第1节　平行四边形的性质

A层 基础练

1．平行四边形的周长为10 cm，其中一边长为3 cm，则它的邻边长为 (　A　)

A．2 cm　　B．3 cm

C．4 cm　　D．7 cm

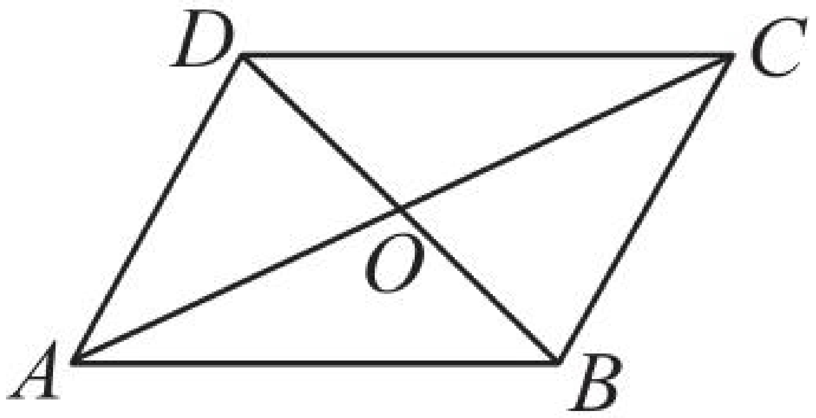
2．如图，在▱$ABCD$中，AC与BD相交于点O，则下列结论不一定成立的是（　A　）

A．$AO=DO$

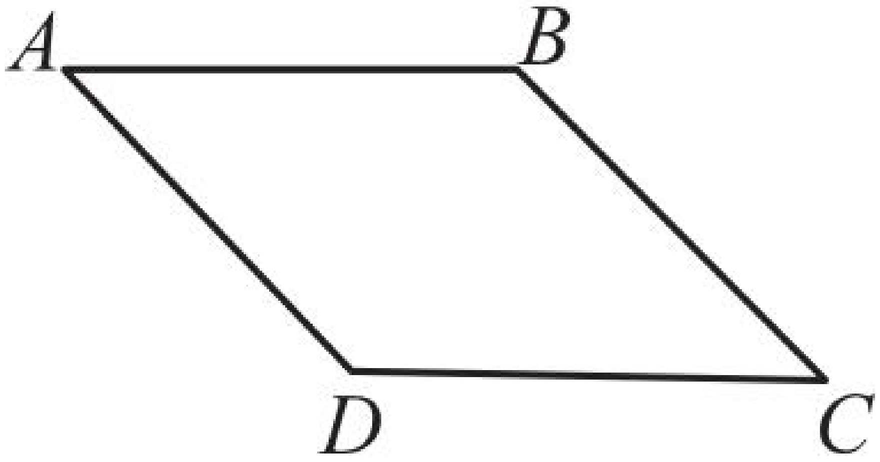
B．$CD=AB$

C．$\angle BAD=\angle BCD$

D．$AD\parallel BC$



3．如图，在▱$ABCD$中，若$\angle D=3\angle A$，则$\angle A=$___45___°.



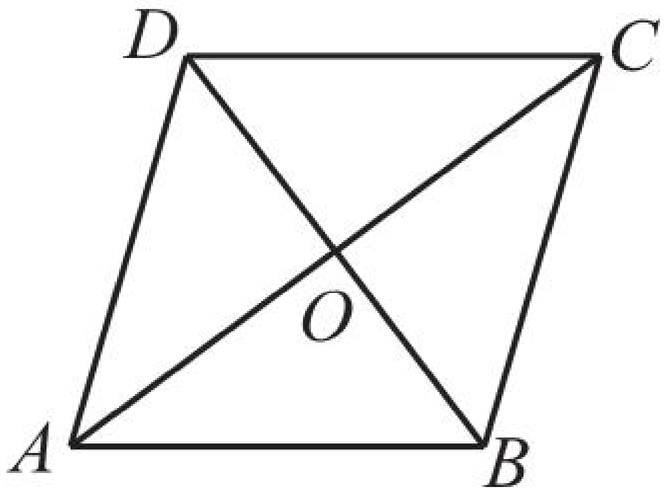
4．如图，在▱$ABCD$中，AC与BD相交于点O，且$AC=8$，$BD=6$，$AD=5$，则$\triangle BOC$的周长为(　B　)

A．11

B．12

C．13

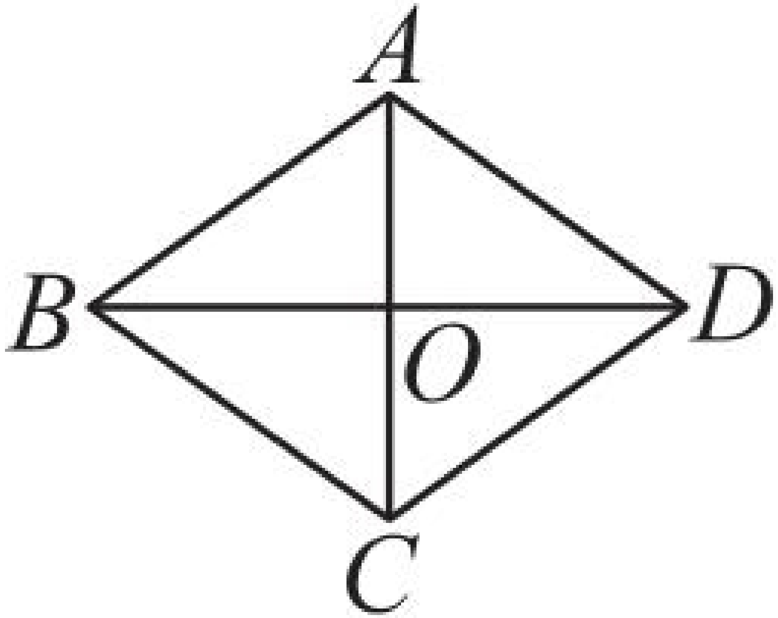
D．14



5．在▱$ABCD$中，若$\angle A+\angle C=100°$，则$\angle D$的度数为(B)

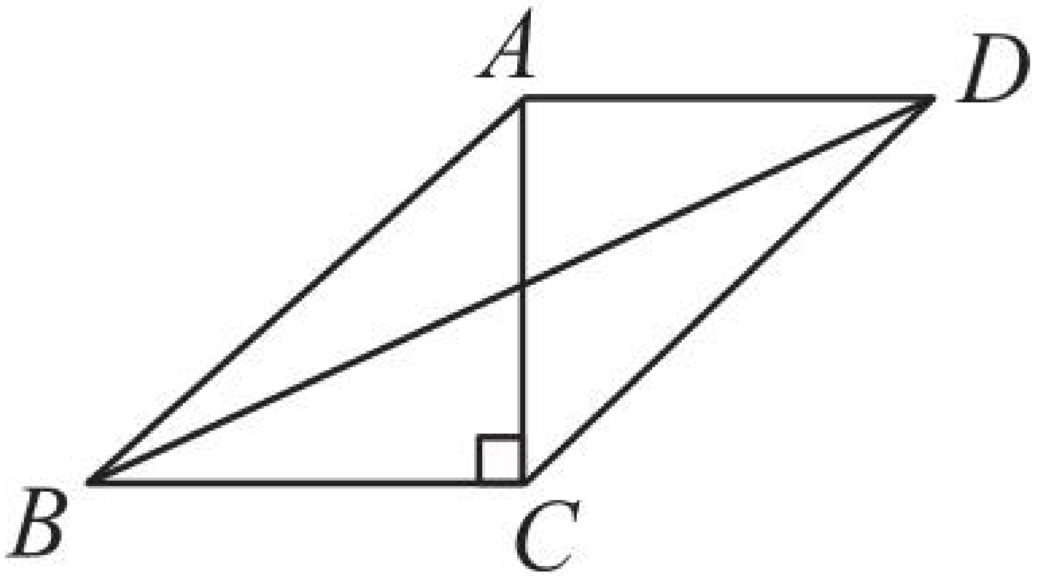
A．100°　　B．130°　　C．140°　　D．150°

6．如图，▱$ABCD$的两条对角线AC，BD相交于点O，$BD=6$，$AC=4$，$BC=\sqrt{13}$，则$\angle AOB=$____90°____.

