学校：___________ 姓名：___________ 班级：___________ 考号：___________

保密★启用前

广东省茂名市高州市2024届高三下学期适应性考试数学试题

副标题

考试时间：**分钟　满分：**分

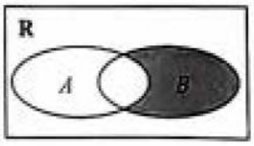
注意事项：

1、填写答题卡的内容用2B铅笔填写

2、提前 xx 分钟收取答题卡

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．（共8题）

1．已知集合 $A=\{x||x-2|\geq 1\}$ ，$B=\{x|2\leq x<4\}$ ，则图中阴影部分表示的集合是( )



A．$\{x|1<x<2\}$　　B．$\{x|2\leq x<3\}$　　C．$\{x|1\leq x<4\}$　　D．$\{x|2<x\leq 4\}$

2．若复数 $(1-3i)z=3-i$ （i 为虚数单位），则 $|z|-z$ 在复平面内对应的点位于( )

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_8=4(a_2+a_k)$ ，则 $k=$( )

A．4　　B．6　　C．7　　D．9

4．已知 $a>0$，$b>0$，则下面结论正确的是( )

A．若 $ab=4$ ，则 $a+b\leq 4$

B．若 $a>b$ ，则 $ac^2>bc^2$

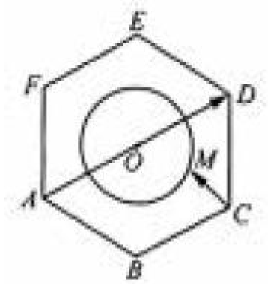
C．若 $a+2b=2$ ，则 2^a+4^b 有最小值4

D．若 $a>b>m>0$ ，则 $\frac{b}{a}>\frac{b+m}{a+m}$

5．双曲线 $\frac{x^2}{a}-\frac{y^2}{a+1}=1$ 的离心率 e 的可能取值为( )

A．$\frac{6}{5}$　　B．$\frac{4}{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．3

6．如图，已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为4，对称中心为 O，以 O 为圆心作半径为2的圆，点 M 为圆 O 上任意一点，则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CM}$ 的取值范围为( )



A. $[-24,16]$　　B. $[0,32]$　　C. $[-32,0]$　　D. $[-12\sqrt{3},0]$

7. 自“ChatGPT ”横空出世，全球科技企业掀起一场研发 AI 大模型的热潮，随着 AI 算力等硬件底座逐步搭建完善， AI 大规模应用成为可能，尤其在图文创意、虚拟数字人以及工业软件领域已出现较为成熟的落地应用．Sigmoid 函数和 Tanh 函数是研究人工智能被广泛使用的 2 种用作神经网络的激活函数，Tanh 函数的解析式为 $tanhx=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ ，经过某次测试得知 $tanhx_0=\frac{3}{5}$ ，则当把变量减半时， $tanh\frac{x_0}{2}=(\ )$

A. $\frac{1}{3}$　　B. 3　　C. 1　　D. $\frac{1}{3}$ 或 3

8. 若正四面体 $P-ABC$ 的棱长为 $2\sqrt{3}$，M 为棱 PA 上的动点，则当三棱锥 $M-ABC$ 的外接球的体积最小时，三棱锥 $M-ABC$ 的体积为( )

A. $\frac{4\sqrt{6}}{3}$　　B. $4\sqrt{2}$　　C. $4\sqrt{3}$　　D. $8\sqrt{3}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分． （共 3 题）

9. 已知函数 $f(x)=sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$ ，对任意实数 x 都有 $f(x)\le\left|f\left(\frac{\pi}{8}\right)\right|$ ，则下列结论正确的是( )

A. $f(x)$ 的最小正周期为 π　　B. $\varphi=\frac{\pi}{4}$

C. 函数 $f(x)$ 的图象关于 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称　　D. $f(x)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 上有一个零点

10. 某社区有甲、乙两队社区服务小组，其中甲队有 3 位男士、2 位女士，乙队有 2 位男士、3 位女士．现从甲队中随机抽取一人派往乙队，分别以事件 A_1 和 A_2 表示从甲队中随机抽取一

人抽到的是男士和女士；以事件 B 表示从乙队（甲队已经抽取一人派往乙队）中随机抽取一人抽到的是男士，则( )

A. $P(A_1A_2)=0$　　B. $P(B|A_1)=\frac{1}{2}$

C. $P(B)=\frac{13}{30}$　　D. $P(A_2|B)=\frac{9}{16}$

11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 **R**，$f(x+y)-f(x-y)=f\left(x+\frac{3}{2}\right)f\left(y+\frac{3}{2}\right)$，$f(0)\neq 0$，则( )

A. $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$　　B. 函数 $f(x)$ 是奇函数

C. $f(0)=-2$　　D. $f(x)$ 的一个周期为 3

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．（共 3 题）

12. 二项式 $\left(2x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4$ 的展开式中的常数项为__________.

