2023-2024 学年苏科版数学八年级下册章节培优复习知识讲练

第 12 章 二次根式

（思维导图+知识梳理+十大重点考向举一反三讲练）

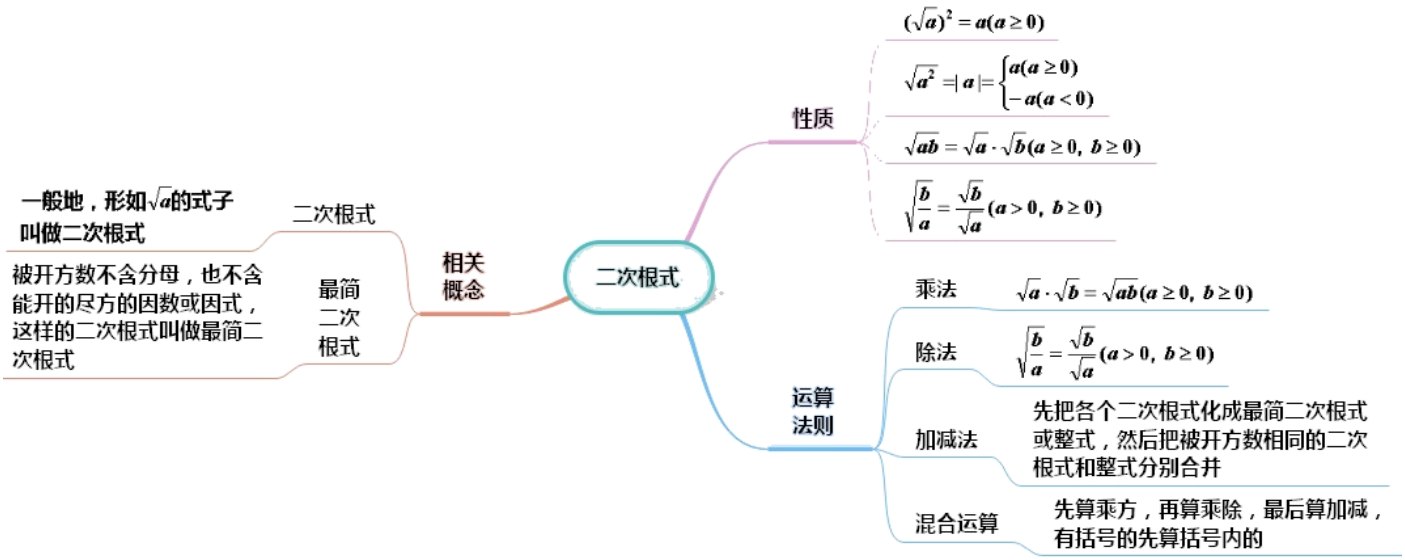
01 章节复习目标

1、理解并掌握二次根式、最简二次根式、同类二次根式的定义和性质.

2、熟练掌握二次根式的加、减、乘、除运算，会用它们进行有关实数的四则运算.

3、了解代数式的概念，进一步体会代数式在表示数量关系方面的作用.

02 精编导图指引



03 知识梳理精讲

知识点 01：二次根式的相关概念和性质

【高频考点精讲】

1. 二次根式

形如$\sqrt{a}(a\geq 0)$的式子叫做二次根式，如$\sqrt{3},\sqrt{\frac{1}{2}},\sqrt{0.02},\sqrt{0}$等式子，都叫做二次根式.

【易错点剖析】

二次根式$\sqrt{a}$有意义的条件是$a\geq 0$，即只有被开方数$a\geq 0$时，式子$\sqrt{a}$才是二次根式，$\sqrt{a}$才有意义.

2. 二次根式的性质

（1）$\sqrt{a}\geq 0\ (a\geq 0)$；

（2）$\left(\sqrt{a}\right)^2=a\ (a\geq 0)$；

（3）$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & (a\geq 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$.

【易错点剖析】

（1） 一个非负数 a 可以写成它的算术平方根的平方的形式，即 $a=(\sqrt{a})^2$（$a\geq 0$），如 $2=(\sqrt{2})^2;\frac{1}{3}=(\sqrt{\frac{1}{3}})^2;x=(\sqrt{x})^2$（$x\geq 0$）.