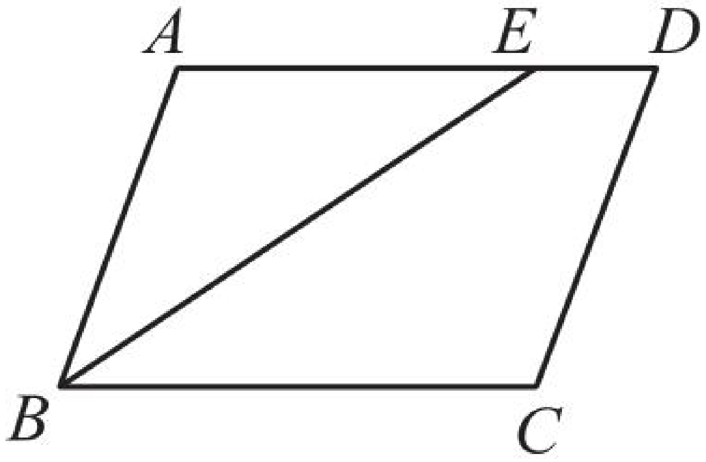


7．▱$ABCD$的周长为28 cm，且AB∶BC＝2∶5，那么AB＝___4___cm，AD＝___10___cm．

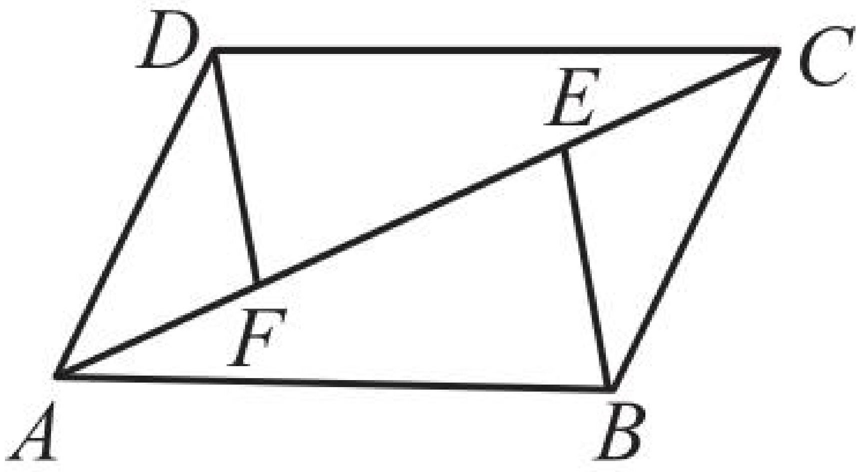
8．如图，在▱$ABCD$中，$AC \perp BC$，$AD = AC = 2$，则BD的长为__$2\sqrt{5}$__．



9．如图，在▱*ABCD*中，*BE*平分∠*ABC*交*AD*于点*E*，*BC*＝4，*DE*＝1，则▱*ABCD*的周长是<u>14</u>**.**



10．如图，在平行四边形$ABCD$中，E，F是对角线AC上两点，且$\angle ADF=\angle CBE$，求证：$\triangle AFD\cong\triangle CEB$.



证明：$\because$四边形$ABCD$为平行四边形，

$\therefore AD\parallel CB$，$AD=CB$.

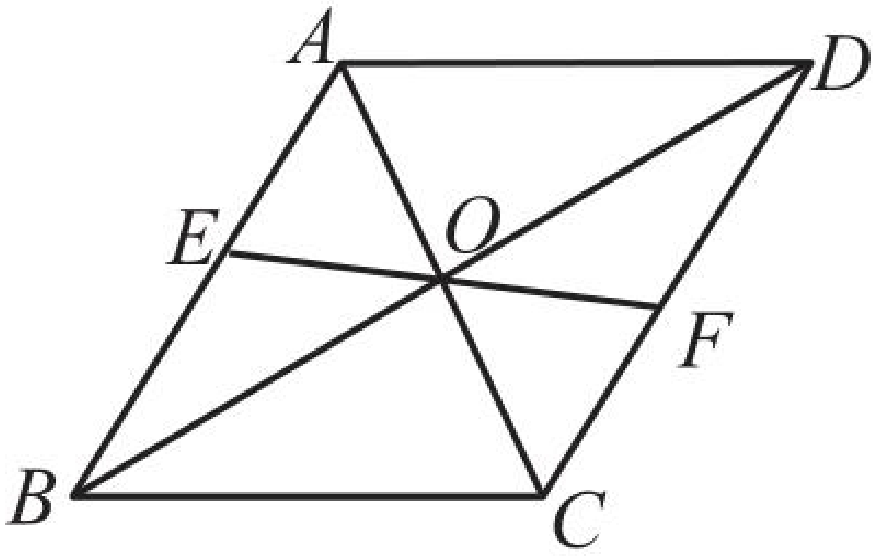
$\therefore \angle DAF=\angle BCE$.

在$\triangle AFD$和$\triangle CEB$中，

$$\begin{cases}\angle ADF=\angle CBE,\\ AD=CB,\\ \angle DAF=\angle BCE,\end{cases}$$

$\therefore \triangle AFD\cong\triangle CEB$(ASA).

12．(教材P44练习T2)如图，▱$ABCD$的对角线AC，BD相交于点O，EF过点O且与AB，CD分别相交于点E，F．求证：$OE=OF$．



证明：∵四边形$ABCD$为平行四边形，

∴$AB\parallel CD$，$OA=OC$．

∴$\angle EAO=\angle FCO$．

在$\triangle AOE$和$\triangle COF$中，

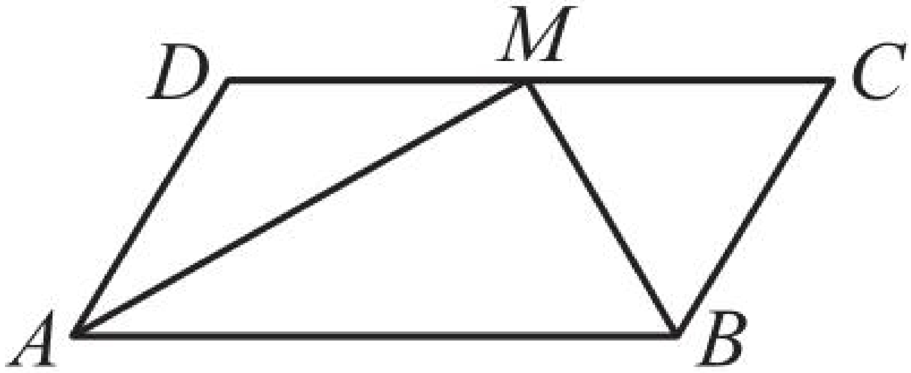
$$\begin{cases}\angle EAO=\angle FCO,\\ OA=OC,\\ \angle AOE=\angle COF,\end{cases}$$

