2023年高考河池、来宾、百色、南宁市联合调研考试

数学（文科）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知集合$A=\{-1,0,1,2\},B=\{x\mid 2x\geq -1\}$，则$A\cap B=$（　　）

A. $\{-1,2\}$　　B. $\{-1,1,2\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

【答案】C

【解析】

【分析】解出B中不等式，根据交集含义即可得到答案.

【详解】$2x\geq -1$，解得$x\geq -\frac{1}{2}$，故$A\cap B=\{0,1,2\}$.

故选：C.

2. 设$(1+\mathrm{i})z=\mathrm{i}$，则$z=$（　　）

A. $-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　B. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$　　C. $-1+\mathrm{i}$　　D. $1+\mathrm{i}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数除法运算解决即可.

【详解】由题知，$(1+\mathrm{i})z=\mathrm{i}$，

所以$z=\frac{\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{\mathrm{i}+1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$，

故选：B

3. 在区间[－2, 2]内随机取一个数x，使得不等式$x^2+2x<0$成立的概率为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

【答案】B

【解析】

【分析】由$x^2+2x<0$可得$-2<x<0$,再根据几何概型的计算方法求解即可.

【详解】解：由$x^2+2x<0$可得$-2<x<0$，

由几何概型的定义可得使不等式 $x^2+2x<0$ 成立的概率为：$\dfrac{0-(-2)}{2-(-2)}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$.

故选：B.

4. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点为 $F\left(2,0\right)$，一条渐近线方程为 $y=\sqrt{3}x$，则 C 的方程为（　　）

A. $x^2-\dfrac{y^2}{2}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$

C. $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$　　D. $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$

【答案】D

【解析】

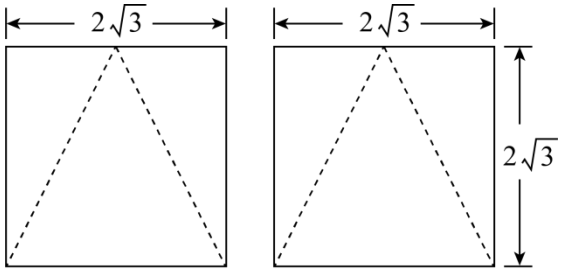
【分析】根据焦点坐标与渐近线方程，列出方程组，求出 $a=1,b=\sqrt{3}$，得到 C 的方程.

【详解】由题意得：$\begin{cases}a^2+b^2=4\\ \dfrac{b}{a}=\sqrt{3}\end{cases}$，解得：$a=1,b=\sqrt{3}$，

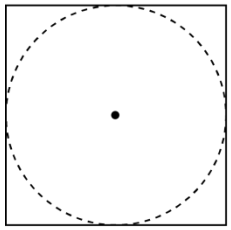
故 C 的方程为：$x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$.

故选：D

5. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



正视图　　侧视图


俯视图

A. $24\sqrt{3}-2\sqrt{3}\pi$　　B. $24\sqrt{3}-6\sqrt{3}\pi$

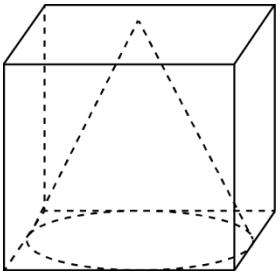
C. $24-2\sqrt{3}\pi$　　D. $24-6\sqrt{3}\pi$

【答案】A

【解析】

【分析】根据三视图可得，该几何体是以个正方体内挖去一个底面直径为正方体棱长且等高的圆锥，代入体积计算公式即可求解.

【详解】由三视图可知：该几何体是一个棱长为$2\sqrt{3}$的正方体内挖去一个底面半径为$\sqrt{3}$，高为$2\sqrt{3}$的圆锥，



由正方体和圆锥的体积计算公式可得：

$V=(2\sqrt{3})^3-\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{3})^2\times2\sqrt{3}=24\sqrt{3}-2\sqrt{3}\pi$，

故选：A.

6. 已知正项等比数列$\{a_n\}$满足a_3为$2a_2$与a_6的等比中项，则$\frac{a_3+a_5}{a_1+a_3}=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

【答案】B

【解析】

分析】根据等比中项定义和等比数列通项公式得$a_1^2q^4=2a_1^2q^6$，解得$q^2=\frac{1}{2}$，化简$\frac{a_3+a_5}{a_1+a_3}=q^2=\frac{1}{2}$.

【详解】设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，

由题意得$a_3^2=2a_2\cdot a_6$，即$a_1^2q^4=2a_1^2q^6$，

$\because a_1>0,q>0$，$\therefore q^2=\frac{1}{2}$，

$\frac{a_3+a_5}{a_1+a_3}=\frac{a_1q^2\left(1+q^2\right)}{a_1\left(1+q^2\right)}=q^2=\frac{1}{2}$，

故选：B.

