

眼科病床的合理安排

【摘要】

医院住院部的病床安排合理与否对能否提高医院资源有效利用至关重要。本文对某医院眼科住院部的病床合理安排这一实际问题进行了深入的研究。首先，我们利用 *Excel* 软件对题中附录的三部分原始数据进行相关统计与处理，得到平均出院等待时间，据此预测第二部分原始数据中各类病人出院时间。由统计后的一二两部分数据得到门诊总人数、入院总人数、出院总人数。

秩和比（RSR）法是利用秩和比 RSR（Rank-sumratio）进行统计分析的一组方法，能解决多指标综合评价问题。针对问题一，我们挑选反映病床使用情况的四个常用统计指标：病床使用率、病床周转次数、出院病人平均住院日和从入院到手术之间的时间，建立医院科室的病床使用情况评价指标体系，应用秩和比法对科室的病床使用情况进行综合评价。

针对问题二，通过比较各类病人每天门诊总人数、入院总人数、出院总人数，可知从 9 月 10 日起出现床位空余，这就需要我们利用空床位来安排第三部分原始数据的入院时间。因各类型病人入院后的手术时间有一定限制，病人占据床位后并不一定能及时手术，所以只根据 FCFS 规则安排住院是很不合理的。由此，我们利用动态规划模型，建立多目标规划问题：以一周内每天手术多余等待时间最少为目标。利用 *Lingo* 软件的编程求得在该目标下每天应安排的各类病人入院人数，再根据同类病人先进先出的分配原则求得第三部分数据病人入院的时间。由各类病人平均出院等待时间预测得到每位病人出院时间，具体结果见附录 4。继而用问题一中的指标体系作出评价。

针对问题三，可以根据入院人数和等待住院人数，并利用统计回归方法进行预测病人入院时间。

针对问题四，在问题二的基础上，同样建立以一个星期为周期，以手术多余等待时间最少为目标函数的优化模型，由结果可知虽然医院周六、周日不做手术，但仍然可以接受病人入院。

针对问题五，借助多服务台排队系统模型（ $M/M/C$ ），建立使得所有病人在系统内的平均逗留时间（含等待入院及住院时间）最短的病床比例分配模型。

最后本文对模型进行了科学性分析，本模型抓住了病床安排时在保证外伤病人及时住院的基础上使所有病人在系统内的平均等待时间最短，实时性强，具有较强的现实意义。

【关键词】 秩和比法 评价指标体系 动态优化模型 统计回归法

目录

一、问题重述.....	3
1.1 问题背景.....	3
1.2 问题提出.....	3
二、模型假设.....	3
三、符号说明与名词解释.....	4
3.1 符号说明.....	4
3.2 名词解释.....	5
四、问题分析.....	5
4.1 问题一分析.....	5
4.2 问题二分析.....	6
4.3 问题三分析.....	6
4.4 问题四分析.....	6
4.5 问题五分析.....	6
五、模型建立与求解.....	6
5.1 问题一的建模和求解.....	6
5.1.1 编秩(R).....	6
5.1.2 计算秩和比(RSR).....	7
5.1.3 确定RSR的分布, 计算回归方程.....	7
5.2 问题二的建模与求解.....	8
5.2.1 数据处理.....	8
5.2.2 病床安排模型.....	9
5.2.3 模型的求解.....	10
5.2.4 病床安排模型的评价.....	11
5.3 问题三的建模和求解.....	12
5.4 问题四的建模和求解.....	13
5.5 问题五的建模和求解.....	14
5.5.1 统计数据.....	14
5.5.2 平均逗留时间最短的病床比例分配模型.....	14
六、模型评价.....	15
6.1 模型优点.....	16
6.2 模型缺点.....	16
七、参考文献.....	16
八、附录.....	16

一、问题重述

1.1 问题背景

医院就医排队是大家都非常熟悉的现象，它以这样或那样的形式出现在我们面前，例如，患者到门诊就诊、到收费处划价、到药房取药、到注射室打针、等待住院等，往往需要排队等待接受某种服务。

某医院眼科门诊每天开放，住院部共有病床 79 张。该医院眼科手术主要分四大类：白内障、视网膜疾病、青光眼和外伤。白内障手术较简单，而且没有急症。目前该院是每周一、三做白内障手术，此类病人的术前准备时间只需 1、2 天。做两只眼的病人比做一只眼的要多一些，大约占到 60%。如果要做双眼是周一先做一只，周三再做另一只。外伤疾病通常属于急症，病床有空时立即安排住院，住院后第二天便会安排手术。

其他眼科疾病比较复杂，有各种不同情况，但大致住院以后 2-3 天内就可以接受手术，主要是术后的观察时间较长。这类疾病手术时间可根据需要安排，一般不安排在周一、周三。由于急症数量较少，这些眼科疾病可不考虑急症。