∴$\triangle AOE\cong\triangle COF$(ASA)．

∴$OE=OF$．

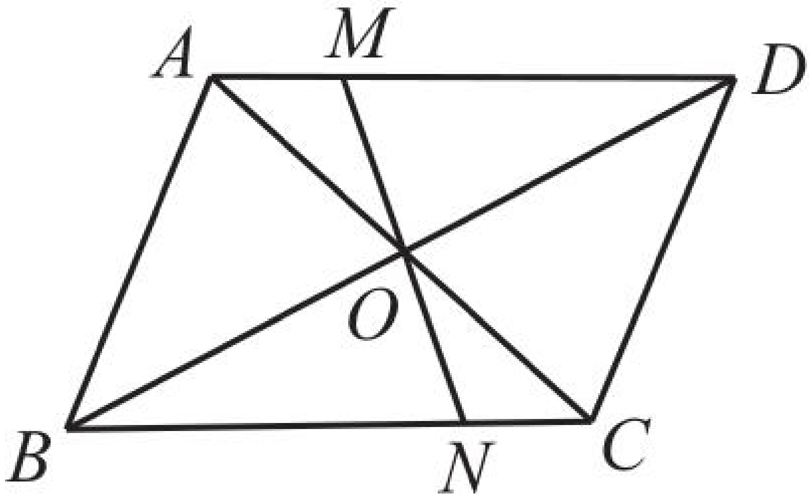
B层 提升练

13．如图，在▱$ABCD$中，M是CD的中点，$AB=2BC$，若$BM=1$，$AM=2$，则CD的长为________．

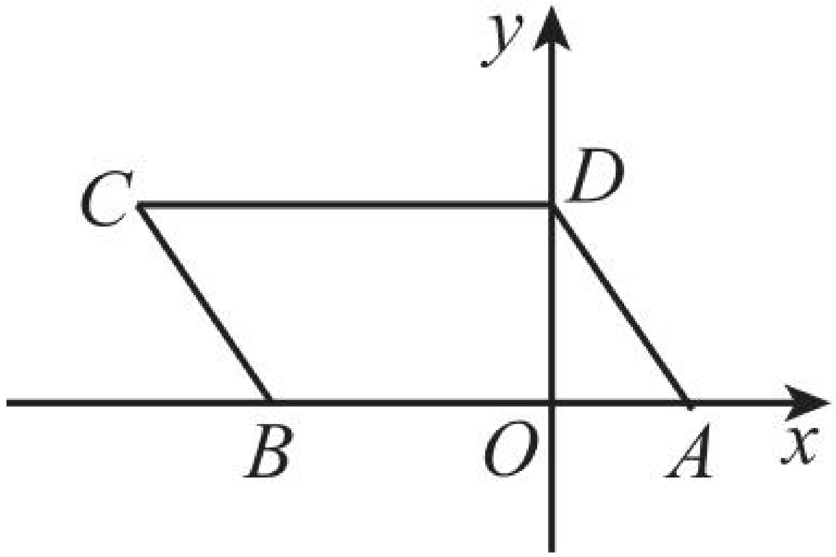


B层 提升练

14．如图，在▱$ABCD$中，对角线AC，BD相交于点O，过点O的直线分别交AD，BC于点M，N，若$\triangle CON$的面积为2，$\triangle DOM$的面积为4，则$\triangle AOB$的面积为__6__．

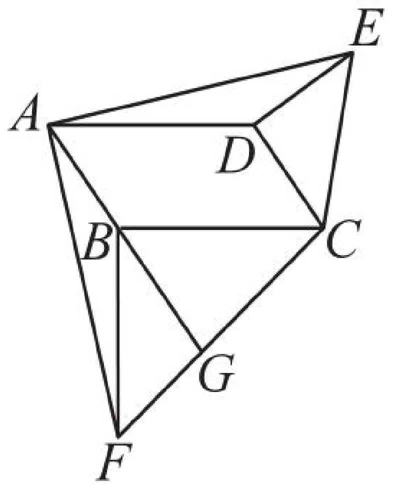


15．如图，▱$ABCD$的顶点A，B，D的坐标分别是(2，0)，(－4，0)，(0，3)，则顶点C的坐标是__(－6，3)__．



16．如图，在▱$ABCD$中，分别以边BC，CD为腰作等腰三角形BCF和等腰三角形CDE，使$BC=BF$，$CD=ED$，$\angle CBF=\angle CDE$，连接AF，AE．

(2)延长AB与CF相交于点G，若$AF\perp AE$，求证：$BF\perp BC$．



(2)∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$．

∴$\angle CBG=\angle DAB$．

∵$\triangle ABF\cong\triangle EDA$，

∴$\angle AFB=\angle EAD$．

∴$\angle GBF=\angle BAF+\angle AFB=\angle BAF+\angle EAD$．

∵$AF\perp AE$，

∴$\angle EAD+\angle DAB+\angle BAF=90°$．

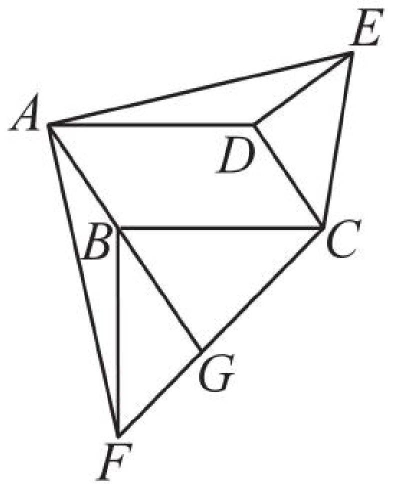
∴$\angle GBF+\angle CBG=90°$，即$\angle FBC=90°$．

∴$BF\perp BC$．

C层 拓展练

17．如图，在▱$ABCD$中，分别以边BC，CD为腰作等腰三角形BCF和等腰三角形CDE，使$BC=BF$，$CD=ED$，$\angle CBF=\angle CDE$，连接AF，AE.

(1)求证：$\triangle ABF\cong\triangle EDA$；



证明：(1)∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AB=CD$，$DA=BC$，$\angle ABC=\angle CDA$.

又$BC=BF$，$CD=ED$，

∴$AB=ED$，$BF=DA$.

∵$\angle CBF=\angle CDE$，

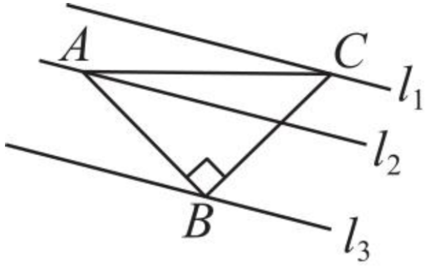
∴$360°-\angle ABC-\angle CBF=360°-\angle CDA-\angle CDE$，

即$\angle ABF=\angle EDA$.

∴$\triangle ABF\cong\triangle EDA$(SAS).

