相等的点, 在这条线段的垂直平分线上. 也就是说在[•探究2]图中, 只要使箭端到弓两端的端点的距离相等, 就能保持射出箭的方向与木棒垂直.

[师]上述两个探究问题的结果就给出了线段垂直平分线的性质, 即: 线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等; 反过来, 与这条线段两个端点距离相等的点都在它的垂直平分线上. •所以线段的垂直平分线可以看成是与线段两端点距离相等的所有点的集合.

III. 随堂练习: 课本 P34 练习 1、2.

IV. 课时小结:

这节课通过探索轴对称图形对称性的过程, •了解了线段的垂直平分线的有关性质, 同学们应灵活运用这些性质来解决问题.

V. 课后作业: 课本 P36 习题 12. 1 第 3、4、9 题.

12. 2. 1 作轴对称图形

教学目标:

1. 通过实际操作, 了解什么叫做轴对称变换.
2. 如何作出一个图形关于一条直线的轴对称图形.

教学重点:

轴对称变换的定义; 能够按要求作出简单平面图形经过轴对称后的图形.

教学难点:

作出简单平面图形关于直线的轴对称图形; 利用轴对称进行一些图案设计.

教学过程:

I. 设置情境, 引入新课:

在前一个章节, 我们学习了轴对称图形以及轴对称图形的一些相关的性质问题. 在上节课的作业中, 我们有个要求, 让同学们自己思考一种作轴对称图形的方法, 现在来看一下同学们完成的怎么样.

将一张纸对折后, 用针尖在纸上扎出一个图案, 将纸打开后铺平, •得到的两个图案是关于折痕成轴对称的图形.

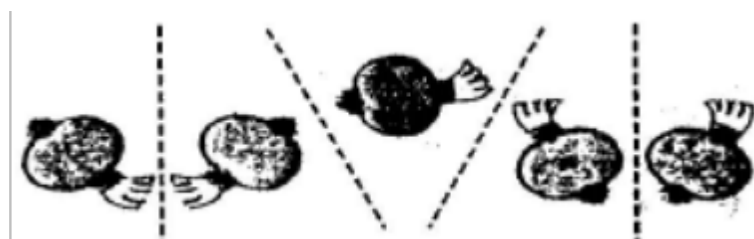
准备一张质地较软, 吸水性能好的纸或报纸, 在纸的一侧上滴上一滴墨水, 将纸迅速对折, 压平, 并且手指压出清晰的折痕. 再将纸打开后铺平, •位于折痕两侧的墨迹图案也是

对称的。这节课我们就是来作简单平面图形经过轴对称后的图形。

II. 导入新课

•由我们已经学过的知识知道，连结任意一对对应点的线段被对称轴垂直平分。

类似地，我们也可以由一个图形得到与它成轴对称的另一个图形，重复这个过程，可以得到美丽的图案。对称轴方向和位置发生变化时，得到的图形的方向和位置也会发生变化。大家看大屏幕，从电脑演示的图案变化中找出对称轴的方向和位置，体会对称轴方向和位置的变化在图案设计中的奇妙用途。



下面，同学们自己动手在一张纸上画一个图形，将这张纸折叠描图，再打开看看，得到了什么？改变折痕的位置并重复几次，又得到了什么？同学们互相交流一下。

结论：由一个平面图形可以得到它关于一条直线 l 对称的图形，这个图形与原图形的形状、大小完全相同；新图形上的每一点，都是原图形上的某一点关于直线 l 的对称点；连结任意一对对应点的线段被对称轴垂直平分。

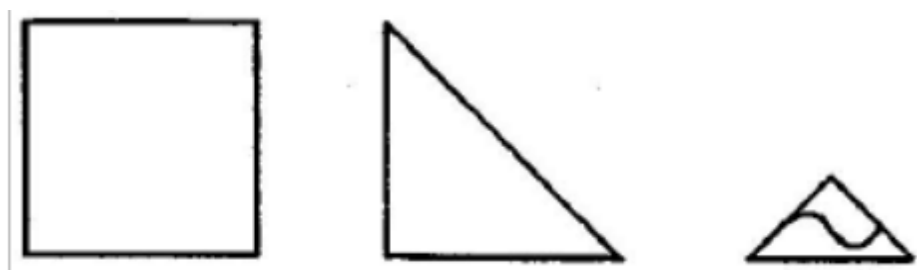
我们把上面由一个平面图形得到它的轴对称图形叫做轴对称变换。

IV. 课时小结

本节课我们主要学习了如何通过轴对称变换来作出一个图形的轴对称图形，并且利用轴对称变换来设计一些美丽的图案。在利用轴对称变换设计图案时，要注意运用对称轴位置和方向的变化，使我们设计出更新颖独特的美丽图案。

V. 动手并思考

(一) 如下图所示，取一张薄的正方形纸，沿对角线对折后，得到一个等腰直角三角形，再沿斜边上的高线对折，将得到的角形沿黑色线剪开，去掉含 90° 角的部分，拆开折叠的纸，并将其铺平。



(1) 你会得怎样的图案？先猜一猜，再做一做。

(2) 你能说明为什么会得到这样的图案吗？应用学过的轴对称的知识试一试。

(3) 如果将正方形纸按上面方式折 3 次，然后再沿圆弧剪开，去掉较小部分，展开后结果又会怎样？为什么？

(4) 当纸对折 2 次后, 剪出的图案至少有几条对称轴? 3 次呢?

答案: (1) 得到一个有 2 条对称轴的图形.

(2) 按照上面的做法, 实际上相当于折出了正方形的 2 条对称轴; 因此 (1) 中的图案一定有 2 条对称轴.

(3) 按题中的方式将正方形对折 3 次, 相当于折出了正方形的 4 条对称轴, 因此得到的图案一定有 4 条对称轴.

(4) 当纸对折 2 次, 剪出的图案至少有 2 条对称轴; 当纸对折 3 次, 剪出的图案至少有 4 条对称轴.

(二) 自己设计并制作一个花边.

作业: P45 习题 12.2 第 1、5 题

12. 2 . 2 用坐标表示轴对称

教学目标

1、在平面直角坐标系中, 确定轴对称变换前后两个图形中特殊点的位置关系;

2、再利用轴对称的性质作出成轴对称的图形

教学重点: 用坐标表示轴对称

教学难点: 利用转化的思想, 确定能代表轴对称图形的关键点

教学过程:

一、复习轴对称图形的有关性质

二、新授:

1. 学生探索:

点 (x,y) 关于 x 轴对称的点的坐标 $(x, -y)$; 点 (x,y) 关于 y 轴对称的点的坐标 $(-x,y)$;
点 (x,y) 关于原点对称的点的坐标 $(-x, -y)$

2. 例 3 四边形 ABCD 的四个顶点的坐标分别为 $A(-5,1)$ 、 $B(-2,1)$ 、 $C(-2,5)$ 、 $D(-5,4)$, 分别作出与四边形 ABCD 关于 x 轴和 y 轴对称的图形.