该医院眼科手术条件比较充分，在考虑病床安排时可不考虑手术条件的限制，但考虑到手术医生的安排问题，通常情况下白内障手术与其他眼科手术（急症除外）不安排在同一天做。当前该住院部对全体非急症病人是按照 FCFS（First come, First serve）规则安排住院，但等待住院病人队列却越来越长，医院方面希望解决该住院部的病床合理安排问题，以提高对医院资源的有效利用。

1.2 问题提出

问题一：试分析确定合理的评价指标体系，用以评价该问题的病床安排模型的优劣。

问题二：试就该住院部当前的情况，建立合理的病床安排模型，以根据已知的第二天拟出院病人人数来确定第二天应该安排哪些病人住院。并对你们的模型利用问题一中的指标体系作出评价。

问题三：作为病人，自然希望尽早知道自己大约何时能住院。能否根据当时住院病人及等待住院病人的统计情况，在病人门诊时即告知其大致入住时间区间。

问题四：若该住院部周六、周日不安排手术，请你们重新回答问题二，医院的手术时间安排是否应作出相应调整？

问题五：有人从便于管理的角度提出建议，在一般情形下，医院病床安排可采取使各类病人占用病床的比例大致固定的方案，试就此方案，建立使得所有病人在系统内的平均逗留时间（含等待入院及住院时间）最短的病床比例分配模型。

二、模型假设

1. 除外伤外，其他眼科疾病不考虑急诊。
2. 除外伤和白内障（包括单眼和双眼）外，其他眼科疾病不安排在周一、周三手术。
3. 眼科手术条件充分，不考虑手术条件限制。
4. 各类病人占用病床比例大致固定。
5. 来医院就诊的病人不转而选择其他医院。

三、符号说明与名词解释

3.1 符号说明

问题一符号说明	
X_1	病床使用率（%）
X_2	病床周转次数（次）
X_3	病床利用指数
X_4	出院病人平均住院日
X_5	从入院到手术之间的时间
问题二符号说明	
X_{ij}	一周内的第 j 天各类病人入院人数
i	$i=1, 2, 3, 4$ 分别表示外伤，青光眼和视网膜疾病，白内障，白内障（双眼）
j	一周内的第 j 天
M_j	一周内的第 j 天出院人数
N_{ij}	一周内第 j 天前各类病人等待入院人数
N_i	一周内第 j 天前等待入院人数
n_{ij}	一周内第 j 天各类病人门诊人数

Y_j	一周内第 j 天各类疾病手术多余等待时间总和
-------	--------------------------

Y	一周各类疾病手术多余等待时间总和
问题五符号说明	
λ	表示单位时间平均到达的顾客数
μ	表示单位时间能被服务完成的顾客数，称为平均服务率
p_n	系统达到平稳状态后队长 N 的概率分布
L_q	服务系统中的平均排队长度
W_q	病人在系统中排队的平均等待时间
W_s	病人在系统中的平均逗留时间
L_s	系统内的病人平均人数

3.2 名词解释

1. 入院等待时间：病人从就诊到入院这一过程所需等待的时间。

入院等待时间=入院时间-门诊时间

2. 手术等待时间：病人从入院到手术这一过程所需等待的时间。

出院等待时间=手术时间-出院时间

3. 出院等待时间：病人从手术到出院这一过程所需等待的时间。

出院等待时间=出院时间-手术时间

4. 逗留时间：病人从就诊到出院整个过程所需花费的时间。

逗留时间=入院等待时间+手术等待时间+出院等待时间

四、 问题分析

4.1 问题一分析

秩和比（RSR）法是利用秩和比RSR（Rank-sum ratio）进行统计分析的一组方法。RSR是一个内涵较为丰富的综合性指标，具有0—1连续变量的特征，它以非参数分析方法为基础，通过指标数（列）、分组数（行）作秩的转换，再运用参数分析的概念和方法研究RSR的分布，解决多指标综合评价问题。

各种病情类型的

病床使用情况是反映医院工作质量和管理效益的重要内容之一,本文挑选反映病床使用情况的四个常用统计指标:病床使用率、病床周转次数、出院病人平均住院日和从入院到手术之间的时间,建立医院科室的病床使用情况评价指标体系。应用秩和比法对科室的病床使用情况进行综合评价。

其中:病床使用率 $X_1 = \frac{\text{实际占用总床日数}}{\text{实际开放总床日数}}$

病床周转次数 $X_2 = \frac{\text{出院人数}}{\text{平均开放病床数}}$

病床利用指数 $X_3 = \text{病床使用率 } X_1 \times \text{病床周转次数 } X_2$

4.2 问题二分析

对附录仔细观察可以发现原始数据分为三个部分,利用 Excel 软件对这三部分原始数据进行处理,根据得到的第二天拟出院病人数,可以知道当天空床位的数量,这样就可以安排已经就诊的病人来入住医院。外伤属于急诊,应优先考虑,从第一部分原始数据可以知道外伤病人就诊后一天就入住医院,入院一天后就可以手术,而其它病人不考虑急诊。