C层 拓展练

18．如图，已知在△ABC中，$\angle ABC=90°$，$AB=BC$，三角形的顶点在相互平行的三条直线l_1，l_2，l_3上，且l_1，l_2之间的距离为2，l_2，l_3之间的距离为3，求AC的长．



解：过A，C两点分别作$AD\perp l_3$于点D，$CE\perp l_3$于点E．

由题意，得$AD=3$，$CE=2+3=5$．

∵$AD\perp l_3$，$\angle ABC=90°$，

∴$\angle DAB+\angle ABD=90°$，$\angle ABD+\angle EBC=90°$．

∴$\angle DAB=\angle EBC$．

又$\angle ADB=\angle BEC=90°$，$AB=BC$，

∴△ABD≌△BCE(AAS)．

∴$BD=CE=5$．

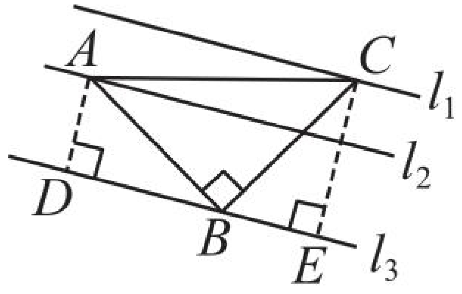
在Rt△ABD中，$\angle ADB=90°$，

由勾股定理，得$AB^2=AD^2+BD^2=3^2+5^2=34$．

在Rt△ABC中，$\angle ABC=90°$．

由勾股定理，得

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{34+34}=2\sqrt{17}$．

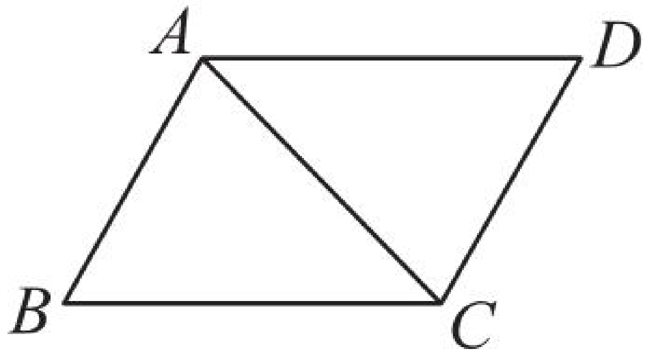


答图

第2节　平行四边形的判定

A层 基础练

1．如图，下列给出的条件中，不能判定四边形$ABCD$是平行四边形的是(　C　)



A．$AB // CD$，$AB=CD$

B．$AB=CD$，$AD=BC$

C．$\angle B+\angle DAB=180°$，$AB=CD$

D．$\angle B=\angle D$，$\angle BCA=\angle DAC$

2．下列不能判定四边形$ABCD$为平行四边形的条件是(A)

A．$AB \parallel CD$，$AD=BC$

B．$AB \parallel CD$，$\angle A=\angle C$

C．$AD \parallel BC$，$AD=BC$

D．$\angle A=\angle C$，$\angle B=\angle D$

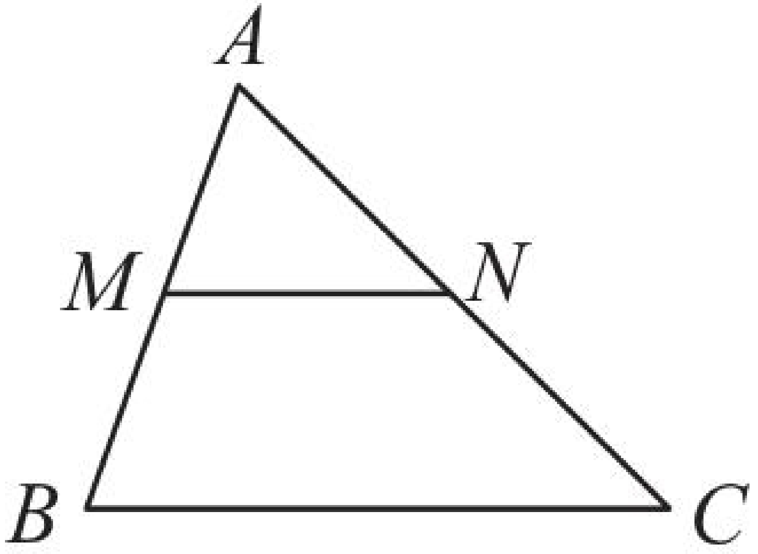
3．如图，M，N分别是$\triangle ABC$的边AB，AC的中点，若$\angle A=65^\circ$，$\angle ANM=45^\circ$，则$\angle B=$（ D ）