7. 圆$C:x^2+y^2-2x-4=0$上一点P到直线$l:2x-y+8=0$的最大距离为（　　）

A. 2　　B. 4　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $3\sqrt{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据圆的一般方程写出圆心坐标和半径，则点 P 到直线的最大距离为圆心到直线的距离加上半径即可求得结果.

【详解】由圆$C:x^2+y^2-2x-4=0$化为标准方程$(x-1)^2+y^2=5$可知，

圆心坐标为$C(1,0)$，半径$r=\sqrt{5}$；

则圆心$C(1,0)$到直线$l:2x-y+8=0$的距离为$d=\dfrac{|2+8|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$，

所以，圆C上一点P到直线$l:2x-y+8=0$的最大距离为$d+r=3\sqrt{5}$.

故选：D.

8. 已知函数$f\left(x\right)=2\sin^2 x+\sqrt{3}\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)-1$，则下列说法正确的是（　　）

A. $f\left(x\right)$的一条对称轴为$x=\dfrac{\pi}{12}$

B. $f\left(x\right)$的一个对称中心为$(-\dfrac{\pi}{12},0)$

C. $f\left(x\right)$在$[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}]$上的值域为$\left[-\sqrt{3},2\right]$

D. $f\left(x\right)$的图象可由$y=2\sin 2x$的图象向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位得到

【答案】C

【解析】

【分析】化简可得$f\left(x\right)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，利用代入检验法可判断 AB 的正误，利用正弦函数的性质可判断 C 的正误，求出平移后的解析式可判断 D 的正误.

【详解】$f\left(x\right)=-\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，

因为$f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{6}\right)=0\neq\pm2$，故$x=\dfrac{\pi}{12}$不是对称轴，故 A 错误.

$f\left(-\frac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{3}\neq 0$，$(-\frac{\pi}{12},0)$不是$f(x)$的一个对称中心，

故 B 错误.

当$x\in[-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}]$时，$2x-\frac{\pi}{6}\in[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}]$，故$-\frac{\sqrt{3}}{2}\le\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\le 1$，

所以$-\sqrt{3}\le 2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\le 2$，即$f(x)$在$[-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}]$上的值域为$\left[-\sqrt{3},2\right]$，

故 C 正确.

$y=2\sin 2x$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$后对应的解析式为$y=2\sin\left(2x-2\times\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，

当$x=0$时，此时函数对应的函数值为$-\sqrt{3}$，而$f(0)=-1$，

故$y=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$与$f(x)$不是同一函数，故 D 错误.

故选：C.

9. $f(x)$是定义在 **R** 上的函数，$f\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$为奇函数，则$f(2023)+f(-2022)=$（　　）

A. -1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】由奇函数定义得$f\left(-x+\frac{1}{2}\right)+f\left(x+\frac{1}{2}\right)=-1$，及$f(2\quad 0)+2(f\ 3-)\quad\left(\frac{4}{2}f\ 0-\frac{4}{2}\right)^{5}2-\frac{1}{}\left(f+\frac{}{2}\right.$即可求值

【详解】$f(x)$是定义在 **R** 上的函数，$f\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$为奇函数，则

$$f\left(-x+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}=-\left[f\left(x+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\right]\Rightarrow f\left(-x+\frac{1}{2}\right)+f\left(x+\frac{1}{2}\right)=-1.$$

$$\therefore f(2023)+f(-2022)=f\left(\frac{4045}{2}+\frac{1}{2}\right)+f\left(-\frac{4045}{2}+\frac{1}{2}\right)=-1.$$

故选：A

10. 牛顿冷却定律描述物体在常温环境下的温度变化：如果物体的初始温度为T_0，则经过一定时间 t 分钟后的温度 T 满足$T-T_a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}}\left(T_0-T_a\right)$，$h$ 称为半衰期，其中T_a是环境温度.若$T_a=25^{\circ}C$，现有一杯 80℃ 的热水降至 75℃ 大约用时 1 分钟，那么此杯热水水温从 75℃ 降至 45℃ 大约还需要（参考数据：$\lg 2\approx 0.30,\lg 11\approx 1.04$）（　　）

A. 10 分钟　　B. 9 分钟　　C. 8 分钟　　D. 7 分钟

【答案】A

【解析】

【分析】根据题目所给的函数模型，代入数据可计算得出 h 的值，利用参考数据即可计算得出结果.