据此,我们将五类疾病分成四大类:外伤,青光眼和视网膜疾病,白内障,白内障(双眼),利用 Lingo 软件编程求得在一周内每天的手术多余等待时间最少目标下每天应安排各类病人入院人数;根据同类病人先进先出的分配原则即可得到第三部分数据病人入院的时间。因入院后的手术时间一般都是确定,则可以根据统计的得到的各类病人平均出院等待时间,预测出每位病人出院时间。

4.3 问题三分析

根据当时住院病人及等待住院病人的统计情况,利用统计回归方法,建立模型可预测病人就诊时大致入院的时间。

4.4 问题四分析

问题要求考虑周六、周日不安排手术,这只会影响周四、周五青光眼、视网膜疾病的手术多余等待时间,可在在问题二的基础上,同样建立以一个星期为周期,以手术多余等待时间最少为目标函数的优化模型,其约束条件均保持不变。

4.5 问题五分析

通过统计有统计意义的 8 月份各种病情类型的病人住院人数,可以得到现有的病床安排比例。借助多服务台排队系统模型 ($M/M/C$),建立使得所有病人在系统内的平均逗留时间(含等待入院及住院时间)最短的病床比例分配模型。

五、模型建立与求解

5.1 问题一的建模和求解

5.1.1 编秩(R)

各指标按以下原则进行排序编秩。病床利用指数、入院到手术之间的时间两个高优指标的编秩原则：最大值编以最高秩次（本文为病情类型数 5），次大值编以 $n-1$ ，.....，最小值编以 1。出院病人平均住院日为低优指标，其编秩原则为：最大值编以 1，次大值编以 2，.....，最小值编以 n 。

5.1.2 计算秩和比 (RSR)

$$RSR = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{(m \times n)}, \quad m \text{ 为评价指数的个数, } n \text{ 为病情类型数, } R_i \text{ 为各指标的秩次。}$$

根据上述公式计算出各病情类型数的秩和比值 RSR，见表 1。

表 1 病床使用情况

病情	病床利用指数 X_3	出院病人平均住院日 X_4 (天)	入院到手术之间的时间 X_5 (天)	病床使用情况 RSR
外伤	0.696(2)	7.04(4)	1(1)	0.467
白内障(双眼)	1.038(4)	8.56(3)	3.6(5)	0.800
白内障	0.911(3)	5.236(5)	2.33(2)	0.667
青光眼	0.494(1)	10.487(2)	2.41(4)	0.467
视网膜疾病	1.278(5)	12.546(1)	2.38(3)	0.600

注：括号内的数字为各指标的秩次 R

5.13 确定 RSR 的分布，计算回归方程

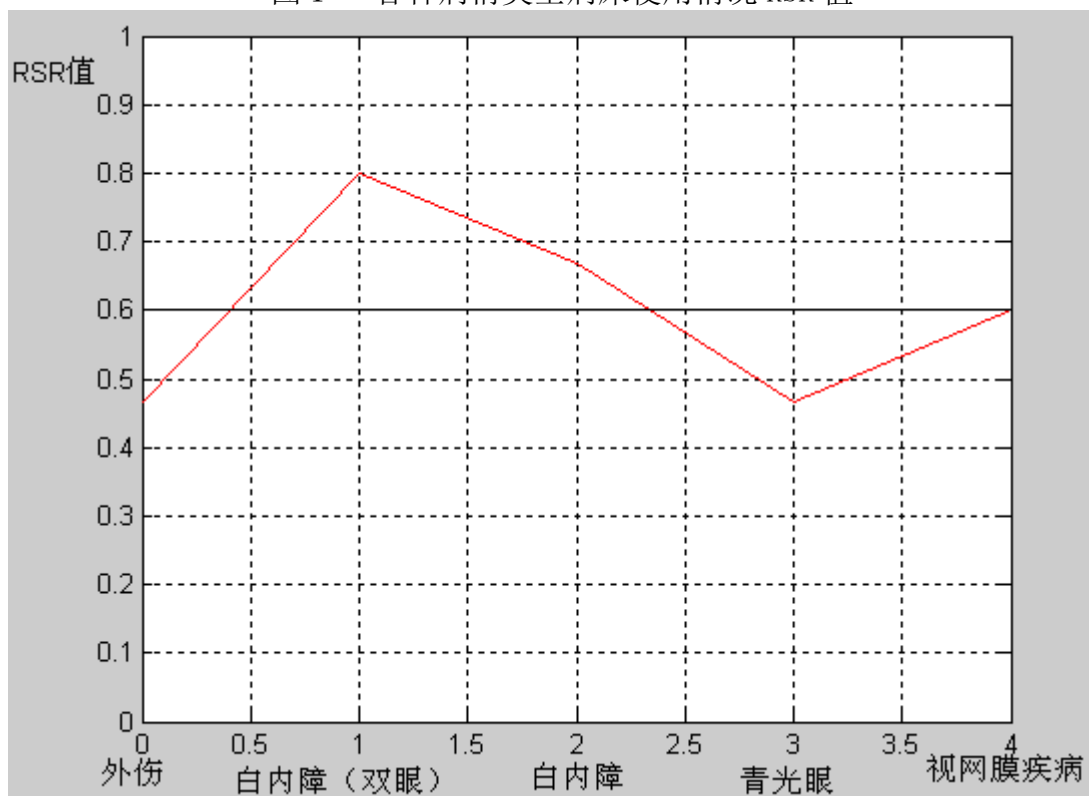
由表 1 得到如表 2 的病床使用情况 RSR 的分布。然后继续根据表 1 通过 *Matlab* 软件绘出各种病情类型病床使用情况 RSR 值，如图 1。