A． 20°

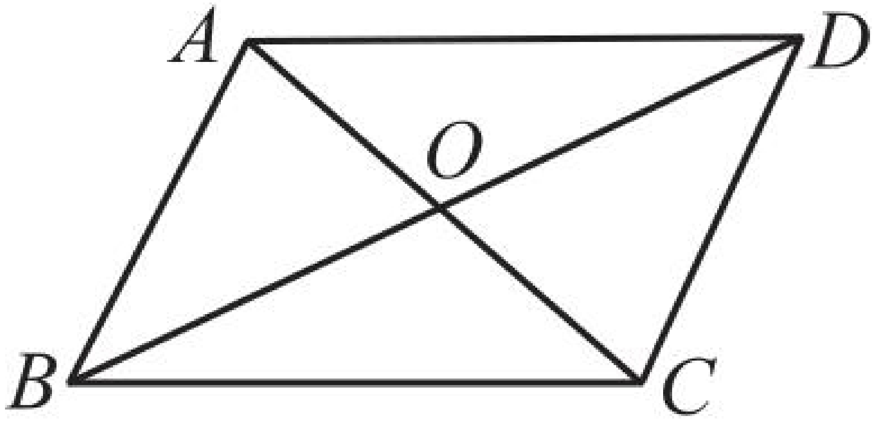
B． 45°

C． 65°

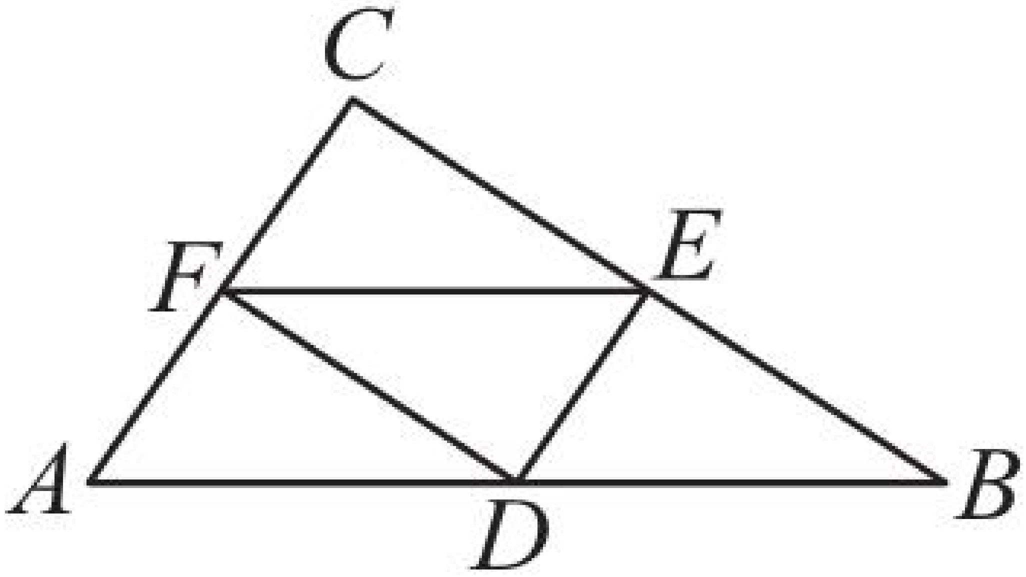
D． 70°



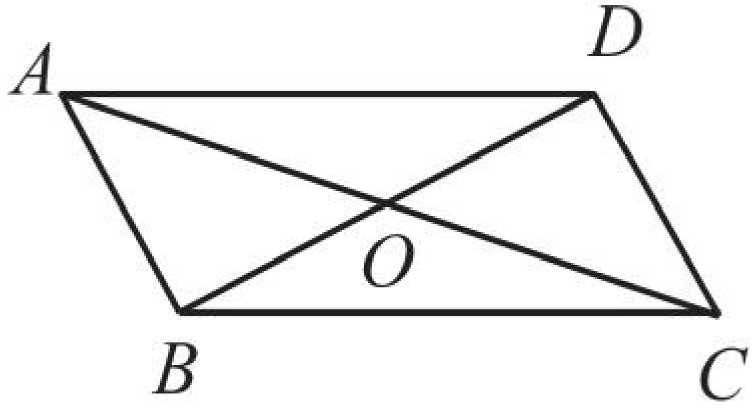
4．如图，在四边形$ABCD$中，$OA=OC$，$BD=16$ cm，则当$OB=$__<u>8</u>__cm时，四边形$ABCD$是平行四边形.



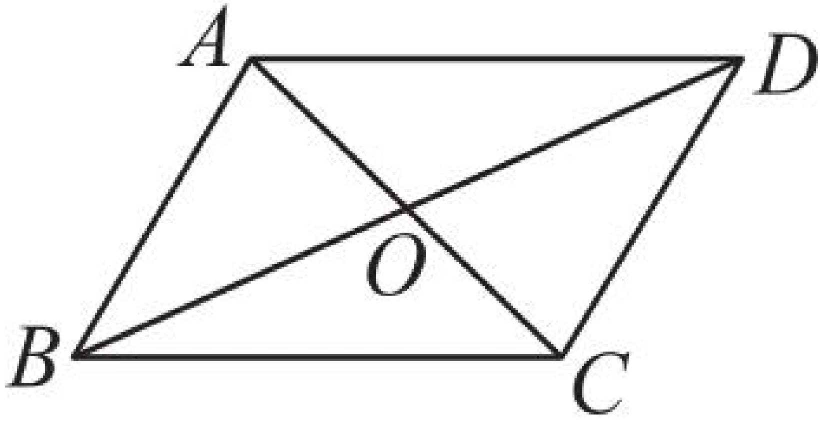
5．如图，在△ABC中，AC＝6 cm，BC＝8 cm，AB＝10 cm，D，E，F分别是AB，BC，CA的中点，则△EDF的周长是___12___cm．



6．如图，在四边形$ABCD$中，AC，BD相交于点O，请从给定的四个条件：①$AB=CD$；②$AD\parallel BC$；③$\angle BAD=\angle BCD$；④$BO=DO$中选择两个，使得构成的四边形可判定为平行四边形．你的选择是__②③或②④__．(填序号)



7．如图，四边形$ABCD$的对角线AC，BD交于点O，$\angle CAD=\angle ACB$，$OA=OC$，求证：四边形$ABCD$是平行四边形.



证明：在$\triangle AOD$和$\triangle COB$中，

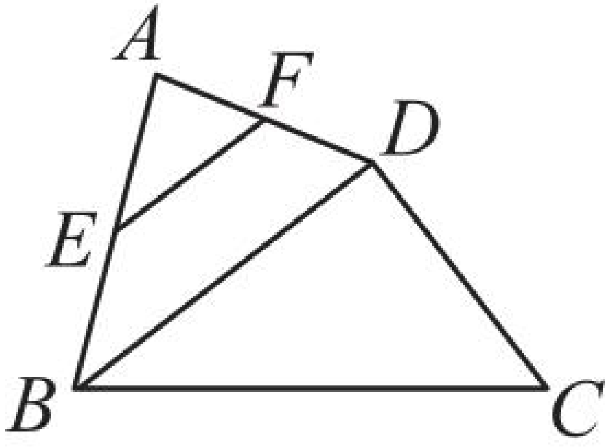
$$\begin{cases}\angle CAD=\angle ACB,\\ OA=OC,\\ \angle AOD=\angle COB,\end{cases}$$

$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB$(ASA).

$\therefore OD=OB$.

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形.

8．如图，在四边形$ABCD$中，E，F分别是AB，AD的中点，若$EF=2$，$BC=5$，$CD=3$，求$\triangle BDC$的面积．



解：$\because E$，F分别是AB，AD的中点，$EF=2$，

$\therefore BD=2EF=4$．

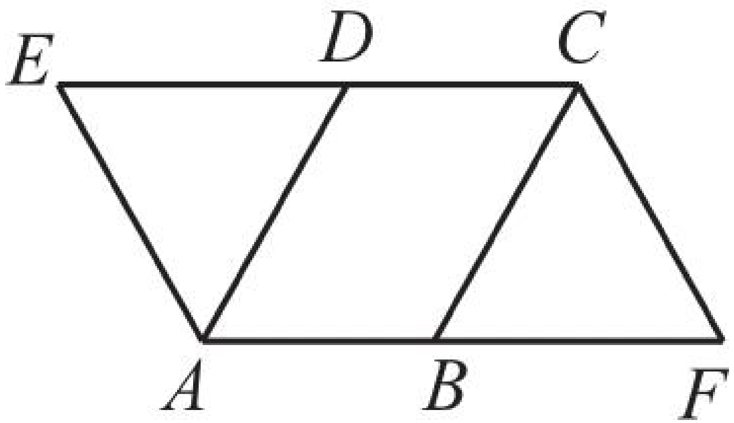
$\because BD^2+CD^2=4^2+3^2=5^2$，$BC^2=5^2$，

$\therefore BD^2+CD^2=BC^2$．

$\therefore \triangle BDC$是直角三角形，$\angle BDC=90°$．

$\therefore S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}BD\cdot CD=\frac{1}{2}\times4\times3=6$．

9．如图，在▱$ABCD$中，$\angle DAB=60^\circ$，点E，F分别在CD，AB的延长线上，且$AE=AD$，$CF=CB$．求证：四边形$AFCE$是平行四边形．



证明：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore DC/\!/AB$，$\angle DCB=\angle DAB=60^\circ$．