（2） $\sqrt{a^2}$ 中 a 的取值范围可以是任意实数，即不论 a 取何值，$\sqrt{a^2}$ 一定有意义.

（3）化简 $\sqrt{a^2}$ 时，先将它化成 $|a|$，再根据绝对值的意义来进行化简.

（4）$\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 的异同

不同点：$\sqrt{a^2}$ 中 a 可以取任何实数，而 $(\sqrt{a})^2$ 中的 a 必须取非负数；

$\sqrt{a^2}=|a|$，$(\sqrt{a})^2=a$（$a\geq 0$）.

相同点：被开方数都是非负数，当 a 取非负数时，$\sqrt{a^2}=(\sqrt{a})^2$.

3. 最简二次根式

（1）被开方数是整数或整式；

(2)被开方数中不含能开方的因数或因式.

满足上述两个条件的二次根式，叫做最简二次根式. 如 $\sqrt{2},\sqrt{ab},3\sqrt{x},\sqrt{a^2+b^2}$ 等都是最简二次根式.

【易错点剖析】最简二次根式有两个要求：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中每个因式的指数都小于根指数 2.

4. 同类二次根式

几个二次根式化成最简二次根式后，被开方数相同，这几个二次根式就叫同类二次根式.

【易错点剖析】

判断是否是同类二次根式，一定要化简到最简二次根式后，看被开方数是否相同，再判断. 如 $\sqrt{2}$

与$\sqrt{8}$，由于$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$与$\sqrt{8}$显然是同类二次根式.

知识点02：二次根式的运算

【高频考点精讲】

1. 乘除法

（1）乘除法法则：

类型	法则	逆用法则
二次根式的乘法	$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geq 0,b\geq 0)$	积的算术平方根化简公式：$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}(a\geq 0,b\geq 0)$
二次根式的除法	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}(a\geq 0,b>0)$	商的算术平方根化简公式：$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geq 0,b>0)$

【易错点剖析】

（1）当二次根式的前面有系数时，可类比单项式与单项式相乘（或相除）的法则，如$a\sqrt{b}\cdot c\sqrt{d}=ac\sqrt{bd}$.

（2）被开方数a、b一定是非负数（在分母上时只能为正数）.如$\sqrt{(-4)\times(-9)}\neq\sqrt{-4}\times\sqrt{-9}$.

2. 加减法

将二次根式化为最简二次根式后，将同类二次根式的系数相加减，被开方数和根指数不变，即合并同类二次根式.

【易错点剖析】

二次根式相加减时，要先将各个二次根式化成最简二次根式，再找出同类二次根式，最后合并同类二次根式.如$\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}=(1+3-5)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$.

知识点03：二次根式的相关概念和性质

【高频考点精讲】

1. 二次根式

形如$\sqrt{a}(a\geq 0)$的式子叫做二次根式，如$\sqrt{3},\sqrt{\frac{1}{2}},\sqrt{0.02},\sqrt{0}$等式子，都叫做二次根式.

【易错点剖析】

二次根式$\sqrt{a}$有意义的条件是$a\geq 0$，即只有被开方数$a\geq 0$时，式子$\sqrt{a}$才是二次根式，$\sqrt{a}$才有意义.

2. 二次根式的性质

（1）$\sqrt{a}\geq 0\ (a\geq 0)$；

（2）$\left(\sqrt{a}\right)^2=a\ (a\geq 0)$；

（3）$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a & (a\geq 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$.

【易错点剖析】

（1） 一个非负数a可以写成它的算术平方根的平方的形式，即$a=(\sqrt{a})^2$（$a\geq 0$），如$2=(\sqrt{2})^2;\frac{1}{3}=(\sqrt{\frac{1}{3}})^2;x=(\sqrt{x})^2$（$x\geq 0$）.

（2） $\sqrt{a^2}$中a的取值范围可以是任意实数，即不论a取何值，$\sqrt{a^2}$一定有意义.

（3）化简$\sqrt{a^2}$时，先将它化成$|a|$，再根据绝对值的意义来进行化简.