(1) 归纳: 与已知点关于 y 轴或 x 轴对称的点的坐标的规律;

(2) 学生画图

(3) 对于这类问题, 只要先求出已知图形中的一些特殊点的对应点的坐标, 描出并顺次连接这些特殊点, 就可以得到这个图形的轴对称图形.

3、探究问题

分别作出 $\triangle PQR$ 关于直线 $x=1$ (记为 m)和直线 $y=-1$ (记为 n)对称的图形, 你能发现它们的

对应点的坐标之间分别有什么关系吗？

(1) 学生画图，由具体的数据，发现它们的对应点的坐标之间的关系

(2) 若 $\triangle P_1 Q_1 R_1$ 中 $P_1(x_1, y_1)$ 关于 $x=1$ (记为 m)轴对称的点的坐标 $P_2(x_2, y_2)$ ，

则 $\frac{x_1 + x_2}{2} = m$ ， $y_1 = y_2$ 。

若 $\triangle P_1 Q_1 R_1$ 中 $P_1(x_1, y_1)$ 关于 $y=-1$ (记为 n)轴对称的点的坐标 $P_2(x_2, y_2)$ ，

则 $x_1 = x_2$ ， $\frac{y_1 + y_2}{2} = n$ 。

三、练习：课本 P44 第 1、2、3 题

四、作业：课本 P45 第 2、3、4、6 题

12. 3. 1. 1 等腰三角形（一）

教学目标；；

1. 等腰三角形的概念.
2. 等腰三角形的性质.
3. 等腰三角形的概念及性质的应用.

教学重点：等腰三角形的概念及性质；等腰三角形性质的应用.

教学难点：等腰三角形三线合一的性质的理解及其应用.

教学过程

I. 提出问题，创设情境

在前面的学习中，我们认识了轴对称图形，探究了轴对称的性质，并且能够作出一个简单平面图形关于某一直线的轴对称图形，还能够通过轴对称变换来设计一些美丽的图案．这节课我们就是从轴对称的角度来认识一些我们熟悉的几何图形．来研究：①三角形是轴对称图形吗？②什么样的三角形是轴对称图形？

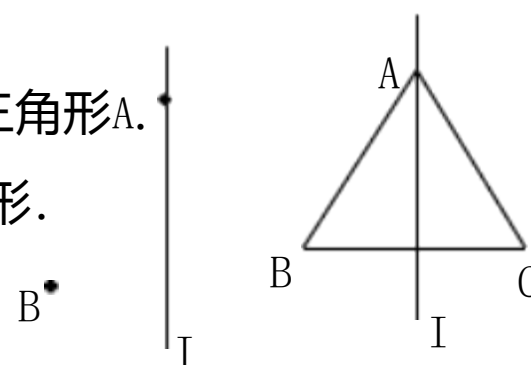
有的三角形是轴对称图形，有的三角形不是．

问题：那什么样的三角形是轴对称图形？

满足轴对称的条件的三角形就是轴对称图形，也就是将三角形沿某一条直线对折后两部分能够完全重合的就是轴对称图形．

我们这节课就来认识一种成轴对称图形的三角形——等腰三角形A.

II. 导入新课：要求学生通过自己的思考来做一个等腰三角形.



作一条直线 L ，在 L 上取点 A ，在 L 外取点 B ，作出点 B 关于直线 L 的对称点 C ，连结 AB 、 BC 、 CA ，则可得到一个等腰三角形。

等腰三角形的定义：有两条边相等的三角形叫做等腰三角形。相等的两边叫做腰，另一边叫做底边，两腰所夹的角叫做顶角，底边与腰的夹角叫底角。同学们在自己作出的等腰三角形中，注明它的腰、底边、顶角和底角。

思考：

1. 等腰三角形是轴对称图形吗？请找出它的对称轴。
2. 等腰三角形的两底角有什么关系？
3. 顶角的平分线所在的直线是等腰三角形的对称轴吗？
4. 底边上的中线所在的直线是等腰三角形的对称轴吗？•底边上的高所在的直线呢？

结论：等腰三角形是轴对称图形。它的对称轴是顶角的平分线所在的直线。因为等腰三角形的两腰相等，所以把这两条腰重合对折三角形便知：等腰三角形是轴对称图形，它的对称轴是顶角的平分线所在的直线。

要求学生把自己做的等腰三角形进行折叠，找出它的对称轴，并看它的两个底角有什么关系。

沿等腰三角形的顶角的平分线对折，发现它两旁的部分互相重合，由此可知这个等腰三角形的两个底角相等，•而且还可以知道顶角的平分线既是底边上的中线，也是底边上的高。

由此可以得到等腰三角形的性质：

1. 等腰三角形的两个底角相等（简写成“等边对等角”）。
2. 等腰三角形的顶角平分线，底边上的中线、•底边上的高互相重合（通常称作“三线合一”）。

由上面折叠的过程获得启发，我们可以通过作出等腰三角形的对称轴，得到两个全等的三角形，从而利用三角形的全等来证明这些性质。同学们现在就动手来写出这些证明过程）。

[例 1] 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 在 AC 上，且 $BD=BC=AD$ ，求： $\triangle ABC$ 各角的度数。

分析：根据等边对等角的性质，我们可以得到
 $\angle A = \angle ABD$ ， $\angle ABC = \angle C = \angle BDC$ ，•
 再由 $\angle BDC = \angle A + \angle ABD$ ，就可得到 $\angle ABC = \angle C = \angle BDC = 2\angle A$ 。



再由三角形内角和为 180° ，就可求出 $\triangle ABC$ 的三个内角。

把 $\angle A$ 设为 x 的话，那么 $\angle ABC$ 、 $\angle C$ 都可以用 x 来表示，这样过程就更简捷。

解：因为 $AB=AC$ ， $BD=BC=AD$ ，

所以 $\angle ABC=\angle C=\angle BDC$ 。

$\angle A=\angle ABD$ （等边对等角）。

设 $\angle A=x$ ，则 $\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2x$ ，

从而 $\angle ABC=\angle C=\angle BDC=2x$ 。

于是在 $\triangle ABC$ 中，有： $\angle A+\angle ABC+\angle C=x+2x+2x=180^\circ$ ，

解得 $x=36^\circ$ 。在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=36^\circ$ ， $\angle ABC=\angle C=72^\circ$ 。