表 2 病床使用情况 RSR 的分布

RSR	f	累计频率	R	$\bar{R}$	$\bar{R}/n \times 100\%$	Y
0.467	2	2	1~2	1.5	30	4.432
0.600	1	3	3	3	60	5.2537
0.667	1	4	4	4	80	5.8648
0.800	1	5	5	5	95*	6.7303

注：*按 $1-1/(4*n)$ 校正

图1 各种病情类型病床使用情况 RSR 值



最后拟合得出线性回归方程： $RSR = -0.1605 + 0.1425Y$

5.2 问题二的建模和求解

5.2.1 数据处理

题目附录中共有三部分数据，第一部分是病人已出院的统计数据、第二部分是病人已手术却还未出院的统计数据、第三部分是病人门诊后还未安排入院的统计数据。根据统计学原理，利用 *Excel* 软件统计出第一部分原始数据分别得到每个病人入院等待时间、手术等待时间（白内障双眼包括第一二两次手术等待时间）、出院等待时间，统计数据见附录 1。

对统计的各类病人数据取平均，得到各类型病人各自平均入院等待时间、平均手术等待时间、平均出院等待时间、总逗留时间和这段时间各类病人的总人数，见表 3 所示。且其各类病人每天的门诊人数、入院人数、出院人数，见附录 2。

根据表 3 求得的平均出院等待时间，可以把题目附录中的第二部分数据各类病人出院时间预测出来。预测数据见附录 3。

表 3 各类病人的各阶段的等待时间

类型	入院等待时间	手术等待时间	第二次手术等待时间	平均出院等待时间	总逗留时间	各类型总人数
外伤	1	1	/	6	8	55
白内障(双眼)	12.51	3.6	2	5	23	82
白内障	12.67	2.33	/	3	18	72
青光眼	12.26	2.41	/	8	23	39
视网膜疾病	12.54	2.38	/	10	25	101
总人数						349

将第一部分原始数据和第二部分预测得到的各类病人每天的门诊人数、入院人数、出院人数分别相加得到门诊总人数、入院总人数、出院总人数，见附录4。

比较上面统计原始数据中各类病人每天门诊总人数、入院总人数、出院总人数，可知从2008年8月8日一到2008年9月9日入院总人数与出院总人数相等，住院部病床达到饱和。前面几天由于数据统计不完全，才使出入院人数不相等。但是，从9月10日开始，入院总人数小于出院总人数，出现空床位。这里就需要我们利用空床位来安排第三部分原始数据的入院时间安排。

5.2.2 病床安排模型

通过观察原始数据和统计的数据可以发现该医院按照FCFS规则安排住院是很不合理的，根据题目中的约束，周一、周三只能做白内障手术，其它眼科疾病只能在其它时间做手术。观察序号为25白内障（双眼）病人被安排入院后，隔了7天才做手术，而此类病人的术前准备时间只需1、2天。其在医院手术等待时间太长，明显这样病床的周转率就下降了，达不到医院资源的有效利用原则。

因此根据这种思想建立眼科病床的合理安排模型：

病床工作效率 = 病床周转次数 × 平均床位工作日 = (出院人数 / 平均开放床位数) × (实际占用总床日数 / 平均开放床位数) = 出院人数 × 实际占用总床日数 / 平均开放床位数

根据数据处理可以得知病床的利用率为100%，即只有提高病床的周转次数才能提高病床工作效率。

病床的周转次数 = 出院人数 / 平均开放床位数，根据其内在含意可以理解为在医院待的时间越短则其病床周转次数越大。

病人在医院待的时间 = 手术等待时间 + 出院等待时间。

手术后的观察时间，即出院等待时间在一般情况下是一定的，个别特殊的病人除外，在这里可以不考虑。手术等待时间有个必备时间，这里统一规定白内障、白内障（双眼）的准备时间是 1 天，而视网膜疾病、青光眼的手术准备时间是 2 天，外伤属于急诊，提前考虑。手术多余等待时间=手术等待时间-手术前必备时间。所以确定手术多余等待时间最少为目标函数建立优化模型。