（4）$\sqrt{a^2}$与$(\sqrt{a})^2$的异同

不同点：$\sqrt{a^2}$中a可以取任何实数，而$(\sqrt{a})^2$中的a必须取非负数；

$\sqrt{a^2}=|a|$，$(\sqrt{a})^2=a$（$a\geq 0$）.

相同点：被开方数都是非负数，当a取非负数时，$\sqrt{a^2}=(\sqrt{a})^2$.

3. 最简二次根式

（1）被开方数是整数或整式；

(2)被开方数中不含能开方的因数或因式.

满足上述两个条件的二次根式，叫做最简二次根式. 如$\sqrt{2},\sqrt{ab},3\sqrt{x},\sqrt{a^2+b^2}$等都是最简二次根式.

【易错点剖析】

最简二次根式有两个要求：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数中每个因式的指数都小于根指数 2.

4. 同类二次根式

几个二次根式化成最简二次根式后，被开方数相同，这几个二次根式就叫同类二次根式.

【易错点剖析】

判断是否是同类二次根式，一定要化简到最简二次根式后，看被开方数是否相同，再判断. 如$\sqrt{2}$与$\sqrt{8}$，由于$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$，$\sqrt{2}$与$\sqrt{8}$显然是同类二次根式.

知识点 04：二次根式的运算

【高频考点精讲】

1. 乘除法

（1）乘除法法则：

类型	法则	逆用法则
二次根式的乘法	$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}(a\geq 0,b\geq 0)$	积的算术平方根化简公式：$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}(a\geq 0,b\geq 0)$
二次根式的除法	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}(a\geq 0,b>0)$	商的算术平方根化简公式：$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a\geq 0,b>0)$

【易错点剖析】

（1）当二次根式的前面有系数时，可类比单项式与单项式相乘（或相除）的法则，如$a\sqrt{b}\cdot c\sqrt{d}=ac\sqrt{bd}$.

（2）被开方数 a、b 一定是非负数（在分母上时只能为正数）. 如$\sqrt{(-4)\times(-9)}\neq\sqrt{-4}\times\sqrt{-9}$.

2. 加减法

将二次根式化为最简二次根式后，将同类二次根式的系数相加减，被开方数和根指数不变，即合并同类二次根式.

【易错点剖析】

二次根式相加减时，要先将各个二次根式化成最简二次根式，再找出同类二次根式，最后合并同类二次根式. 如$\sqrt{2}+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}=(1+3-5)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$.



04 重点考向目录

重点考向 01：二次根式有意义的条件

重点考向 02：二次根式的性质与化简

重点考向 03：最简二次根式

重点考向 04：二次根式的乘除法

重点考向 05：分母有理化

重点考向 06：同类二次根式

重点考向 07：二次根式的加减法

重点考向 08：二次根式的混合运算

重点考向 09：二次根式的化简求值

重点考向 10：二次根式的应用



05 考向精讲精练

重点考向 01：二次根式有意义的条件

【典例精讲】（2023 春•新郑市校级期末）若$\sqrt{\frac{x-1}{x-4}}=\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-4}}$在实数范围内成立，则 x 的取值范围是（　　）

A．$x\geqslant 1$　　B．$x\geqslant 4$　　C．$1\leqslant x\leqslant 4$　　D．$x>4$

【思路点拨】根据二次根式有意义和分式有意义的条件进行判断即可.

【规范解答】解：∵$\sqrt{\frac{x-1}{x-4}}=\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-4}}$在实数范围内成立，

∴$x-1\geqslant 0$，$x-4>0$，

∴$x>4$.

故选：D.

【考点评析】本题考查了二次根式有意义和分式有意义的条件，同时满足这两个条件，原等式在实数范围内才成立.

【变式训练 1-1】（2023 春•招远市期中）若式子$\frac{\sqrt{x-3}}{3-x}$有意义，则 x 的取值可以是（　　）

A．0　　B．2　　C．3　　D．5

【思路点拨】由式子$\frac{\sqrt{x-3}}{3-x}$有意义，可得$\begin{cases}x-3\geqslant 0\\3-x\neq 0\end{cases}$，从而可得答案.