[师]下面我们通过练习来巩固这节课所学的知识。

III. 随堂练习：1. 课本 P51 练习 1、2、3。 2. 阅读课本 P49~P51，然后小结。

IV. 课时小结

这节课我们主要探讨了等腰三角形的性质，并对性质作了简单的应用。等腰三角形是轴对称图形，它的两个底角相等（等边对等角），等腰三角形的对称轴是它顶角的平分线，并且它的顶角平分线既是底边上的中线，又是底边上的高。

我们通过这节课的学习，首先就是要理解并掌握这些性质，并且能够灵活应用它们。

V. 作业：课本 P56 习题 12.3 第 1、2、3、4 题。

12.3.1.1 等腰三角形（二）

教学目标：

- 1、理解并掌握等腰三角形的判定定理及推论
- 2、能利用其性质与判定证明线段或角的相等关系。

教学重点：等腰三角形的判定定理及推论的运用

教学难点：正确区分等腰三角形的判定与性质，能够利用等腰三角形的判定定理证明线段的相等关系。

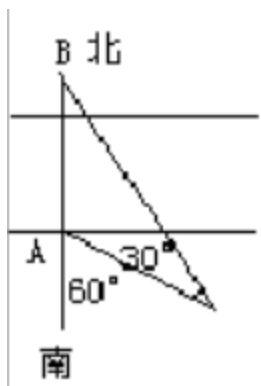
教学过程：

一、复习等腰三角形的性质

二、新授：

1 提出问题，创设情境

出示投影片。某地质专家为估测一条东西流向河流的宽度，选择河流北岸上一棵树(B 点)为 B



标，然后在这棵树的正南方(南岸 A 点抽一小旗作标志)沿南偏东 60° 方向走一段距离到 C 处时，测得 $\angle ACB$ 为 30° ，这时，地质专家测得 AC 的长度就可知河流宽度.

学生们很想知道，这样估测河流宽度的根据是什么？带着这个问题，引导学生学习“等腰三角形的判定”.

II 引入新课

1. 由性质定理的题设和结论的变化，引出研究的内容——在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle C$ ，则 $AB = AC$ 吗？

作一个两个角相等的三角形，然后观察两等角所对的边有什么关系？

2. 引导学生根据图形，写出已知、求证.

2、小结，通过论证，这个命题是真命题，即“等腰三角形的判定定理”(板书定理名称).

强调此定理是在一个三角形中把角的相等关系转化成边的相等关系的重要依据，类似于性质定理可简称“等角对等边”.

4. 引导学生说出引例中地质专家的测量方法的根据.

III 例题与练习

1. 如图 2

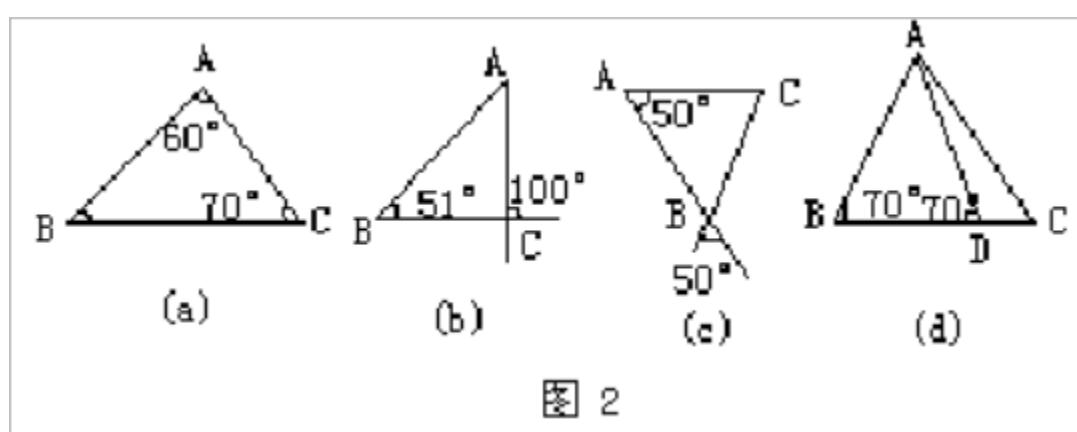


图 2

其中 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是 []

2. ①如图 3，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$. $\angle A = 36^\circ$ ，则 $\angle C$ _____ (根据什么?).

②如图 4，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 36^\circ$ ， $\angle C = 72^\circ$ ， $\triangle ABC$ 是_____三角形(根据什么?).

③若已知 $\angle A = 36^\circ$ ， $\angle C = 72^\circ$ ，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于 D，判断图 5 中等腰三角形有

_____.

④若已知 $AD = 4\text{cm}$ ，则 BC _____cm.

3. 以问题形式引出推论 1_____.

4. 以问题形式引出推论 2_____.

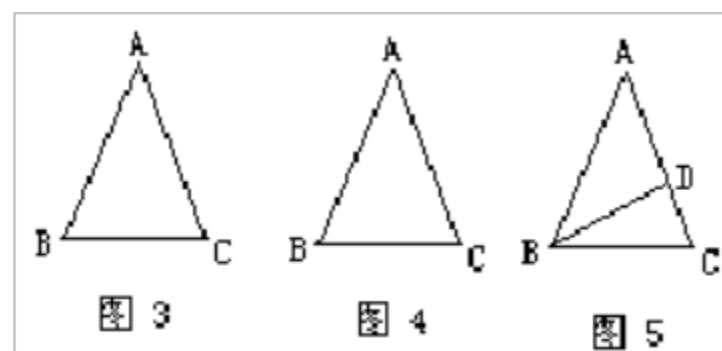


图 3

图 4

图 5

例：如果三角形一个外角的平分线平行于三角形的一边，求证这个三角形是等腰三角形.

分析：引导学生根据题意作出图形，写出已知、求证，并分析证明.

