

2021 年黑龙江省牡丹江市、鸡西市朝鲜族学校联合体中考数学 试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分。）

1. (3 分) 下列运算正确的是 ()

A. $-3 - 2 = -1$

B. $3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{3}$

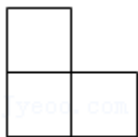
C. $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$

D. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} = a\sqrt{b}$

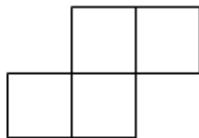
2. (3 分) 下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是 ()



3. (3 分) 由若干个完全相同的小立方块搭成的几何体的左视图和俯视图如图所示，则搭成该几何体所用的小立方块的个数可能是 ()



左视图



俯视图

A. 4 个

B. 5 个

C. 7 个

D. 8 个

4. (3 分) 从小到大的一组数据 $-1, 1, 2, x, 6, 8$ 的中位数为 2，则这组数据的众数和平均数分别是 ()

A. 2, 4

B. 2, 3

C. 1, 4

D. 1, 3

5. (3 分) 关于 x 的一元二次方程 $(m - 3)x^2 + m^2x = 9x + 5$ 化为一般形式后不含一次项，则 m 的值为 ()

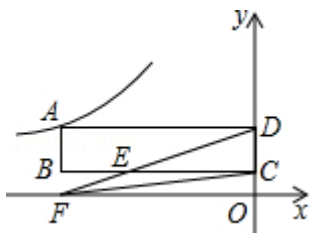
A. 0

B. ± 3

C. 3

D. -3

6. (3 分) 如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的顶点 A 在双曲线 $y = -\frac{3}{x}$ ($x < 0$) 上，点 C, D 在 y 轴的正半轴上，点 E 在 BC 上， $CE = 2BE$ ，连接 DE 并延长，交 x 轴于点 F ，连接 CF ，则 $\triangle FCD$ 的面积为 ()

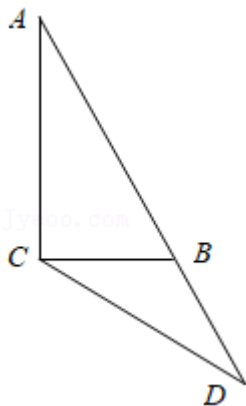


- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

7. (3分) 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x-b}{x-2}=3$ 的解是非负数, 则 b 的取值范围是 ()

- A. $b \neq 4$ B. $b \leq 6$ 且 $b \neq 4$ C. $b < 6$ 且 $b \neq 4$ D. $b < 6$

8. (3分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 点 D 在 AB 的延长线上, 连接 CD , 若 $AB=2BD$, $\tan \angle BCD=\frac{2}{3}$, 则 $\frac{AC}{BC}$ 的值为 ()



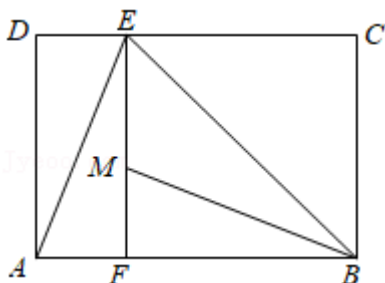
- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

9. (3分) 大课间, 12人跳绳队为尊重每个队员的意愿, 准备把队员分成跳大绳组或跳小绳组, 大绳组3人一组, 小绳组2人一组, 在全队同学能同时参加活动且符合小组规定人数的前提下, 则不同的分组方法有 ()

- A. 1种 B. 2种 C. 3种 D. 4种

10. (3分) 如图, 矩形 $ABCD$ 的边 CD 上有一点 E , $\angle DAE=22.5^\circ$, $EF \perp AB$, 垂足为 F , 将 $\triangle AEF$ 绕着点 F 顺时针旋转, 使得点 A 的对应点 M 落在 EF 上, 点 E 恰好落在点 B 处, 连接 BE . 下列结论: ① $BM \perp AE$; ② 四边形 $EFBC$ 是正方形; ③ $\angle EBM=30^\circ$; ④

$S_{\text{四边形}BCEM} : S_{\triangle BFM} = (2\sqrt{2}+1) : 1$. 其中结论正确的序号是 ()



- A. ①② B. ①②③ C. ①②④ D. ③④

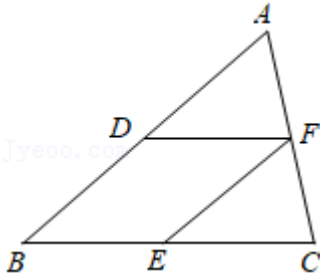
二、填空题: (每小题3分, 共30分。)

11. (3分) 人民网哈尔滨1月10日电, 1月10日在黑龙江省政府新闻办举办的“

重振雄风再出发 - - 龙江这一年”系列主题新闻发布会上表示，全省实现旅游收入 2683.8 亿元，将 2683.8 亿用科学记数法表示为 _____.

12. (3分) 在函数 $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是 _____.

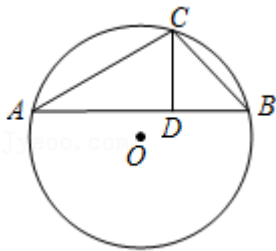
13. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D, E, F 分别是 AB, BC 和 AC 边的中点，请添加一个条件 _____，使四边形 $BEFD$ 为矩形. (填一个即可)



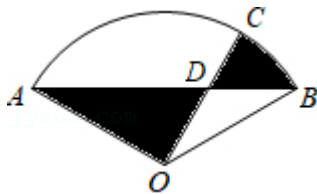
14. (3分) 在一个不透明的袋中装有除颜色外其余都相同的 5 个小球，其中 3 个红球、2 个黄球. 如果第一次先从袋中摸出 1 个球后不放入，第二次再从袋中摸出 1 个球，那么两次都摸到黄球的概率是 _____.