【规范解答】解：∵式子$\frac{\sqrt{x-3}}{3-x}$有意义，

∴$\begin{cases}x-3\geqslant 0\\3-x\neq 0\end{cases}$，

解得：$x>3$，

∴A，B，C都不符合题意；D符合题意；

故选：D.

【考点评析】本题考查的是分式有意义的条件，二次根式有意义的条件，熟练的建立不等式组解题是解题关键.

【变式训练 1-2】（2023•包河区三模）若二次根式$\sqrt{3-x}$有意义，则 x 的取值范围是 __$x\leqslant 3$__.

【思路点拨】直接利用二次根式的性质得出 3 - x 的取值范围，进而求出答案.

【规范解答】解：∵二次根式$\sqrt{3-x}$有意义，

∴3 - $x\geqslant 0$，

解得：$x\leqslant 3$.

故答案为：$x\leqslant 3$.

【考点评析】此题主要考查了二次根式有意义的条件，正确把握二次根式的性质是解题关键.

【变式训练 1-3】（2023•香坊区校级开学）已知 $a=\sqrt{b-2}+\sqrt{2-b}+3$，则$\sqrt{ab}=$__$\sqrt{6}$__.

【思路点拨】根据二次根式有意义的条件求出 a 的值，再求出 b 的值，最后代入求出$\sqrt{ab}$的值即可.

【规范解答】解：由题意可得：

$$\begin{cases} b-2\geqslant 0 \\ 2-b\geqslant 0 \end{cases},$$

解得：$b=2$，

∴$a=3$，

∴$\sqrt{ab}=\sqrt{2\times 3}=\sqrt{6}$.

故答案为：$\sqrt{6}$.

【考点评析】本题主要考查不等式组的求解以及二次根式有意义的条件，熟记二次根式有意义的条件是解题关键.

【变式训练 1-4】（2023•平潭县校级开学）已知 $y=\sqrt{x-2}+\sqrt{2-x}+5$.

（1）求 x 的值.

（2）求$\sqrt{(x+2y)^2}$的值.

【思路点拨】（1）根据二次根式有意义的条件求解即可；

（2）结合（1）确定 y 的值，然后将 x、y 的值代入求解即可.

【规范解答】解：（1）根据题意可知，$\begin{cases} x-2\geqslant 0 \\ 2-x\geqslant 0 \end{cases}$，解得$\begin{cases} x\geqslant 2 \\ x\leqslant 2 \end{cases}$，

∴$x=2$；

（2）由（1）可知，$x=2$，

∴$y=0+0+5=5$，

∴$\sqrt{x+2y^2}=\sqrt{2+2\times 5^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$．

【考点评析】本题主要考查了二次根式有意义的条件、代数式求值、二次根式化简等知识，理解二次根式有意义的条件是解题关键．

重点考向 02：二次根式的性质与化简

【典例精讲】（2023 秋•萧县期末）如图是一个按某种规律排列的数阵：

			1	$\sqrt{2}$				第 1 行
		$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$			第 2 行
	$\sqrt{7}$	$2\sqrt{2}$	3	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	$2\sqrt{3}$		第 3 行
$\sqrt{13}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{15}$	4	$\sqrt{17}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{19}$	$2\sqrt{5}$	第 4 行
…	…	…	…	…	…	…	…	…

根据数阵排列的规律，第 n（n 是整数，且 $n\geq 4$）行从左向右数第（$n-3$）个数是（用含 n 的代数式表示）（　　）

A．$\sqrt{n^2-1}$　　B．$\sqrt{n^2-2}$　　C．$\sqrt{n^2-3}$　　D．$\sqrt{n^2-4}$

【思路点拨】观察数阵排列，可发现各数的被开方数是从 1 开始的连续自然数，行数中的数字个数是行数的 2 倍，求出 $n-1$ 行的数字个数，再加上从左向右的第 $n-3$ 个数，就得到所求数的被开方数，再写成算术平方根的形式即可．