练习：5. (I)如图 6，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 F，过 F 作 $DE \parallel BC$ ，

交 AB 于点 D ，交 AC 于 E 。问图中哪些三角形是等腰三角形？

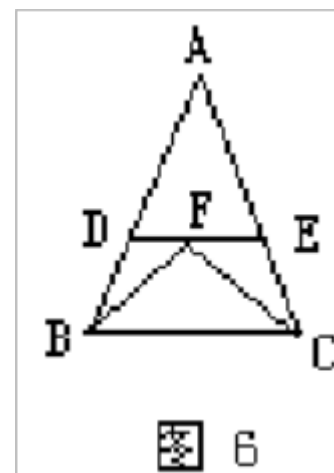
(2) 上题中，若去掉条件 $AB=AC$ ，其他条件不变，图 6 中还有等腰三角形吗？

练习：P53 练习 1、2、3。

IV 课堂小结

1. 判定一个三角形是等腰三角形有几种方法？
2. 判定一个三角形是等边三角形有几种方法？
3. 等腰三角形的性质定理与判定定理有何关系？
4. 现在证明线段相等问题，一般应从几方面考虑？

V 布置作业：P56 页习题 12.3 第 5、6 题



12.3.2 等边三角形（一）

教学目的：

1. 使学生熟练地运用等腰三角形的性质求等腰三角形内角的角度。
2. 熟识等边三角形的性质及判定。

教学重点：等腰三角形的性质及其应用。

教学难点：简洁的逻辑推理。

教学过程

一、复习巩固

1. 叙述等腰三角形的性质，它是怎么得到的？

等腰三角形的两个底角相等，也可以简称“等边对等角”。把等腰三角形对折，折叠两部分是互相重合的，即 AB 与 AC 重合，点 B 与点 C 重合，线段 BD 与 CD 也重合，所以 $\angle B = \angle C$ 。

等腰三角形的顶角平分线，底边上的中线和底边上的高线互相重合，简称“三线合一”。由于 AD 为等腰三角形的对称轴，所以 $BD = CD$ ， AD 为底边上的中线； $\angle BAD = \angle CAD$ ， AD 为顶角平分线， $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ， AD 又为底边上的高，因此“三线合一”。

2. 若等腰三角形的两边长为 3 和 4，则其周长为多少？

二、新课

在等腰三角形中，有一种特殊的情况，就是底边与腰相等，这时，三角形三边都相等。我们把三条边都相等的三角形叫做等边三角形。

等边三角形具有什么性质呢？

1. 请同学们画一个等边三角形，用量角器量出各个内角的度数，并提出猜想。
2. 你能否用已知的知识，通过推理得到你的猜想是正确的？

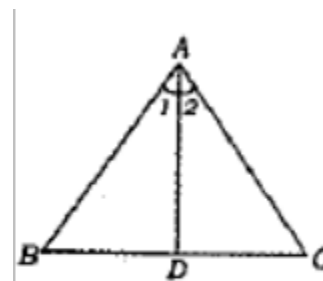
等边三角形是特殊的等腰三角形，由等腰三角形等边对等角的性质得到 $\angle A = \angle B = \angle C$ ，又由 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，从而推出 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ 。

3. 上面的条件和结论如何叙述？

等边三角形的各角都相等，并且每一个角都等于 60° 。

等边三角形是轴对称图形吗？如果是，有几条对称轴？

等边三角形也称为正三角形。



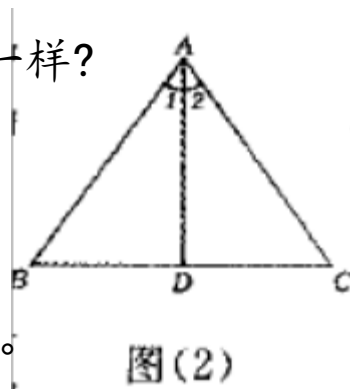
图(1)

例 1. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 BC 边上的中点， $\angle B = 30^\circ$ ，求 $\angle 1$ 和 $\angle ADC$ 的度数。

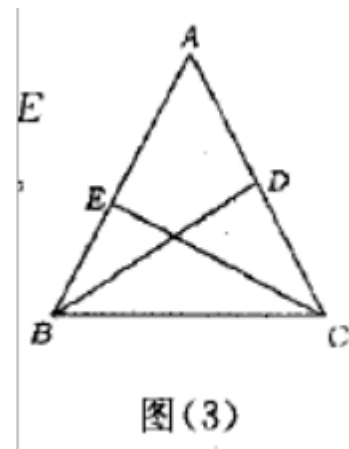
分析：由 $AB = AC$ ， D 为 BC 的中点，可知 AD 为 BC 底边上的中线，由“三线合一”可知 AD 是 $\triangle ABC$ 的顶角平分线，底边上的高，从而 $\angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle 1 = \angle BAC$ ，由于 $\angle C = \angle B = 30^\circ$ ， $\angle BAC$ 可求，所以 $\angle 1$ 可求。

问题 1：本题若将 D 是 BC 边上的中点这一条件改为 AD 为等腰三角形顶角平分线或底边 BC 上的高线，其它条件不变，计算的结果是否一样？

问题 2：求 $\angle 1$ 是否还有其它方法？



图(2)



图(3)

三、练习巩固

1. 判断下列命题，对的打“√”，错的打“×”。
 - a. 等腰三角形的角平分线，中线和高互相重合（ ）
 - b. 有一个角是 60° 的等腰三角形，其它两个内角也为 60° （ ）
2. 如图 (2)，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = AC$ ， AD 为 $\angle BAC$ 的平分线，且 $\angle 2 = 25^\circ$ ，求 $\angle ADB$ 和 $\angle B$ 的度数。
3. P54 练习 1、2。

四、小结

由等腰三角形的性质可以推出等边三角形的各角相等，且都为 60° 。“三线合一”性质在实际应用中，只要推出其中一个结论成立，其他两个结论一样成立，所以关键是寻找其中一个结论成立的条件。

五、作业：1. 课本 P57 第 7, 9 题。

2. 补充：如图 (3)， $\triangle ABC$ 是等边三角形， BD 、 CE 是中线，求 $\angle CBD$ ， $\angle BOE$ ， $\angle BOC$ ， $\angle EOD$ 的度数。

12. 3. 2 等边三角形 (二)

教学目标:

1. 掌握等边三角形的性质和判定方法.
2. 培养分析问题、解决问题的能力.

教学重点: 等边三角形的性质和判定方法.

教学难点: 等边三角形性质的应用

教学过程:

I 创设情境, 提出问题

回顾上节课讲过的等边三角形的有关知识

1. 等边三角形是轴对称图形, 它有三条对称轴.
2. 等边三角形每一个角相等, 都等于 60° .
3. 三个角都相等的三角形是等边三角形.
4. 有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形.

其中 1、2 是等边三角形的性质; 3、4 的等边三角形的判断方法.

II 例题与练习

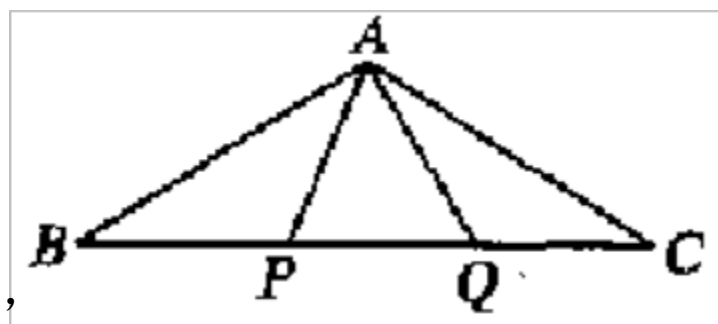
1. $\triangle ABC$ 是等边三角形, 以下三种方法分别得到的 $\triangle ADE$ 都是等边三角形吗, 为什么?