因为每周的周一、周三只做白内障手术，这样以一周为一个周期，利用动态规划模型，建立多目标规划问题 以一周内每天的手术多余等待时间最少为目标。

即:目标函数:

$$\text{Min} = \begin{cases} Y_1 = X_{21} + X_{31} + 6X_{41} \\ Y_2 = 0X_{22} + 0X_{32} + 5X_{42} \\ Y_3 = 0X_{23} + 4X_{33} + 4X_{43} \\ Y_4 = 0X_{24} + 3X_{34} + 3X_{44} \\ Y_5 = 0X_{25} + 2X_{35} + 2X_{45} \\ Y_6 = X_{26} + X_{36} + X_{46} \\ Y_7 = 0X_{27} + 0X_{37} + 0X_{47} \end{cases}$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} X_{1,j+1} = n_{1j} & (1) \\ N_{i,j+1} = N_{ij} + n_{ij} - X_{ij} & (2) \\ \sum_{i=1}^4 X_{ij} = M_j & (3) \end{cases}$$

模型说明:

- (1) 外伤病人约束，表示第 j 天门诊的外伤病人第 $j+1$ 天入院。
- (2) 动态平衡约束，各类病人第 $j+1$ 天等待入院人数等于第 j 天等待入院人数加上第 j 天门诊人数再减去第 j 天入院人数。
- (3) 表示每天入院人数等于出院人数

5.2.3 模型的求解

Step1: 通过数据统计，求得在 2008-9-10 开始，才有病床空床，这时才可

以安排第三部分原始数据的病人入住医院；以一个星期为周期进行考虑；

Step2: 利用上面所建立的模型，用 Lingo 软件进行编程求得每天安排各类病人入院的人数；

Step3: 同类病人根据 FCFS 规则进行分配，这样可以求得第三部分数据病人入院的时间；

Step4: 根据急诊优先考虑，而周一、周三只能安排白内障手术，其他时间安排青光眼、视网膜疾病手术。这样就可以预测出每位病人入院后的手术时间；

Step5: 再根据上面数据统计中的各类病人平均出院等待时间，可以预测出每位病人出院时间。

这样，根据动态优化模型安排病人入院，合理利用有限的病床资源，达到资源的有效利用。

通过上述模型预测第三部分数据的入院时间、手术时间、出院时间见附录 4 中。

5.2.4 病床安排模型的评价

问题一中，我们利用秩和比（RSR）法综合评价了病床的使用情况现状，现在我们来评价一下预测数据的病床使用情况。在此过程中，我们滤除了一些误差比较大的数据，得到下表的 RSR 病床使用情况表。

表 4 预测数据的病床使用情况

病情	病床利用指数	出院病人平均住院日（天）	入院到手术之间的时间（天）	病床使用情况 RSR
白内障(双眼)	1.4216 (3)	6.9130 (3)	1.9130 (2)	0.5000
白内障	1.0294 (2)	4.7143 (4)	1.7143 (1)	0.4375
青光眼	0.7353 (1)	10.0000 (2)	2.0000 (3)	0.3750
视网膜疾病	1.7647 (4)	12.3333 (1)	2.3333 (4)	0.5625