$\therefore \angle ADE=\angle CBF=60^\circ$．

$\because AE=AD$，$CF=CB$，

$\therefore \triangle AED$，$\triangle CFB$是等边三角形．

$\therefore \angle E=\angle DAE=\angle F=\angle BCF=60^\circ$．

$\therefore \angle EAF=\angle FCE=120^\circ$．

$\therefore$四边形$AFCE$是平行四边形．

10．如图，已知四边形$ABCD$中，$CD\perp AC$，$AB\perp AC$，垂足分别为C，A，$AD=CB$．

(1)求证：$Rt\triangle ACD\cong Rt\triangle CAB$．

(2)求证：四边形$ABCD$是平行四边形．

证明：(1)在$Rt\triangle ACD$和$Rt\triangle CAB$中，

$$\begin{cases} AD=CB, \\ AC=CA, \end{cases}$$

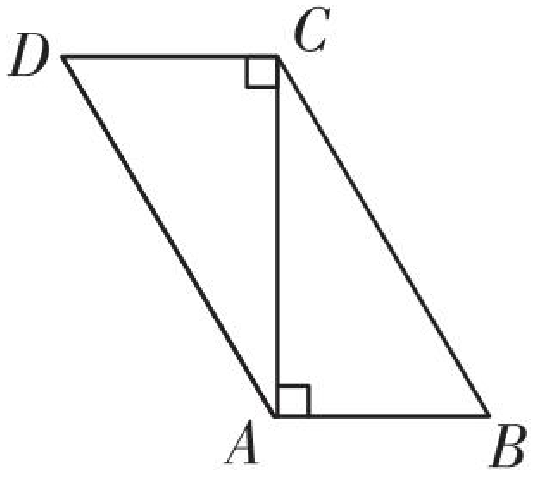
∴$Rt\triangle ACD\cong Rt\triangle CAB$(HL)．

(2)∵$\triangle ACD\cong\triangle CAB$，

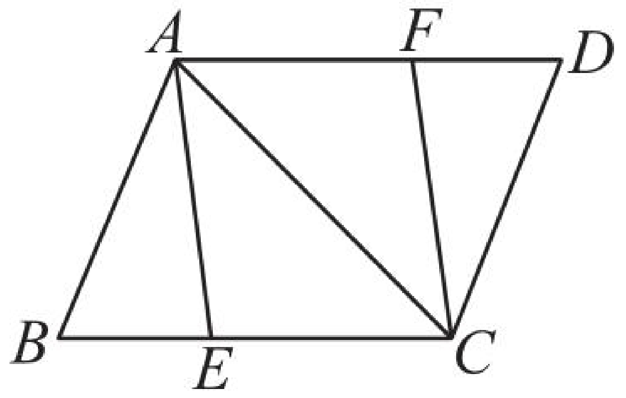
∴$CD=AB$．

又$AD=CB$，

∴四边形$ABCD$是平行四边形．



11．如图，在▱$ABCD$中，AE平分$\angle BAC$交BC于点E，CF平分$\angle ACD$交AD于点F．求证：四边形$AECF$是平行四边形．



证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，$AB\parallel CD$．

∴$\angle BAC=\angle DCA$．

又AE平分$\angle BAC$，CF平分$\angle ACD$，

∴$\angle EAC=\frac{1}{2}\angle BAC$，$\angle ACF=\frac{1}{2}\angle DCA$．

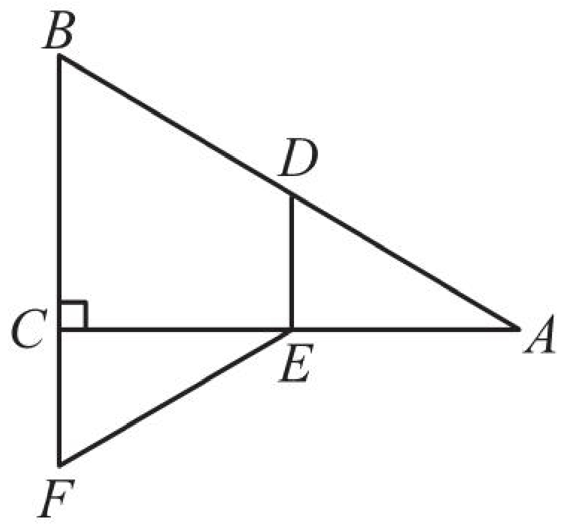
∴$\angle EAC=\angle ACF$．

∴$AE\parallel CF$．

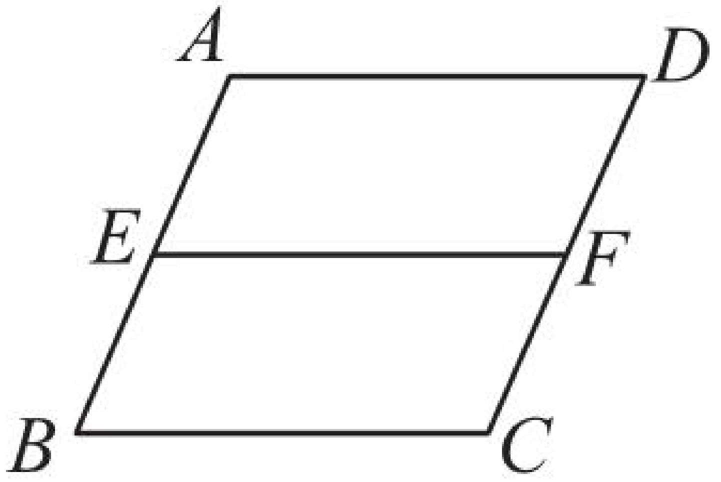
∴四边形$AECF$是平行四边形．

B层 提升练

12．如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，$\angle A=30°$，点D，E分别是边AB，AC的中点，延长BC到点F，使$CF=\frac{1}{2}BC$，若$EF=4$，则DE的长为__2__．



13．如图，在▱$ABCD$中，E，F分别是边AB，DC的中点，求证：$EF=BC$.



证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AB=CD$，$AB\parallel CD$.

又E，F分别是边AB，DC的中点，

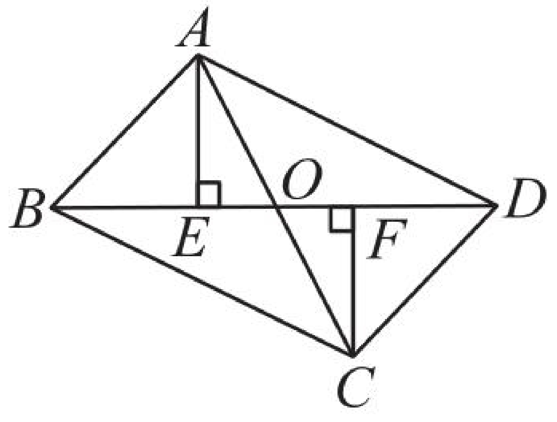
∴$BE=\frac{1}{2}AB$，$CF=\frac{1}{2}CD$.

∴$BE=CF$.

∴四边形$BCFE$是平行四边形.

∴$EF=BC$.