【规范解答】解：由图中规律知，前（$n-1$）行的数据个数为 $2+4+6+\cdots+2(n-1)=n(n-1)$，

所以第 n（n 是整数，且 $n\geq 4$）行从左向右数第（$n-3$）个数的被开方数是

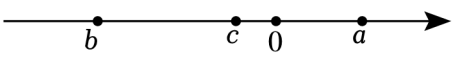
$n(n-1)+n-3=n^2-3$，

所以第 n（n 是整数，且 $n\geq 4$）行从左向右数第（$n-3$）个数是$\sqrt{n^2-3}$．

故选：C．

【考点评析】本题考查了算术平方根．根据数据排列规律，计算前（$n-1$）行数据的个数是解决本题的关键．

【变式训练 2-1】（2023 春•兰陵县期末）实数 a，b，c 在数轴上的对应点如图所示，化简 $-a+|b-a|+\sqrt{c^2}$ 的结果是（　　）



A．﹣b﹣c　　B．c﹣b　　C．2a﹣2b+2c　　D．2a+b+c

【思路点拨】根据数轴，确定 a、b、c 的正负，确定 b﹣a 的正负，然后再化简．

【规范解答】解：由数轴知：c＜0，b＜0＜a，

∴b﹣a＜0，

∴原式＝﹣a﹣（b﹣a）﹣c

＝﹣a﹣b+a﹣c

＝﹣b﹣c．

故选：A．

【考点评析】本题考查了数轴的相关知识，绝对值、二次根式的化简．两数相加，取决于绝对值较大的加数的符号，大数减小数为正，小数减大数为负．

【变式训练 2-2】（2023 秋•怀化期末）先阅读下列解答过程：

形如$\sqrt{m+2\sqrt{n}}$的式子的化简，只要我们找到两个正数 a，b，使 a+b＝m，ab＝n，即$(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2=m$，$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{n}$，那么便有$\sqrt{m\pm2\sqrt{n}}=\sqrt{(\sqrt{a}\pm\sqrt{b})^2}=\sqrt{a}\pm\sqrt{b}\ (a>b)$．

例如：化简$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$．

解：首先把$\sqrt{7+4\sqrt{3}}$化为$\sqrt{7+2\sqrt{12}}$，这里 m＝7，n＝12，

由于 4+3＝7，4×3＝12，即$(\sqrt{4})^2+(\sqrt{3})^2=7$，$\sqrt{4}\times\sqrt{3}=\sqrt{12}$，

所以$\sqrt{7+4\sqrt{3}}=\sqrt{7+2\sqrt{12}}=\sqrt{(\sqrt{4}+\sqrt{3})^2}=2+\sqrt{3}$．

请根据材料解答下列问题：

（1）填空：$\sqrt{4-2\sqrt{3}}$＝__$\sqrt{3}$-1__；

（2）化简：$\sqrt{19-4\sqrt{15}}$（请写出计算过程）；

（3）化简：$\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}+\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}+\frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{12}}}$．

【思路点拨】（1）直接根据阅读内容进行变换化简即可；

（2）根据例题把 $4\sqrt{15}$，变成 $2\sqrt{60}$，然后根据阅读内容进行化简；

（3）先根据阅读内容先将分母进行化简，然后分母有理化，再通过合并同类项进行化简．

【规范解答】解：（1）∵3+1＝4，3×1＝3，即（$\sqrt{3}$）^{2}+1^2＝4，$\sqrt{3}\times1=\sqrt{3}$，

$\therefore\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=\sqrt{3}-1$.

故答案为：$\sqrt{3}-1$.

（2）首先把$\sqrt{19-4\sqrt{15}}$化为$\sqrt{19-2\sqrt{60}}$，这里 $m=19$，$n=60$，

∵15+4=19，15×4=60，即$(\sqrt{15})^2+(\sqrt{4})^2=19$，$\sqrt{15}\times\sqrt{4}=\sqrt{60}$，

$\therefore\sqrt{19-4\sqrt{15}}=\sqrt{19-2\sqrt{60}}=\sqrt{(\sqrt{15}-\sqrt{4})^2}=\sqrt{15}-\sqrt{4}=\sqrt{15}-2$.