【详解】将所给数据代入$T-T_a=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{h}}\left(T_0-T_a\right)$得，$75-25=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{h}}(80-25)$，

即$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{h}}=\frac{50}{55}=\frac{10}{11}$，所以$\frac{1}{h}=\log_{\frac{1}{2}}\frac{10}{11}=\frac{\lg\frac{10}{11}}{\lg\frac{1}{2}}=\frac{1-\lg 11}{-\lg 2}\approx\frac{2}{15}$

当水温从 75℃ 降至 45℃ 时，满足$45-25=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{15}t}(75-25)$，

可得$\frac{2}{15}t=\log_{\frac{1}{2}}\frac{2}{5}=\frac{\lg\frac{2}{5}}{\lg\frac{1}{2}}=\frac{2\lg 2-1}{-\lg 2}\approx\frac{4}{3}$，即$t\approx 10$分钟.

故选：A.

11. 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$）的焦点为 F，准线为 l，过 F 的直线与抛物线交于点 A、B，与直线 l 交于点 D，若$\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB},\left|\overrightarrow{BD}\right|=4$，则 p=（　　）

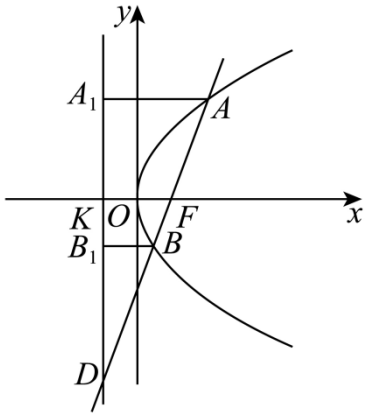
A　1　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 2　　D. 3

【答案】D

【解析】

【分析】利用抛物线的定义，以及几何关系可知$\cos\angle FAA_1$，再利用数形结合可求$\left|KF\right|$的值.

【详解】如图，



设准线与 x 轴的交点为 K，作 $AA_1\perp l$，$BB_1\perp l$，垂足分别为 A_1，B_1，

则 $BB_1//FK//AA_1$.根据抛物线定义知 $|BB_1|=|BF|,|AA_1|=|AF|$，

又 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB},|\overrightarrow{BD}|=4$，所以 $|BB_1|=|BF|=\frac{1}{3}|AA_1|=\frac{1}{3}|AF|,|BD|=\frac{1}{3}|AD|$，

设 $\angle DBB_1=\theta$，因为 $BB_1//FK//AA_1$，所以 $\angle FAA_1=\angle KFD=\angle DBB_1=\theta$，

则 $\cos\theta=\frac{|BB_1|}{|DB|}=\frac{|AA_1|}{|DA|}=\frac{3|BB_1|}{|AB|+|DB|}=\frac{3|BB_1|}{4|BB_1|+|DB|}$.

所以 $\frac{|BB_1|}{|DB|}=\frac{3|BB_1|}{4|BB_1|+|DB|}$,，又 $|BD|=4$,可得 $|BB_1|=2$,所以 $\cos\theta=\frac{1}{2}$，

所以 $\cos\angle KFD=\frac{1}{2}=\frac{|KF|}{|DF|}=\frac{|KF|}{|DB|+|BF|}=\frac{|KF|}{|DB|+|BB_1|}=\frac{|KF|}{6}$，

可得 $|KF|=3$,即 $p=3$.

故选：D.

12. 已知 $a=\frac{9}{2}\log_3 e,b=\frac{8}{3}\log_2 e,c=\frac{e^2}{2}$，则（　　）

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$

C. $b>c>a$　　D. $c>a>b$

【答案】A

【解析】

【分析】变换 $a=\frac{9}{\ln 9}$，$b=\frac{8}{\ln 8}$，$c=\frac{e^2}{\ln e^2}$，构造 $f(x)=\frac{x}{\ln x}$，确定函数的单调区间得到

$f(9)>f(8)>f(e^2)$，得到答案.

【详解】$a=\frac{9}{2}\log_3 \mathrm{e}=\frac{9}{2}\cdot\frac{\ln \mathrm{e}}{\ln 3}=\frac{9}{\ln 9}$，$b=\frac{8}{3}\log_2 \mathrm{e}=\frac{8}{3}\cdot\frac{\ln \mathrm{e}}{\ln 2}=\frac{8}{\ln 8}$，$c=\frac{\mathrm{e}^2}{2}=\frac{\mathrm{e}^2}{\ln \mathrm{e}^2}$，

设 $f(x)=\frac{x}{\ln x}$，则 $f'(x)=\frac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$，当 $x\in(\mathrm{e},+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，函数单调递增，

故 $f(9)>f(8)>f(\mathrm{e}^2)$，即 $a>b>c$.

故选：A

【点睛】思路点睛：构造函数是基本的解题思路，因此观察题目所给的数的结构特点，以及数与数之间的内在联系，合理构造函数，利用导数判断单调性是解题的关键.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a}=(-1,m)$，$\vec{b}=(1,2)$，若 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，则 m=_____.

【答案】-2

【解析】

【分析】根据向量垂直的坐标表示，列式求 m 的值.