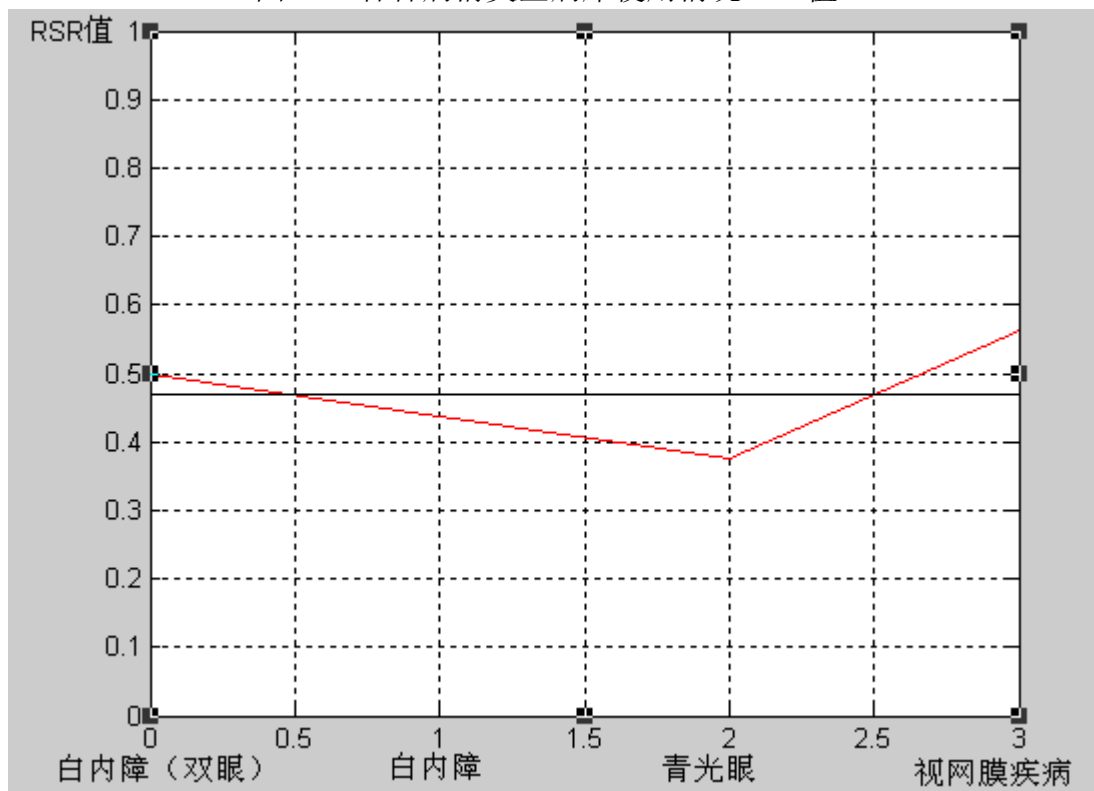
接着确定 RSR 的分布，见下表。然后继续根据表 4 通过 Matlab 软件绘出各种病情类型病床使用情况 RSR 值，如图 2。

表 5 预测数据的病床使用情况分布

RSR	f	累计频率	R	$\bar{R}$	$\bar{R}/n \times 100\%$	Y
0.3750	1	1	1	1	25	4.3255
0.4375	1	2	2	2	50	5.0000
0.5000	1	3	3	3	75	5.6745
0.5625	1	4	4	4	93.75 *	6.6264

*按 $1-1/(4*n)$ 校正

图2 各种病情类型病床使用情况 RSR 值



RSR 值反映被评价对象之间的相对优劣程度。RSR 值越接近，即离散程度越小，表明被评价对象的水平越接近，RSR 值分布越不均匀，离散程度越大。由图可知，RSR 值的接近程度比较好，说明病床的合理使用性比较好。

5.3 问题三的建模和求解

根据当时住院病人及等待住院病人的统计情况，利用统计回归方法，建立模型来预测病人门诊时大致将入院的时间。

根据问题 2 中建立的模型，预测出每位病人的入院时间、手术时间、出院时间。这样就可以有效地规划好病床的安排。同类病人还是按照 FCFS 规则，在有病人等待的情况下，每天入院人数等于出院人数。把每天的门诊病人进行预测入院时间、出院时间，就可以知道其大致入住医院时间。

病人入院时间跟等待入院人数和出院人数有关，通过统计回归模型，可以求得他们之间的关系，这里不是安排 FCFS 规则，有可能早来但更晚入院，所以各类病人的入院时间又不同。

记等待入院人数为 x_1 ，出院人数 x_2 ，病人入院时间 y ，基于上面的分析利用 x_1 和 x_2 来建立 y 的预测模型。

经过分析，发现它们之间是线性关系，这样就用线性模型进行拟合其关系函数 $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon$ 。利用 MATLAB 统计工具箱中的命令 `regress` 可以求得。

5.4 问题四的建模和求解

这个问题是建立在问题二的基础上，这里考虑到了周六、周日不安排手术，同样建立以一个星期为周期，以手术多余等待时间越少为目标函数的优化模型，周六、周日不做手术只会影响周四、周五青光眼、视网膜疾病的手术多余等待时间，所求目标函数也只要改变周四、周五的就可以。其约束条件都不变。

即

目标函数：

$$\begin{aligned} \text{Min} = & \begin{cases} Y_1 = X_{21} + X_{31} + 6X_{41} \\ Y_2 = 0X_{22} + 0X_{32} + 5X_{42} \\ Y_3 = 0X_{23} + 4X_{33} + 4X_{43} \\ Y_4 = 2X_{24} + 3X_{34} + 3X_{44} \\ Y_5 = 1X_{25} + 2X_{35} + 2X_{45} \\ Y_6 = X_{26} + X_{36} + X_{46} \\ Y_7 = 0X_{27} + 0X_{37} + 0X_{47} \end{cases} \\ \text{s. t.} & \begin{cases} X_{1,j+1} = n_{1j} & (1) \\ N_{i,j+1} = N_{ij} + n_{ij} - X_{ij} & (2) \\ \sum_{i=1}^4 X_{ij} = M_j & (3) \end{cases} \end{aligned}$$