①在边 AB 、 AC 上分别截取 $AD=AE$.

②作 $\angle ADE=60^\circ$, D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上.

③过边 AB 上 D 点作 $DE \parallel BC$, 交边 AC 于 E 点.

2. 已知: 如右图, P 、 Q 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的两点, 并且 $PB=PQ=QC=AP=AQ$. 求 $\angle BAC$ 的大小.



分析: 由已知显然可知三角形 APQ 是等边三角形, 每个角都是 60° . 又知 $\triangle APB$ 与 $\triangle AQC$ 都是等腰三角形, 两底角相等, 由三角形外角性质即可推得 $\angle PAB=30^\circ$.

III 课堂小结: 1. 等腰三角形和性质; 等腰三角形的条件

V 布置作业: 1. P58 页习题 12. 3 第 II 题.

2. 已知等边 $\triangle ABC$, 求平面内一点 P , 满足 A, B, C, P 四点中的任意三点连线都构成等腰三角形. 这样的点有多少个?

13.1 平方根

教学目标：

- 1、了解数的算术平方根及平方根的概念，并会用符号表示；
- 2、理解平方与开方之间是互为逆运算的关系，会用计算器求一些正数的算术平方根

教学重点：

了解数的算术平方根及平方根的概念，会求某些非负数的平方根，会用根号表示一个数的平方根

教学难点：

对 $\sqrt{a}$ 大小的估算及如何理解 $\sqrt{a}$ 是非负数以及被开方数 a 是非负数；正确区分算术平方根与平方根

教学过程：

一、创设情景，导入新课

请同学们欣赏本节导图，并回答问题，学校要举行金秋美术作品比赛，小欧很高兴，他想裁出一块面积为 25dm^2 的正方形画布，画上自己的得意之作参加比赛，这块正方形画布的边长应取多少 dm ？如果这块画布的面积是 12dm^2 ？

这个问题实际上是已知一个正数的平方，求这个正数的问题（引入新课）

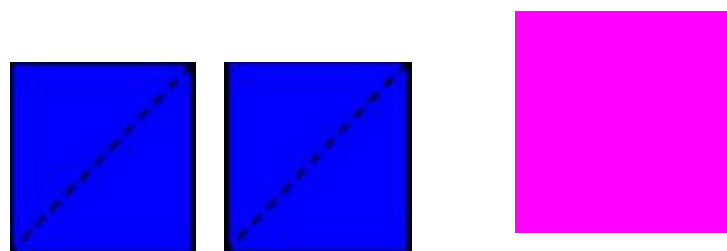
二、合作交流，解读探究

讨论：1、什么样的运算是平方运算？ 2、你还记得 $1\sim 20$ 之间整数的平方吗？

自主探索：让学生独立看书，自学教材

总结：一般地，如果一个正数 x 的平方为 a ，即 $x^2 = a$ ，那么正数 x 叫做 a 的算术平方根，记为 $\sqrt{a}$ ，读作根号 a ，其中 a 叫做被开方数。 另外： 0 的算术平方根是 0

探究：怎样用两个面积为 1 的正方形拼成一个面积为 2 的大正方形



把两个小正方形沿对角剪开，将所得的四个直角形拼在一起，就的到一个面积为 2 的大正方形。

设大正方形的边长为 x ，则 $x^2 = 2$ ； 由算术平方根的意义， $x = \sqrt{2}$

即大正方形的边长为 $\sqrt{2}$ 。 讨论： $\sqrt{2}$ 有多大呢？

思考：你能举些象 $\sqrt{2}$ 这样的无限不循环小数吗？

三、应用迁移，巩固提高

例 1 求下列各数的算术平方根

(1) 100 (2) $\frac{49}{64}$ (3) 0.0001 (4) 0 (5) $2\frac{1}{4}$

点拨：由一个数的算术平方根的定义出发来解决问题

思考：-4 有算术平方根吗？

备选例题：要使代数式 $\frac{\sqrt{x-2}}{3}$ 有意义，则 x 的取值范围是()

- A. $x \neq 2$ B. $x \geq 2$ C. $x > 2$ D. $x \leq 2$

四、总结反思，拓展升华

- 1、算术平方根的定义和性质；
- 2、用计算器求一个正数的算术平方根

拓展：已知 $2a-1$ 的算术平方根是 3， $3a+b-1$ 的算术平方根是 4， c 是 $\sqrt{13}$ 的整数部分，求 $a+2b-c$ 的算术平方根

五、课堂跟踪反馈

- 1、非负数 a 的算术平方根表示为____，225 的算术平方根是____，0 的算术平方根是____
- 2、 $\sqrt{81} = \underline{\hspace{1cm}}$, $\sqrt{\frac{16}{25}} = \underline{\hspace{1cm}}$, $-\sqrt{\frac{121}{81}} = \underline{\hspace{1cm}}$
- 3、 $\sqrt{16}$ 的算术平方根是____， $|-0.64|$ 的算术平方根____
- 4、若 x 是 49 的算术平方根，则 $x = (\quad)$
A. 7 B. -7 C. 49 D. -49
- 5、若 $\sqrt{x-4} = 7$ ，则 x 的算术平方根是()
A. 49 B. 53 C. 7 D. $\sqrt{53}$.
- 6、若 $|x-1| + (y+3)^2 + \sqrt{x+y+z} = 0$ ，求 x, y, z 的值。
- 7、若 a 是 $\sqrt{30}$ 的整数部分， b 是 $\sqrt{30}$ 的小数部分，试确定 a, b 的值。
- 8、一个自然数的算术平方根为 a ，那么与这个自然数相邻的下一个自然数的算术平方根是____