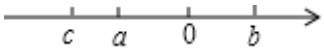
（3）原式$=\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

$=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}+2-\sqrt{3}$

$=1$.

【考点评析】本题是一道阅读理解题，主要考查了二次根式的化简，解答本题的关键是掌握题目中告知问题的解题思路与方法，然后利用这种解题方法解决新问题.

【变式训练 2-3】（2023 秋•天元区期末）已知实数 a，b，c 在数轴上的位置如图所示，化简$|a|-\sqrt{(a+c)^2}+\sqrt{(c-a)^2}-\sqrt{b^2}$.



【思路点拨】直接利用数轴判断得出：$a<0$，$a+c<0$，$c-a<0$，$b>0$，进而化简即可.

【规范解答】解：如图所示：$a<0$，$a+c<0$，$c-a<0$，$b>0$，

则原式$=-a+a+c-(c-a)-b$

$=a-b$.

【考点评析】此题主要考查了二次根式的性质与化简，正确得出各部分的正负是解题关键.

【变式训练 2-4】（2023 春•沭阳县期末）小明在学习二次根式后，发现一些含根号的式子可以写出另一个式子的平方，如$3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$．善于思考的小明进行了以下探索：设$a+b\sqrt{2}=(m+n\sqrt{2})^2$（其中 a、b、m、n 均为整数），则有$a+b\sqrt{2}=m^2+2n^2+2mn\sqrt{2}$，∴$a=m^2+2n^2$，$b=2mn$．这样小明就找到了一种把类似$a+b\sqrt{2}$的式子化为平方式的方法．请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

（1）当 a、b、m、n 均为正整数，若$a+b\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2$，用含 m、n 的式子分别表示 a、b，得 $a=$ m^2+3n^2 ，$b=$ $2mn$ ；

（2）若$a+4\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2$，且 a、m、n 均为正整数，求 a 的值.

（3）化简$\sqrt{6+2\sqrt{5}}$.

【思路点拨】（1）根据小明的方法，将（$m+n\sqrt{3}$）^{2}按完全平方公式展开，和$a+b\sqrt{3}$的系数进行对比，即可求出a和b的值；

（2）欲求出a，m，n的值，需要先求出m，n的值，根据题意可知$b=2mn=4$，进而得到$mn=2$，结合m，n均为正整数即可求出m，n的值；再根据$a=m^2+3n^2$即可求出a的值.

【规范解答】解：（1）仿照小明的方法，将（$m+n\sqrt{3}$）^{2}展开，得：

$m^2+3n^2+2mn\sqrt{3}$，

将$m^2+3n^2+2mn\sqrt{3}$与$a+b\sqrt{3}$的系数进行对比，可得：

$a=m^2+3n^2$、$b=2mn$.

故答案为：m^2+3n^2，$2mn$.

（2）观察$a+4\sqrt{3}=（m+n\sqrt{3}）^2$可知，

$b=4$，

由（1）中的规律可知，

$2mn=4$，

则$mn=2$，

由于m、n均为正整数，则有：

$\begin{cases}m=1\\n=2\end{cases}$或$\begin{cases}m=2\\n=1\end{cases}$

将$m=1$、$n=2$代入$a=m^2+3n^2$，得：

$a=13$，

将$m=2$、$n=1$代入$a=m^2+3n^2$，得：

$a=7$，

综上可知，a的值为13或7.

（3）$\sqrt{6+2\sqrt{5}}=\sqrt{1+(\sqrt{5})^2+2\sqrt{5}}=\sqrt{(1+\sqrt{5})^2}=1+\sqrt{5}$.

【考点评析】本题主要考查二次根式的混合运算，解答的关键是理解清楚题意，并对相应的运算法则的掌握.