模型说明：

(1) 外伤病人约束，表示第 j 天门诊的外伤病人第 $j+1$ 天入院。

(2) 动态平衡约束，各类病人第 $j+1$ 天等待入院人数等于第 j

天等待入院人数加上第 j 天门诊人数再减去第 j 天入院人数。

(3) 表示每天入院人数等于出院人数

根据此模型对第三部分数据重新计算可知：医院的手术应当作出相应的调整，虽然周六、周日不做手术，但仍然可以接受病人入院。

5.5 问题五的建模和求解

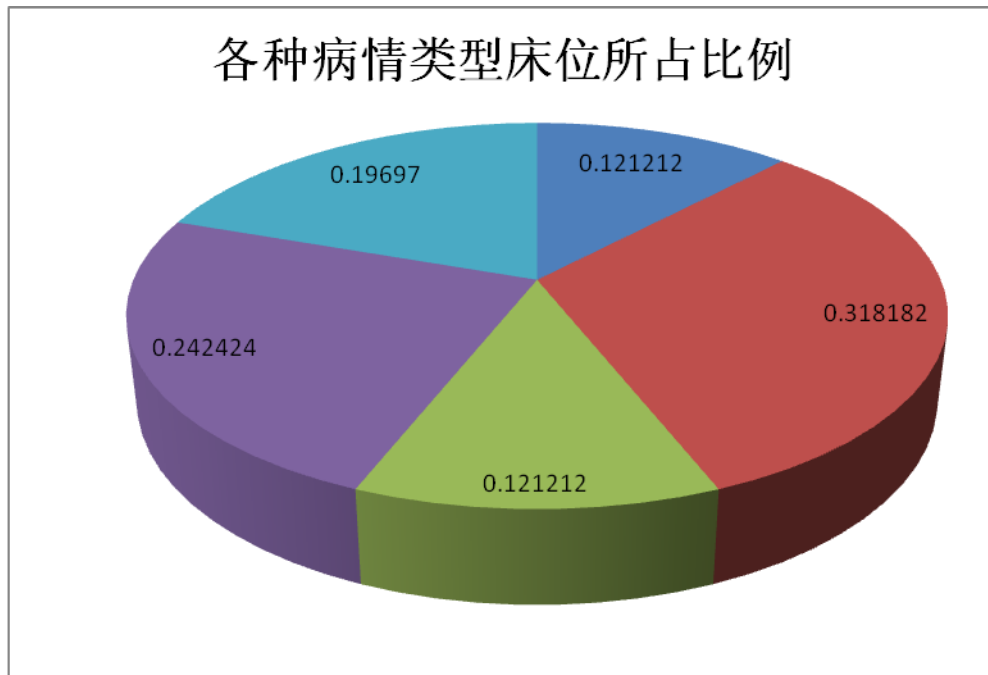
5.5.1 统计数据

统计有统计意义的 8 月份各种病情类型的病人住院人数，结果见下表。

表 1 8 月份各种病情类型的病人住院人数

	外伤	视网膜疾病	青光眼	白内障 (双眼)	白内障	总和
8 月份	32	84	32	64	52	264
所占比例	0.121212	0.318182	0.121212	0.242424	0.19697	1

其对应的饼图见下图：



5.5.2 平均逗留时间最短的病床比例分配模型

在 $M/M/C$ 排队模型中，病人的到达时间间隔服从参数为 λ 的负指数分布（从而到达的人数服从泊松分布），每位病人的服务时间服从参数为 μ 的负指数分布，且病人的到达与服务时间独立，系统有 C （本文为 5）个服务台。下面来讨论这个排队系统的平稳分布。记 $p_n = P\{N = n\} (n = 0, 1, 2, \dots)$ 为系统达到平稳状态后队长 N 的概率分布，注意到对个数为 C 的多服务台系统，有

$$\lambda_n = \lambda (n=0,1,2,\dots) \text{ 和 } \mu_n = \begin{cases} \mu_n = n\mu, n=1,2,\dots,C \\ C\mu, n=C,C+1,\dots \end{cases}$$

记 $\rho_s = \frac{\rho}{S} = \frac{\lambda}{C\mu}$, 则当 $\rho_s < 1$ 时, 有

$$p_n = \begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} p_0, & n=1,2,\dots,C \\ \frac{\rho^n}{C!C^{n-C}} p_0, & n \geq C \end{cases}$$

其中

$$p_0 = \left[\sum_{n=0}^{C-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^C}{C!(1-\rho_C)} \right]^{-1}$$