13.2 立方根

教学目标： 了解立方根的概念，会用符号表示一个数的立方根

教学重点：

了解立方根的概念，用立方运算求某些数的立方根； $(\sqrt[3]{a})^3 = a$ ，会用计算器求某些数的立方根

教学难点： 明确平方根与立方根的区别，能熟练地求某些数的立方根

一、创设情景，导入新课

出示一个正方体纸盒，提出问题，如果这个正方体的体积为 216 cm^3 ，那么它每条棱长是多少？

二、合作交流，解读探究

观察 由以上问题，有 $x^3 = 216$ ，即要求一个数，使它的立方等于 216，通过分析，有 $6^3 = 216$ ，那么 6 就是这个正方体的棱长

归纳 如果一个数的立方等于 a ，这个数叫做 a 的立方根（也叫做三次方根），即如果 $x^3 = a$ ，那么 x 叫做 a 的立方根

探究 根据立方根的意义填空，看看正数、0、负数的立方根各有什么特点？

因为 $2^3 = 8$ ，所以 8 的立方根是（ 2 ）

因为 $(0.5)^3 = 0.125$ ，所以 0.125 的立方根是（ 0.5 ）

因为 $(0)^3 = 0$ ，所以 0 的立方根是（ 0 ）

因为 $(-2)^3 = -8$ ，所以 -8 的立方根是（ -2 ）

因为 $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}$ ，所以 $-\frac{8}{27}$ 的立方根是（ $-\frac{2}{3}$ ）

【总结归纳】

一个正数有一个正的立方根
0 有一个立方根，是它本身
一个负数有一个负的立方根
任何数都有唯一的立方根

【类比思考】 平方根的表达我们已经很清楚了，那么立方根又该如何表示呢？

【探究说明】 一个数 a 的立方根，记作 $\sqrt[3]{a}$ ，读作：“三次根号 a ”，其中 a 叫被开方数，3 叫根指数，不能省略，若省略表示平方。例如： $\sqrt[3]{27}$ 表示 27 的立方根， $\sqrt[3]{27} = 3$ ； $\sqrt[3]{-27}$ 表示 -27 的立方根， $\sqrt[3]{-27} = -3$

【探究】 因为 $\sqrt[3]{-8} = \underline{\quad}$ ， $-\sqrt[3]{8} = \underline{\quad}$ ，所以 $\sqrt[3]{-8} = \underline{\quad} -\sqrt[3]{8}$

因为 $\sqrt[3]{-27} = \underline{\hspace{1cm}}$, $-\sqrt[3]{27} = \underline{\hspace{1cm}}$, 所以 $\sqrt[3]{-27} = \underline{\hspace{1cm}} -\sqrt[3]{27}$

例：求 -5 的立方根（保留三个有效数字）

$\sqrt[3]{\hspace{1cm}}$ $\rightarrow$ 被开方数 $\rightarrow = \rightarrow 1.709975947$

所以 $\sqrt[3]{-5} \approx -1.71$

三、应用迁移，巩固提高

例 1 求下列各数的立方根

- (1) -8 (2) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$ (3) ± 125 (4) 81×9 (5) -10^{-6} (6) $\sqrt[3]{\frac{3^3}{8}}$

例 2 计算

- (1) $\sqrt[3]{64}$ (2) $\sqrt[3]{-125}$ (3) $-\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}$ (4) $-\sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$ (5) $\sqrt[3]{-0.064}$

例 3 张叔叔有棱长为 40.25cm 的两个正方体纸箱中装满了大米，他将这两箱大米都倒入了另一个新的正方体木箱中，结果正好装满，那么这个新的正方体木箱的棱长大约是多少？（结果精确到 0.01cm ）

例 4 解方程： (1) $x^3 = 0.125$ (2) $3(x-4)^3 - 1536 = 0$

备选例题 $y = \sqrt[3]{x-1} + \frac{1}{2x-4}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$ B. $x \neq 2$ C. $x > 1$ 且 $x \neq 2$ D. 全体实数

四、总结反思，拓展升华

小结 1、立方根的概念和性质； 2、立方根与平方根的异同比较

五、课堂跟踪反馈

1、当 $x \geq 0$ 时， $\sqrt{4x}$ 有意义；当 x 为一切实数时， $\sqrt[3]{4x}$ 有意义

2、 $-\sqrt{64}$ 的立方根是 $\underline{-2}$ ， $\sqrt[3]{(-8)^2}$ 的平方根是 $\underline{\pm 2}$ ， $\sqrt[3]{-512}$ 的立方根是 $\underline{-2}$

3、 -8 的立方根与 $\sqrt{81}$ 的一个平方根的和等于 $\underline{1 \text{ 或 } -5}$

4、一个自然数的算术平方根是 a ，那么与这个自然数相邻的下一个自然数的平方根是 $\underline{\pm\sqrt{a^2+1}}$ ，立方根是 $\underline{\sqrt[3]{a^2+1}}$

5、解下列方程

- (1) $x^3 = 512$ (2) $64x^3 - 125 = 0$ (3) $(x-1)^3 = -216$

6、已知 $\sqrt{x} = 4$ ，且 $(y - \sqrt{x})^2 + \sqrt{z-3} = 0$ ，求 $x + y - z^3$ 的值

13.3 实数

教学目标： 了解无理数和实数的概念，知道实数和数轴上的点一一对应，能估算无理数的大小；了解实数的运算法则及运算律，会进行实数的运算，会用计算器进行实数的运算

教学重点： 实数的意义和实数的分类；实数的运算法则及运算律

教学难点： 体会数轴上的点与实数是一一对应的；准确地进行实数范围内的运算

一、创设情景，导入新课 （略）

二、合作交流，解读探究

探究 使用计算器计算，把下列有理数写成小数的形式，你有什么发现？

3 , $-\frac{3}{5}$, $\frac{47}{8}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{11}{9}$, $\frac{5}{9}$

我们发现，上面的有理数都可以写成有限小数或者无限循环小数的形式，即

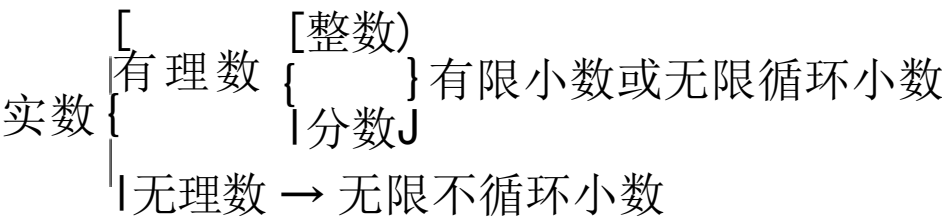
$3=3.0$, $-\frac{3}{5}=-0.6$, $\frac{47}{8}=5.875$, $\frac{9}{11}=0.\overline{81}$, $\frac{11}{9}=1.\overline{2}$, $\frac{5}{9}=0.\overline{5}$