14．如图，在四边形$ABCD$中，$AE\perp BD$，$CF\perp BD$，且$AE=CF$，$\angle BAC=\angle DCA$．求证：四边形$ABCD$是平行四边形．



证明：$\because AE\perp BD$，$CF\perp BD$，

$\therefore \angle AEO=\angle CFO$．

又$\angle AOE=\angle COF$，$AE=CF$，

$\therefore \triangle AEO\cong\triangle CFO$(AAS)．

$\therefore AO=CO$．

在$\triangle ABO$和$\triangle CDO$中，

$$\begin{cases}\angle BAC=\angle DCA,\\ AO=CO,\\ \angle AOB=\angle COD,\end{cases}$$

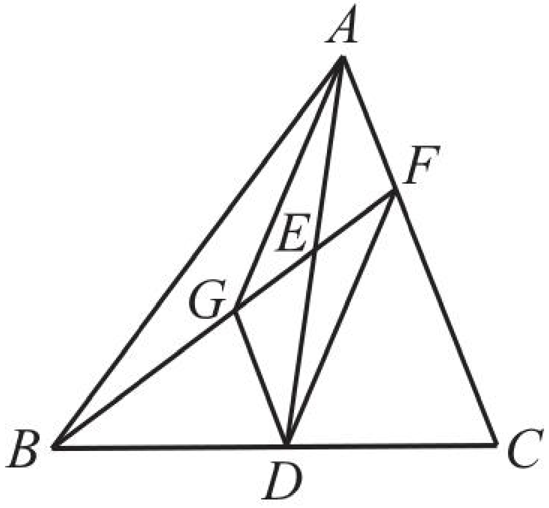
$\therefore \triangle ABO\cong\triangle CDO$(ASA)．

$\therefore AB=CD$．

$\because \angle BAC=\angle DCA$，$\therefore AB\parallel DC$．

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形．

15．如图，在△ABC中，AD是BC边的中线，F是AC上一点，且满足$CF=2AF$，连接BF与AD相交于点E．若G为线段BF上一动点，试分析当点G在何位置时，四边形$AFDG$为平行四边形？



解：当点G为线段BF的中点时，四边形$AFDG$为平行四边形.

理由如下：∵AD是BC边的中线，

∴$BD=CD$.

∵G为线段BF的中点，

∴DG是△BCF的中位线.

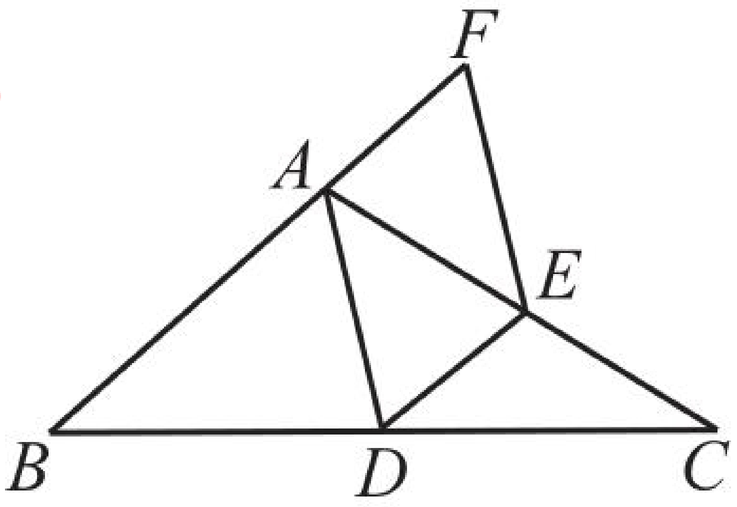
∴$DG \parallel CF$，$DG=\frac{1}{2}CF$.

∵$CF=2AF$，

∴$DG=AF$.

∴四边形$AFDG$为平行四边形.

16．如图，在$\triangle ABC$中，D，E分别是边BC，AC的中点，连接DE，AD，点F在BA的延长线上，且$AF=\frac{1}{2}AB$，连接EF．求证：四边形$ADEF$是平行四边形．



证明：$\because D$，E分别是边BC，AC的中点，

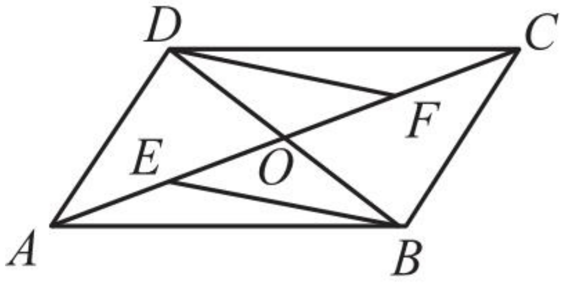
$\therefore DE \parallel BF$，$DE=\frac{1}{2}AB$．

$\because AF=\frac{1}{2}AB$，

$\therefore DE=AF$．

$\therefore$四边形$ADEF$是平行四边形．

17．如图，▱$ABCD$的对角线AC，BD相交于点O．E，F分别是OA，OC的中点．求证：$BE\parallel DF$．



证明：连接BF，DE．

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$．

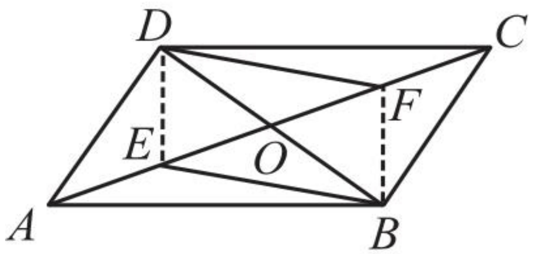
∵E，F分别是OA，OC的中点，

∴$OE=\frac{1}{2}OA$，$OF=\frac{1}{2}OC$．

∴$OE=OF$．

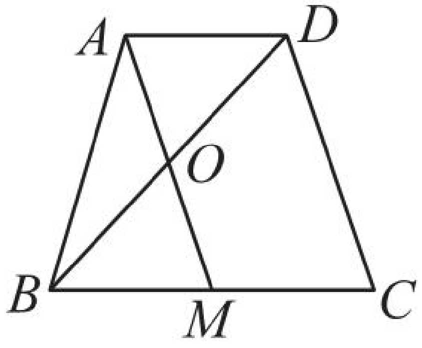
∴四边形$BFDE$是平行四边形．

∴$BE\parallel DF$．



答图

18．如图，在四边形$ABCD$中，M是边BC的中点，AM，BD互相平分并交于点O．求证：四边形$AMCD$是平行四边形．



证明：连接DM.

∵AM，BD互相平分，

∴四边形$ABMD$是平行四边形.

∴$AD=BM$，$AD\parallel BM$.

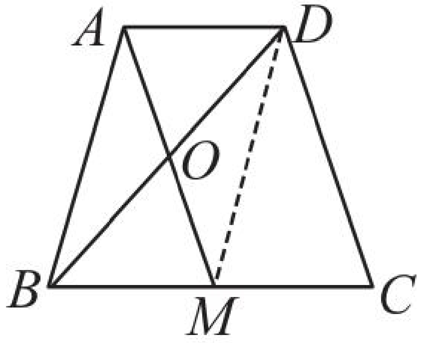
∵M是边BC的中点，

∴$BM=CM$.

∴$AD=CM$.

又$AD\parallel CM$，

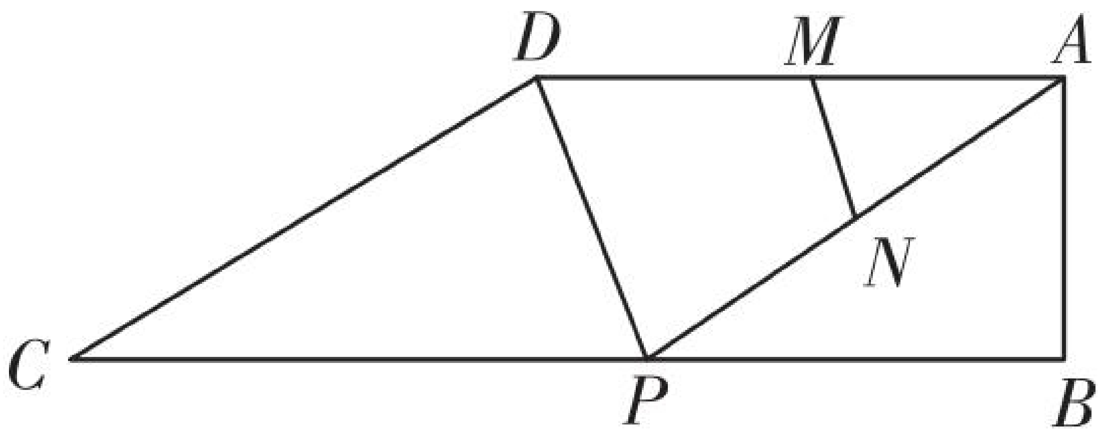
∴四边形$AMCD$是平行四边形.