上面两式给出了在平衡条件下系统中顾客数为 n 的概率, 当 $n \geq C$ 时, 即系统中顾客数大于或等于服务台个数, 这时再来的顾客必须等待, 因此记

$$c(C, \rho) = \sum_{n=C}^{\infty} p_n = \frac{\rho^C}{C!(1-\rho_C)} p_0$$

上式称为Erlang等待公式, 它给出了顾客到达系统时需要等待的概率。

对多服务台等待制排队系统, 由已得到的平稳分布可得系统的主要指标: 服务系统中的平均排队长度:

$$L_q = \sum_{n=C+1}^{\infty} (n-C) p_n = \frac{p_0 \rho^C}{C!} \sum_{n=C}^{\infty} (n-C) \rho_C^{n-C} = \frac{p_0 \rho^C \rho_C}{C!(1-\rho_C)^2} = \frac{p_0 \rho^{C+1}}{(C-1)!(C-\rho)^2}$$

病人在系统中排队的平均等待时间:

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C}{(C-1)!(C\mu - \lambda)^2} p_0$$

病人在系统中的平均逗留时间:

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} = \frac{\mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C p_0}{(C-1)!(C\mu - \lambda)^2} + \frac{1}{\mu}$$

系统内的病人平均人数:

$$L_s = \lambda W_s = \frac{\rho^{C+1}}{(C-1)!(C-\rho)^2} p_0 + \rho$$

计算结果如下: 该医院眼科共有病床 79 张, 病人平均逗留时间为 17 天。由此得到外伤、白内障 (双眼)、白内障、青光眼、视网膜

分别分配得到病床数 6 张、19 张、9 张、11 张、34 张。

六、模型评价

6.1 模型优点

本文采用秩和比法综合评价医院的病床使用情况，秩和比法直接利用原始资料数据信息，能反映不同病情的床位使用效率，此方法简单，易于掌握。不仅有利于医院本身的纵向比较，还可用于医院之间的横向比较，综合评价管理质量，有利于管理者发现其中规律，服务于卫生管理决策。本文中利用的动态优化模型，能较好的实现题目的目的，还能进行预测未来近期的发展趋势，堪称是优化问题的绝佳方法。同时借助多服务台排队系统模型 (M/M/C)，建立使得所有病人在系统内的平均逗留时间（含等待入院及住院时间）最短的病床比例分配模型。通过多服务台等待制排队系统的主要指标计算，得出结论。此方法应用及其广泛，很有应用价值。

6.2 模型缺点

1. 由于指标采用秩代换，对原始定量指标的信息利用不充分，会丧失一些信息；
2. 最终算得的 RSR 值反映的是综合秩次的差距，而与顺位间的差异程度大小无关。

七、参考文献

- [1] 潘启英, 李斌, 用秩和比法综合评价医院病床工作效率, 《西藏科技》, 11 期: 8-32, 2006
- [2] 高丽娟, 孙大军, 岳增文, 应用病床工作效率指标分析医院病床设置情况, 《中国医院统计》第 16 卷第 1 期, 2009
- [3] 叶宗文, M/M/C 排队模型在理发服务行业中的应用, 重庆师范大学学报, 第 26 卷, 第 2 期, 2009
- [4] 姜启源, 数学模型 (第三版) 高等教育出版社, 2008 年 3 月

八、附录

附录 1 第一部分数据各阶段等待时间统计

序号	类型	门诊时间	入院等待时间	第一次手术等待时间	第二次手术等待时间	出院等待时间
1	外伤	2008-7-13	1	1	/	4
2	视网膜疾病	2008-7-13	12	2	/	12

3	白内障	2008-7-13	12	3	/	3
4	视网膜疾病	2008-7-13	12	2	/	8
5	青光眼	2008-7-13	12	2	/	9
6	视网膜疾病	2008-7-13	13	3	/	13
7	白内障(双眼)	2008-7-13	13	2	2	5
8	视网膜疾病	2008-7-14	12	3	/	8
9	白内障(双眼)	2008-7-14	12	2	2	4
10	白内障	2008-7-14	12	2	/	2
11	视网膜疾病	2008-7-14	12	3	/	10
12	白内障(双眼)	2008-7-14	12	2	2	5
13	白内障(双眼)	2008-7-14	12	2	2	5
14	青光眼	2008-7-14	13	2	/	6
15	视网膜疾病	2008-7-14	13	2	/	11
16	视网膜疾病	2008-7-14	13	2	/	8
17	视网膜疾病	2008-7-15	12	2	/	14
18	白内障	2008-7-15	12	1	/	2
19	青光眼	2008-7-15	12	2	/	7
20	白内障(双眼)	2008-7-15	12	1	2	5
21	视网膜疾病	2008-7-15	12	2	/	11
22	青光眼	2008-7-15	12	2	/	8
23	白内障	2008-7-15	12	1	/	2
24	白内障	2008-7-15	12	1	/	2
25	白内障(双眼)	2008-7-15	13	7	2	5
26	视网膜疾病	2008-7-15	13	3	/	10
27	青光眼	2008-7-16	12	3	/	7
28	白内障	2008-7-16	12	2	/	4
29	外伤	2008-7-16	1	1	/	4
30		2008-7-16	12	7	2	5

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/085203122114011200>