重点考向03：最简二次根式

【典例精讲】（2023秋•蒸湘区校级期中）下列根式是最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{15}$　　B．$\sqrt{\frac{1}{3}}$　　C．$\sqrt{0.1}$　　D．$\sqrt{24}$

【思路点拨】根据最简二次根式的定义对各选项进行判断．

【规范解答】解：*A*．$\sqrt{15}$为最简二次根式，所以 *A* 选项符合题意；

B．$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则$\sqrt{\frac{1}{3}}$不是最简二次根，所以 *B* 选项不符合题意；

C．$\sqrt{0.1}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，则$\sqrt{0.1}$不是最简二次根，所以 *C* 选项不符合题意；

D．$\sqrt{24}=2\sqrt{6}$，则$\sqrt{24}$不是最简二次根，所以 *D* 选项不符合题意；

故选：*A*．

【考点评析】本题考查了最简二次根式，正确理解最简二次根式的定义是解决问题的关键．

【变式训练 3-1】（2022 春•舒兰市期末）下列各式属于最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{\frac{1}{2}}$　　B．$\sqrt{12}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{0.02}$

【思路点拨】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是．

【规范解答】解：*A*、$\sqrt{\frac{1}{2}}$不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

B、∵$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，∴$\sqrt{12}$不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

C、2 不能再开方，$\sqrt{2}$是最简二次根式，故此选项符合题意；

D、∵$\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{1}{50}}=\frac{\sqrt{2}}{10}$，∴$\sqrt{0.02}$不是最简二次根式，故此选项不符合题意；

故选：*C*．

【考点评析】本题考查最简二次根式的定义．根据最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：（1）被开方数不含分母；（2）被开方数不含能开得尽方的因数或因式．

【变式训练 3-2】（2020 春•怀宁县期末）把$\sqrt{\frac{4}{3}}$化为最简二次根式，结果是 __$\frac{2\sqrt{3}}{3}$__．

【思路点拨】直接利用二次根式的性质化简求出答案．

【规范解答】解：$\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

故答案为：$\frac{2\sqrt{3}}{3}$

【考点评析】此题主要考查了二次根式的性质与化简，正确开平方是解题关键．

【变式训练 3-3】（2021 秋•侯马市校级期末）若二次根式$\sqrt{5a+3}$是最简二次根式，则最小的正整数 *a* 为__2__．

【思路点拨】

判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

【规范解答】解：若二次根式$\sqrt{5a+3}$是最简二次根式，则最小的正整数 a 为 2，

故答案为：2.

【考点评析】本题考查最简二次根式的定义．根据最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：被开方数不含分母；被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

【变式训练 3-4】（2023 春•莱阳市期中）已知 $A=5\sqrt{2x+1}$，$B=3\sqrt{x+3}$，$C=\sqrt{10x+3y}$，其中 A，B 为最简二次根式，且 $A+B=C$，求$\sqrt{2y-x^2}$的值.

【思路点拨】根据最简二次根式的定义可得 $2x+1=x+3$，从而可得：$x=2$，进而可得 $A=5\sqrt{5}$，$B=3\sqrt{5}$，然后求出 $C=8\sqrt{5}=\sqrt{320}$，从而可得 $10x+3y=320$，进而可得 $y=100$，然后把 x，y 的值代入式子中进行计算，即可解答.

【规范解答】解：∵A，B 为最简二次根式，

∴$2x+1=x+3$，

解得：$x=2$，

∴$A=5\sqrt{5}$，$B=3\sqrt{5}$，

∵$A+B=C$，

∴$C=A+B=8\sqrt{5}=\sqrt{320}$，

∵$C=\sqrt{10x+3y}$，

∴$10x+3y=320$，

∴$20+3y=320$，

解得：$y=100$，

∴$\sqrt{2y-x^2}=\sqrt{2\times100-2^2}=\sqrt{196}=14$，

∴$\sqrt{2y-x^2}$的值为 14.

【考点评析】本题考查了最简二次根式，二次根式的性质与化简，准确熟练地进行计算是解题的关键.

重点考向 04：二次根式的乘除法

【典例精讲】（2023 春•西和县期末）下列计算错误的是（　　）

A．$\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{6}$　　B．$2\sqrt{3}\cdot3\sqrt{3}=6\sqrt{6}$　C．$\sqrt{12}\div\sqrt{3}=2$　　D．$\sqrt{6}\times\sqrt{3}=3\sqrt{2}$

【思路点拨】根据二次根式乘除运算法则进行计算即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/086000015123010135