13. 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是正方形，$AB=4$，$AA_1=4\sqrt{2}$，点 B_1 在底面 $ABCD$ 的射影为 BC 中点 H，则直线 AD_1 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为__________.

14. 已知 a，b，c 为 $\triangle ABC$ 的三边长 $(a<b)$，且 a，b 为函数 $f(x)=ax^2-bx+c$ 的两个零点，若 $M>a+b-c$ 恒成立，则 M 的取值范围是__________.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤．（共 5 题）

15. 在 $\triangle ABC$ 中，A，B，C 分别为边 a，b，c 所对的角，且满足 $a+\frac{c}{2}+b\cos(A+B)=0$ ．

（1）求 $\angle B$ 的大小；

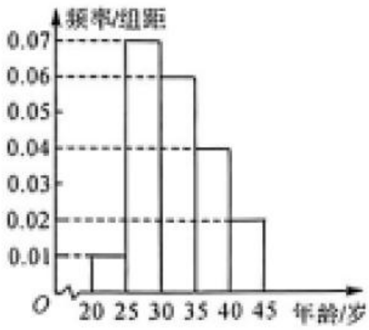
（2）$\angle A$ 的角平分线 AD 交 BC 边于 D，向量 $\overrightarrow{BA}$ 在 $\overrightarrow{BD}$ 上的投影向量为 $-2\overrightarrow{BD}$，$|BD|=1$，求 $|AC|$.

16. 已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ ．

（1）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(e,f(e))$ 处的切线方程；

（2）当 $x\geq 1$ 时，$xf(x)\leq a(x^2-1)$，求 a 的取值范围.

17．《中华人民共和国爱国主义教育法》已于2024年1月1日起施行．该法以法治方式推动和保障新时代爱国主义教育，对于传承和弘扬民族精神，凝聚力量，推进强国建设、民族复兴，意义重大而深远．某社区为了了解社区居民对《中华人民共和国爱国主义教育法》的了解，针对社区居民举办了一次关于《中华人民共和国爱国主义教育法》的知识竞赛，满分100分（95分及以上为优秀），结果认知程度高的有20人，按年龄分成5组，其中第一组：$[20,25)$，第二组：$[25,30)$，第三组：$[30,35)$，第四组：$[35,40)$，第五组：$[40,45]$，得到如图所示的频率分布直方图．



（1）根据频率分布直方图，估计这20人的年龄的第74百分位数；

（2）在第四组和第五组中随机抽取3人，记这3人中年龄在第四组中的人数为X，求X的分布列和数学期望；

（3）若第二组社区居民的年龄的平均数与方差分别为26和2，第三组社区居民的年龄的平均数与方差分别为32.5和3.75，求这20人中年龄在区间$[25,35)$上的所有人的年龄的方差．

18. 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右顶点$A$和上顶点为$B$关于直线$4x-2\sqrt{3}y-1=0$对称．

（1）求椭圆C的标准方程；

（2）点P，Q为椭圆C上两个动点，直线AP，AQ的斜率之积为$-\dfrac{1}{4}$，$BD\perp PQ$，D为垂足，求$|AD|$的最小值．

19．已知集合$A=\{a_1,a_2,a_3\cdots a_n\}\subseteq \mathrm{N}^*$，其中$n\in \mathrm{N}$且$n\geq 3$，$a_1<a_2<a_3<\cdots<a_n$，若对任意的$x$，$y\in A(x\neq y)$，都有$|x-y|\geq \dfrac{xy}{k}$，则称集合$A$具有性质$M_k$．

（1）集合$A=\{1,2,4,m\}$具有性质M_5，求m的最小值；

（2）已知 A 具有性质 M_{20}，求证：$\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_n}\geq\frac{n-1}{20}$；

（3）已知 A 具有性质 M_{20}，求集合 A 中元素个数的最大值，并说明理由.

保密★启用前

【答案区】

1. 【答案】B

【解析】【解答】解：$\because A=\{x||x-2|\geq 1\}=\{x|x\leq 1或x\geq 3\}$ ，

$\therefore \complement_{R}A=\{x|1<x<3\}$ ，

图中阴影部分表示的集合是$(\complement_{R}A)\cap B$ ，

$\therefore (\complement_{R}A)\cap B=\{x|2\leq x<3\}$.