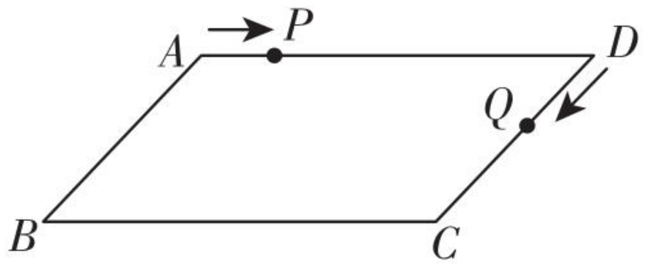
答图

C层 拓展练

19．如图，在四边形$ABCD$中，$CD=\sqrt{13}$，$\angle C=30°$，M为AD的中点，动点P从点B出发沿BC向终点C运动，连接AP，DP，取AP的中点N，连接MN，则线段MN的最小值为$\underline{\ \frac{\sqrt{□□}}{□}\ }$．



20．如图，平行四边形$ABCD$中，$AB=8$ cm，$AD=12$ cm．点P在AD边上以每秒1 cm的速度从点A向点D运动，点Q以每秒3 cm的速度从点D出发，沿DC，CB向点B运动，两个点同时出发，在运动多少秒时，以P，D，Q，B四点组成的四边形是平行四边形．



解：设运动时间为t秒．

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AD \parallel BC$，$CD=AB=8$ cm，$BC=AD=12$ cm．

当点Q在BC上，且$PD=BQ$时，以P，D，Q，B四点组成的四边形是平行四边形，则

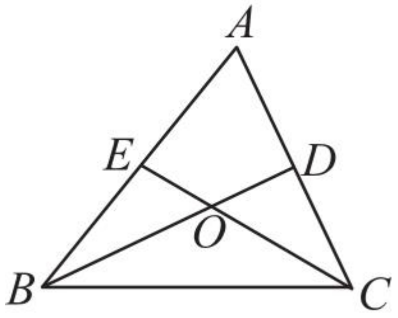
$12-t=12+8-3t$，

解得$t=4$．

∴运动4秒时，以P，D，Q，B四点组成的四边形是平行四边形．

21．如图，在$\triangle ABC$中，BD，CE分别是边AC，AB上的中线，BD，CE相交于点O．求证：$OB=2OD$．

证明：分别取OB，OC的中点F，G，连接DE，EF，FG，GD.



$\therefore FG\parallel BC$，$FG=\frac{1}{2}BC$.

又D，E分别是AC，AB的中点，

$\therefore ED\parallel BC$，$ED=\frac{1}{2}BC$.

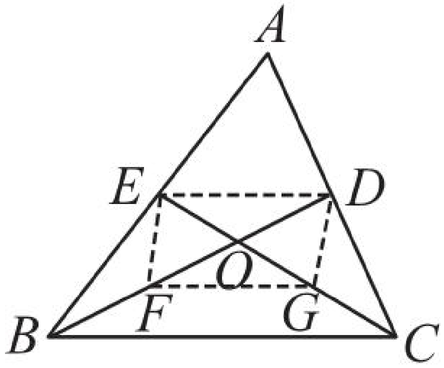
$\therefore ED\parallel FG$，$ED=FG$.

$\therefore$四边形$DEFG$是平行四边形.

$\therefore OF=OD$.

又$OF=\frac{1}{2}OB$，

$\therefore OB=2OD$.



答图

22．如图，在▱$ABCD$中，连接BD，点E，F在线段BD上，连接AE，EC，CF，FA

.

(1)请你添加一个条件：__$BE=DF$(答案不唯一)__，使四边形$AECF$是平行四边形；(只填一个)

(2)根据已知及(1)中你所添加的条件，求证：四边形$AECF$是平行四边形．

(2)证明：如图，连接AC，交BD于点O.

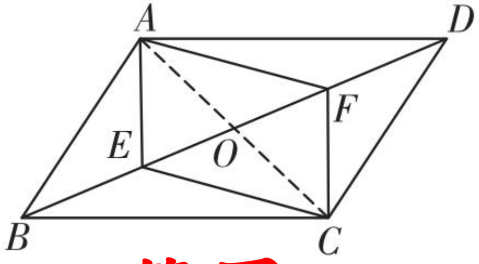
∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AO=CO$，$BO=DO$.

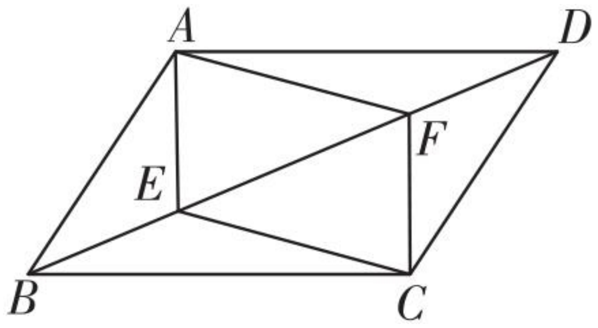
∵$BE=DF$，

∴$BO-BE=DO-DF$，即$EO=FO$.

∴四边形$AECF$是平行四边形.



答图



第3节　矩形的性质和判定

A层 基础练

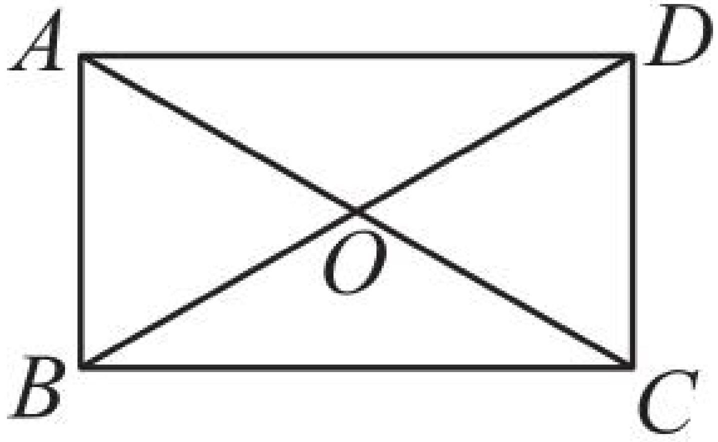
1．如图，矩形$ABCD$的对角线AC，BD交于点O，$AC=4$，$\angle AOD=120°$，则AB的长为 (　　D)

A．$4\sqrt{3}$

B．4

C．$2\sqrt{3}$

D．2



2．如图，在▱$ABCD$中，对角线AC，BD相交于点O，添加下列条件后，不能判定平行四边形$ABCD$为矩形的是(　C　)

A．$\angle ABC=90°$

B．$AC=BD$

C．$AD=AB$

D．$\angle BAD=\angle ADC$