归纳 任何一个有理数都可以写成有限小数或无限循环小数的形式。反过来，任何有限小数或无限循环小数也都是有理数

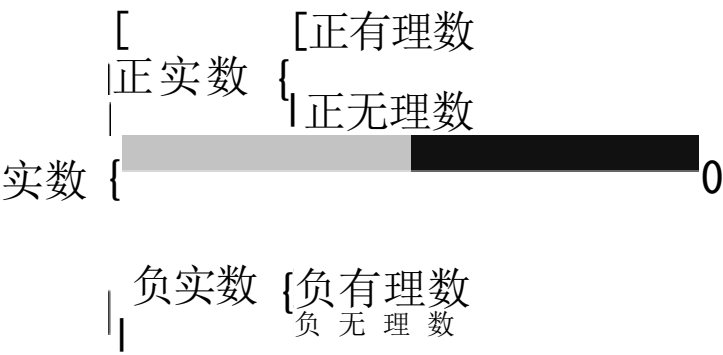
观察 通过前面的探讨和学习，我们知道，很多数的平方根和立方根都是无限不循环小数，无限不循环小数又叫无理数， $\pi=3.14159265\cdots$ 也是无理数

结论 有理数和无理数统称为实数

试一试 把实数分类



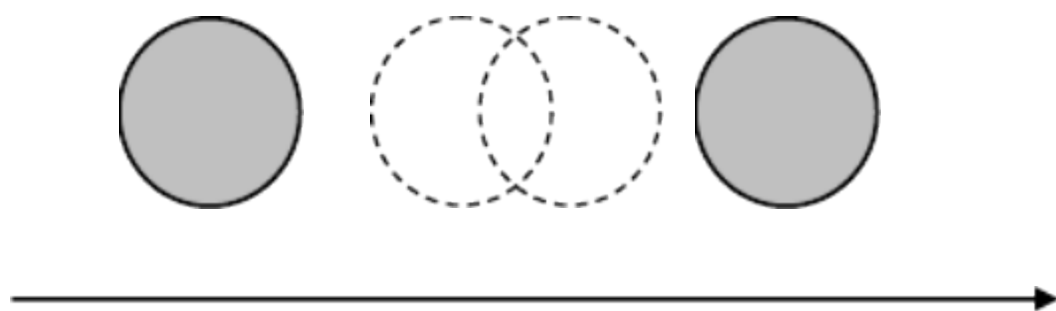
像有理数一样，无理数也有正负之分。例如 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, π 是正无理数， $-\sqrt{2}$, $-\sqrt[3]{3}$, $-\pi$ 是负无理数。由于非 0 有理数和无理数都有正负之分，所以实数也可以这样分类：



我们知道，每个有理数都可以用数轴上的点来表示。无理数是否也可以用数轴上的点来表示呢？

探究 如图所示，直径为 1 个单位长度的圆从原点沿数轴向右滚动一周，圆上的一点由原

点到达点 O' ，点 O' 的坐标是多少？



总结 1、事实上，每一个无理数都可以用数轴上的一个点表示出来，这就是说，数轴上的点有些表示有理数，有些表示无理数

当从有理数扩充到实数以后，实数与数轴上的点就是一一对应的，即每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示；反过来，数轴上的每一个点都是表示一个实数

1、与有理数一样，对于数轴上的任意两个点，右边的点所表示的实数总比左边的点表示的实数大

讨论 当数从有理数扩充到实数以后，有理数关于相反数和绝对值的意义同样适合于实数吗？

总结 数 a 的相反数是 $-a$ ，这里 a 表示任意一个实数。一个正实数的绝对值是本身；一个

负实数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0

三、应用迁移，巩固提高

例 1 把下列各数分别填入相应的集合里：

$$\sqrt{8}, \sqrt{3}, -3.141, \frac{\pi}{3}, \frac{22}{7}, -\frac{7}{8}, -\sqrt{2}, 0.1010010001L, 1.414, -0.020202L, -\sqrt{7}$$

四、总结反思，拓展升华

小结 1、什么叫做无理数？

2、什么叫做有理数？

2、有理数和数轴上的点一一对应吗？

3、无理数和数轴上的点一一对应吗？

4、实数和数轴上的点一一对应吗？

五、课堂跟踪反馈

1、下列各数中，是无理数的是()

A. -1.732

B. 1.414

C. $\sqrt{3}$

D. 3.14

2、已知四个命题，正确的有()

(1)有理数与无理数之和是无理数 (2)有理数与无理数之积是无理数

(3)无理数与无理数之积是无理数 (4)无理数与无理数之积是无理数

s/km					
------	--	--	--	--	--

新课：

问题：（1）每张电影票的售价为 10 元，如果早场售出票 150 张，日场售出票 205 张，晚场售出票 310 张，三场电影的票房收入各多少元？设一场电影售出票 x 张，票房收入为 y 元，怎样用含 x 的式子表示 y ？

（2）在一根弹簧的下端悬挂中重物，改变并记录重物的质量，观察并记录弹簧长度的变化规律，如果弹簧原长 10cm，每 1kg 重物使弹簧伸长 0.5cm，怎样用含重物质量 m (单位：kg) 的式子表示受力后弹簧长度 l （单位：cm）？

（3）要画一个面积为 10cm^2 的圆，圆的半径应取多少？圆的面积为 20cm^2 呢？怎样用含圆面积 S 的式子表示圆的半径 r ？

（4）用 10m 长的绳子围成长方形，试改变长方形的长度，观察长方形的面积怎样变化。记录不同的长方形的长度值，计算相应的长方形面积的值，探索它们的变化规律，设长方形的长为 $x\text{m}$ ，面积为 $S\text{m}^2$ ，怎样用含 x 的式子表示 S ？

在一个变化过程中，我们称数值发生变化的量为变量 (variable) . 数值始终不变的量为常量。

指出上述问题中的变量和常量。

范例：写出下列各问题中所满足的关系式，并指出各个关系式中，哪些量是变量，哪些量是常量？

（1）用总长为 60m 的篱笆围成矩形场地，求矩形的面积 S (m^2) 与一边长 x (m) 之间的关系式；

（2）购买单价是 0.4 元的铅笔，总金额 y (元) 与购买的铅笔的数量 n (支) 的关系；

（3）运动员在 4000m 一圈的跑道上训练，他跑一圈所用的时间 t (s) 与跑步的速度 v (m/s) 的关系；

（4）银行规定：五年期存款的年利率为 2.79%, 则某人存入 x 元本金与所得的本息和 y (元) 之间的关系。

活动：1. 分别指出下列各式中的常量与变量.