【详解】由题意可知，$\vec{a}+\vec{b}=(0,2+m)$，

因为 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，所以 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{b}=0\times1+2\times(2+m)=0$，得 $m=-2$.

故答案为：-2

14. 近年来，“考研热”持续升温，2022 年考研报考人数官方公布数据为 457 万，相比于 2021 年增长了 80 万之多，增长率达到 21%以上.考研人数急剧攀升原因较多，其中，本科毕业生人数增多、在职人士考研比例增大，是两大主要因素.据统计，某市各大高校近几年的考研报考总人数如下表：

年份	2018	2019	2020	2021	2022
年份序号 x	1	2	3	4	5
报考人数 y（万人）	1. 1	1.6	2	2.5	m

根据表中数据，可求得 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=0.43x+0.71$，则 m 的值为_____.

【答案】2.8

【解析】

【分析】求出 $\bar{x}$ 的值，以及用 m 表示出 $\bar{y}$，代入线性回归方程得到关于 m 的方程，解出即可.

【详解】$\bar{x}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=3$，$\bar{y}=\dfrac{1.1+1.6+2+2.5+m}{5}=\dfrac{7.2+m}{5}$，

$\because y=0.43x+0.71$，

$\therefore \dfrac{7.2+m}{5}=0.43\times 3+0.71$，

解得 $m=2.8$.

故答案为：2.8.

15. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.若 $S_3=9, S_6=36$，则 S_{12} =_____.

【答案】144

【解析】

【分析】利用等差数列的前 n 项和公式求解即可.

【详解】设等差数列 $\{a_n\}$　公差为 d，

则 $\begin{cases}S_3=3a_1+3d=9\\S_6=6a_1+15d=36\end{cases}$ 解得 $a_1=1, d=2$，

所以 $S_{12}=12a_1+\dfrac{12\times 11}{2}d=144$，

故答案为:144.

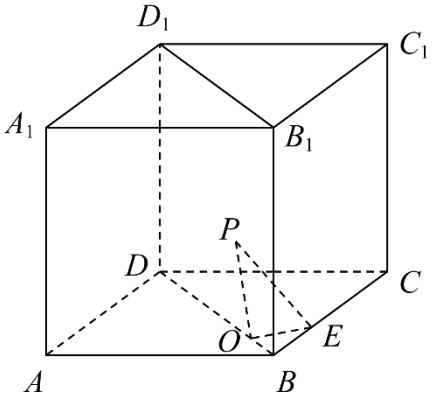
16. 已知棱长为 8 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 为棱 BC 上一点，满足 $\overrightarrow{BE}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$，以点 E 为球心，$\sqrt{10}$ 为半径的球面与对角面 BDD_1B_1 的交线长为_____.

【答案】$\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\pi$

【解析】

【分析】过点 E 作 $EO\perp BD$ 于 O，确定 P 的轨迹是以 O 为圆心，$2\sqrt{2}$ 为半径的圆的一部分，计算得到答案.

【详解】如图所示：过点 E 作 $EO\perp BD$ 于 O， P 为球面与对角面 BDD_1B_1 的交线上一点，

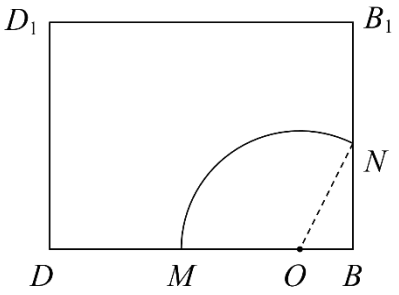


$DD_1 \perp$平面$ABCD$，$OE \subset$平面$ABCD$，故$DD_1 \perp OE$，$EO \perp BD$，

且$BD \cap DD_1 = D$，$BD, DD_1 \subset$平面BDD_1B_1，故$EO \perp$平面BDD_1B_1，

$BE = \frac{1}{4}BC = 2$，故$OE = \sqrt{2}$，$PE = \sqrt{10}$，则$OP = \sqrt{10-2} = 2\sqrt{2}$，

故P的轨迹是以O为圆心，$2\sqrt{2}$为半径的圆的一部分，如图所示：



$OB = \sqrt{2}$，$ON = 2\sqrt{2}$，故$\angle NOB = \frac{\pi}{3}$，交线长为：$\frac{2}{3}\pi \times 2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$.

故答案为：$\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共 60 分．

17. 4 月 23 日是“世界读书日”，读书可以陶冶情操，提高人的思想境界，丰富人的精神世界，为了丰富校园生活，展示学生风采，某中学在全校学生中开展了“阅读半马比赛”活动. 活动要求每位学生在规定时间内阅读给定书目，并完成在线阅读检测.通过随机抽样，得到 100 名学生的检测得分（满分：100 分）如下：

	[40，50）	[50，60）	[60，70）	[70，80）	[80，90）	[90，100]

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/085302043011011034