故答案为：B.

【分析】化简集合 A ， 根据集合的运算求解.

2. 【答案】D

【解析】【解答】解：由题得$z=\dfrac{3-i}{1-3i}=\dfrac{(3-i)(1+3i)}{10}=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}i$ ，

$\therefore |z|=1$ ， $|z|-z=\dfrac{2}{5}-\dfrac{4}{5}i$.

故答案为：D.

【分析】求出$|z|$ ， 化简复数$|z|-z$ ， 利用复数的几何意义可得出结论.

3. 【答案】C

【解析】【解答】解：设公差为$d(d\neq 0)$ ，

$\because S_8=\dfrac{(a_1+a_7)\times 8}{2}=4(a_1+a_8)=4(a_2+a_k)$ ，

$\therefore a_1+a_8=a_2+a_k$ ， $\therefore a_k=a_1+6d=a_7$ ， $\therefore k=7$.

故答案为：C.

【分析】根据等差数列的前 n 项和公式结合等差数列的性质即可得解.

4. 【答案】C

【解析】【解答】解：因为$a>0$ ， $b>0$，

对于选项 A：若 $ab=4$ ， 则 $a+b\geq 2\sqrt{ab}=4$ ， 当且仅当 $a=b=2$ 时取等号，A 错误；

对于选项 B：当 $c=0$ 时，式子不成立，B 错误；

对于选项 C：若 $a+2b=2$ ， 则 $2^a+4^b\geq 2\sqrt{2^a\cdot 2^{2b}}=2\sqrt{2^{a+2b}}=4$ ，

当且仅当 $a=2b=1$ 时取等号，C 正确；

对于选项D：因为$a>b>m>0$，且$\frac{b}{a}-\frac{b+m}{a+m}=\frac{m(b-a)}{a(a+m)}<0$，所以$\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$，

故D错误.

故答案为：C.

【分析】对于A. 利用基本不等式求解判断；对于B. 取$c=0$判断；对于C. 利用基本不等式结合指数运算求解判断；对于D. 利用作差法比较.

5．【答案】D

【解析】【解答】解：由$a(a+1)>0$，得到$a>0$或$a<-1$，

当$a>0$时，$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{a+1}{a}}=\sqrt{2+\frac{1}{a}}>\sqrt{2}$，

当$a<-1$，双曲线$\frac{y^2}{-a-1}-\frac{x^2}{-a}=1$，

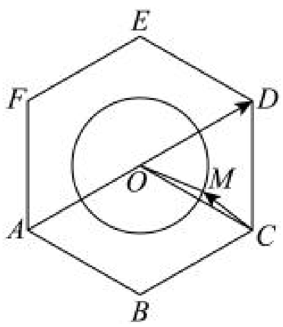
$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{1+\frac{-a}{-a-1}}=\sqrt{2-\frac{1}{a+1}}>\sqrt{2}$，所以$e>\sqrt{2}$，

故答案为：D.

【分析】根据曲线为双曲线，由$a(a+1)>0$求得a的范围求解.

6．【答案】C

【解析】【解答】解：连接OM，OC如图所示：



设$\langle\overrightarrow{AD},\overrightarrow{OM}\rangle=\theta$，依题意，$AD=8$，$OC=4$，$\langle\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{OC}\rangle=\frac{\pi}{3}$，

则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AD}\cdot(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OC})=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{OC}=8\times2cos\theta-8\times4cos\frac{\pi}{3}$

$=16cos\theta-16$，

由$\theta\in[0,\pi]$，得$-1\le cos\theta\le1$，所以$-32\le\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CM}\le0$.

故答案为：C.

【分析】根据给定的图形，利用数量积的运算律及定义求解即得.

7. 【答案】A

【解析】【解答】解：$\because tanhx=\dfrac{e^{x_0}-e^{-x_0}}{e^{x_0}+e^{-x_0}}=\dfrac{3}{5}$ ，

$\therefore e^{2x_0}=4$ ， $e^{x_0}=2$ ， $e^{x_0}=-2$ （舍）.

$\because tanh\dfrac{x_0}{2}=\dfrac{e^{\frac{x_0}{2}}-e^{-\frac{x_0}{2}}}{e^{\frac{x_0}{2}}+e^{-\frac{x_0}{2}}}=\dfrac{e^{x_0}-1}{e^{x_0}+1}$ ，

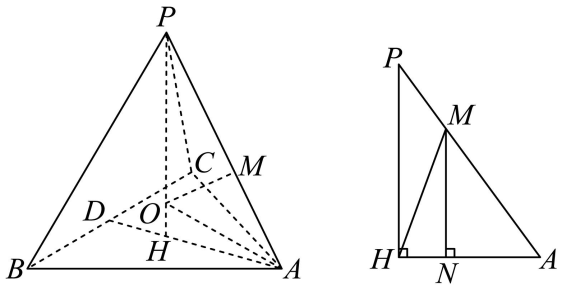
$\therefore tanh\dfrac{x_0}{2}=\dfrac{1}{3}$.