(1) 圆的面积公式 $S= \pi r^2$ ；

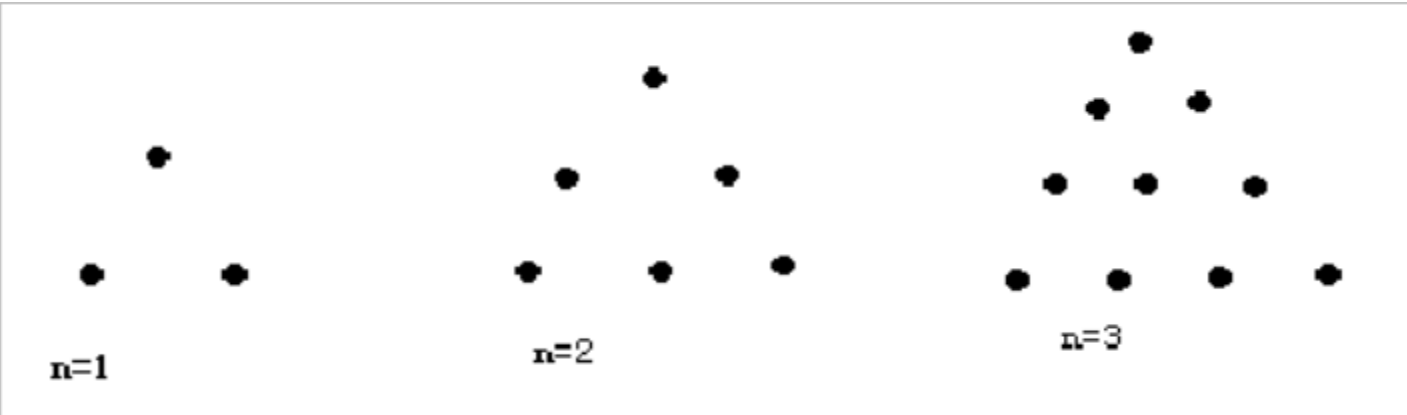
(2) 正方形的 $l=4a$ ；

(3) 大米的单价为 2.50 元/千克，则购买的大米的数量 x (kg) 与金额与金额 y 的关系为 $y=2.5x$.

2. 写出下列问题的关系式，并指出不、常量和变量.

(1) 某种活期储蓄的月利率为 0.16%, 存入 10000 元本金, 按国家规定, 取款时, 应缴纳利息部分的 20%的利息税, 求这种活期储蓄扣除利息税后实得的本息和 y (元)与所存月数 x 之间的关系式.

(2) 如图, 每个图中是由若干个盆花组成的图案, 每条边(包括两个顶点)有 n 盆花, 每个图案的花盆总数是 S , 求 S 与 n 之间的关系式.



思考: 怎样列变量之间的关系式?

小结: 变量与常量

作业: 阅读教材 5 页, 11.1.2 函数

14.1.2 函数

教学目标:

- 1、理解函数的概念, 能准确识别出函数关系中的自变量和函数
- 2、会用变化的量描述事物
- 3、回用运动的观点观察事物, 分析事物

教学重点: 函数的概念

教学难点: 函数的概念

教学媒体: 多媒体电脑, 计算器

教学说明: 注意区分函数与非函数的关系, 学会确定自变量的取值范围

教学设计:

引入:

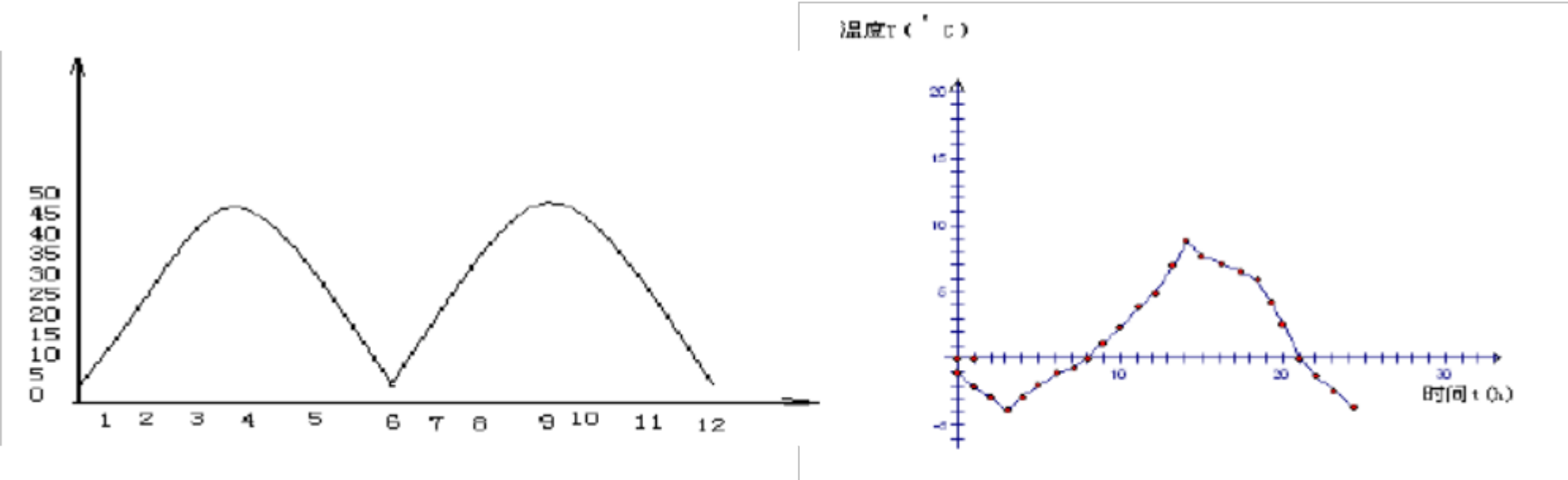
信息 1: 小明在 14 岁生日时, 看到他爸爸为他记录的以前各年周岁时体重数值表, 你能看出小明各周岁时体重是如何变化的吗?

周岁	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----	----

体 重	9.3	11.8	13.5	15.4	16.7	18.0	19.6	21.5	23.2	25	27.6	30.2	32.5
(kg)													

信息 2：当你坐在摩天轮上时，随着旋转时间 t (min) 与你离开地面的高度 h (m) 之间的关系如图，你能填写下表吗？

时间 /min	0	1	2	3	4	5
高度/m						



新课：

问题：(1) 如图是某日的气温变化图。

- ① 这张图告诉我们哪些信息？
- ② 这张图是怎样来展示这天各时刻的温度和刻画这铁的气温变化规律的？

(2) 收音机上的刻度盘的波长和频率分别是用米 (m) 和赫兹 (KHz) 为单位标刻的，下表中是一些对应的数：

波长 l (m)	300	500	600	1000	1500
频率 f (KHz)	1000	600	500	300	200

- a、这表告诉我们哪些信息？
- b、这张表是怎样刻画波长和频率之间的变化规律的，你能用一个表达式表示出来吗？

一般的，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 和 y ，并且对于 x 的每一个确定的值， y 都有惟一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量， y 是 x 的函数。如果当 $x=a$ 时， $y=b$ ，那么 b 叫做当自变量的值为 a 时的函数值。