故答案为：A.

【分析】根据题意，由 $tanhx_0=\dfrac{3}{5}$ 得到 $e^{x_0}=2$ 求解.

8. 【答案】A

【解析】【解答】解：如图所示：



在正四面体 $P-ABC$ 中，假设 $PH\perp$ 底面 ABC ， 则点 H 为 $\triangle ABC$ 外心.

在 PH 上取一点 O ， 满足 $OA=OM$ ， 则 O 为三棱锥 $M-ABC$ 的外接球球心.

$\therefore$ 当 OA 取得最小值时，OM 最小，三棱锥 $M-ABC$ 的外接球体积最小，此时点 O 与点 H 重合.

作 $MN\perp AH$ ， 垂足为 N ， $\therefore MN//PH$ ，

$\therefore MN$ 为三棱锥 $M-ABC$ 的高.

由正四面体 $P-ABC$ 的棱长为 $2\sqrt{3}$ ， 易知 $AH=2=MH$ ，

所以 $PH=\sqrt{PA^2-AH^2}=2\sqrt{2}$ ， $PA=2\sqrt{3}$ ， $AH=2$.

由 $\dfrac{PH}{AH}=\dfrac{MN}{AN}=\sqrt{2}$ ， 设 $AN=x$ ， 则 $MN=\sqrt{2}x$ ， $HN=2-x$.

由 $HM^2=MN^2+HN^2$ ， 得 $2^2=(2-x)^2+\left(\sqrt{2}x\right)^2$ ， 解得 $x=\dfrac{4}{3}$.

$\therefore MN=\frac{4\sqrt{2}}{3}$． $\therefore V_{三棱锥M-ABC}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(2\sqrt{3}\right)^2\times\frac{4\sqrt{2}}{3}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$ ．

故答案为：A.

【分析】首先根据几何性质分析外接球的球心位置，再构造长度的等量关系，即可求解三棱锥的体积.

9．【答案】A,B,D

【解析】【解答】解：选项 A．$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ ． 故 A 正确；

选项 B，易知 $f\left(\frac{\pi}{8}\right)$ 为最大值或最小值，$\therefore x=\frac{\pi}{8}$ 是 $f\left(x\right)$ 的一条对称轴的方程.

$\therefore 2\times\frac{\pi}{8}+\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}$ ， $k\in Z$． $\therefore\varphi=\frac{\pi}{4}+k\pi\left(k\in Z\right)$ ． $\because 0<\varphi<\pi$ ， $\therefore\varphi=\frac{\pi}{4}$ ， 故 B 正确；

选项 C，$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=sin\frac{3}{4}\pi=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ， 不是最值，故 C 错误；

选项 D，当 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ 时， $2x+\frac{\pi}{4}\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right]$ ，

当且仅当 $2x+\frac{\pi}{4}=\pi$ 即 $x=\frac{3\pi}{8}$ 时 $f\left(x\right)=0$ ， 故此区间上 $f\left(x\right)$ 有 1 个零点.

故答案为：ABD.

【分析】首先根据函数的性质求周期，再利用最值求 φ ， 再根据 CD 选项，采用代入的方法，结合函数的性质，即可判断.

10．【答案】A,B,C

【解析】【解答】解：对于 A，依题意，事件 A_1 ， 事件 A_2 不能同时发生，$\therefore P\left(A_1A_2\right)=0$ ，故 A 正确；

对于 B，$P\left(A_1\right)=\frac{3}{5}$ ， $P\left(A_2\right)=\frac{2}{5}$， $P\left(B\mid A_1\right)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ ， 故 B 正确；

对于 C，$P\left(B\mid A_2\right)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ，

$\therefore P\left(B\right)=P\left(A_1\right)P\left(B\mid A_1\right)+P\left(A_2\right)$ $P\left(B\mid A_2\right)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{13}{30}$ ， 故 C 正确；

对于 D，$P\left(A_2\mid B\right)=\frac{P\left(A_2B\right)}{P\left(B\right)}=\frac{\frac{2}{5}\times\frac{2}{6}}{\frac{13}{30}}=\frac{4}{13}$ ， 故 D 错误.