15. (3分) 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 3(x-a) \geq 2(x-1) \\ \frac{2x-1}{3} \leq 2 - \frac{x}{2} \end{cases}$ 有 5 个整数解，则 a 的取值范围是 _____.

16. (3分) 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle CAB = 30^\circ$ ， $\angle CBA = 45^\circ$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ，若 $\odot O$ 的半径为 2，则 CD 的长为 _____.



17. (3分) 如图，在扇形 AOB 中， $\angle AOB = 120^\circ$ ，半径 OC 交弦 AB 于点 D ，且 $OC \perp OA$. 若 $OA = 2\sqrt{3}$ ，则阴影部分的面积为 _____.

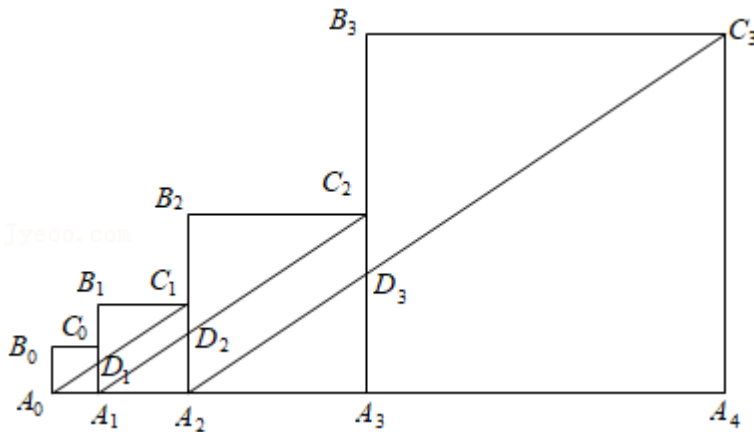


18. (3分) 如图是一个圆锥形冰淇淋外壳. (不计厚度) 已知其母线长为 12cm ，底面圆的半径为 3cm ，则这个冰淇淋外壳的侧面积等于 _____ cm^2 .



19. (3分) 菱形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $\angle ABC=60^\circ$, 以 AD 为边作等腰直角三角形 ADF , $\angle DAF=90^\circ$, 连接 BF , BD , 则 $\triangle BDF$ 的面积为 _____.

20. (3分) 如图, 正方形 $A_0B_0C_0A_1$ 的边长为 1, 正方形 $A_1B_1C_1A_2$ 的边长为 2, 正方形 $A_2B_2C_2A_3$ 的边长为 4, 正方形 $A_3B_3C_3A_4$ 的边长为 8... 依次规律继续作正方形 $A_nB_nC_nA_{n+1}$, 且点 $A_0, A_1, A_2, A_3, \dots, A_{n+1}$ 在同一条直线上, 连接 A_0C_1 交 A_1B_1 于点 D_1 , 连接 A_1C_2 , 交 A_2B_2 于点 D_2 , 连接 A_2C_3 , 交 A_3B_3 于点 D_3 , ... 记四边形 $A_0B_0C_0D_1$ 的面积为 S_1 , 四边形 $A_1B_1C_1D_2$ 的面积为 S_2 , 四边形 $A_2B_2C_2D_3$ 的面积为 S_3 , ..., 四边形 $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}D_n$ 的面积为 S_n , 则 $S_{2021} =$ _____.

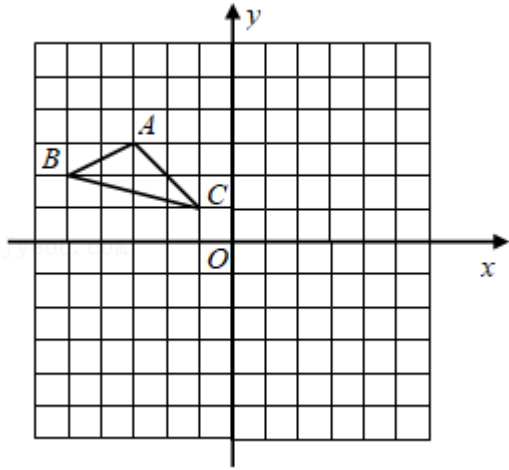


三、解答题: (共 60 分。)

21. (5分) 先化简, 再求值: $(\frac{x^2-3}{x-1}-2) \div \frac{1}{x-1}$, 其中 x 满足 $x^2-2x-3=0$.

22. (6分) 在正方形网格中, 每个小正方形的边长为 1, $\triangle ABC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示.

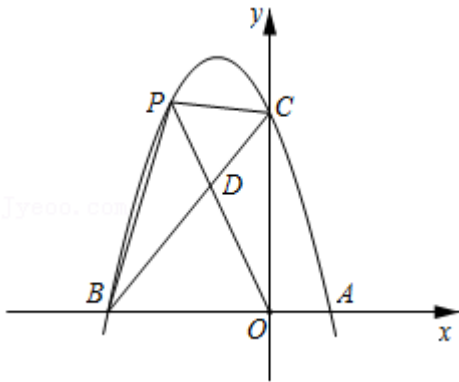
- (1) 以点 C 为位似中心, 作出 $\triangle ABC$ 的位似图形 $\triangle A_1B_1C$, 使其位似比为 2: 1, 并写出点 A_1 的坐标;
- (2) 作出 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 90° 后的图形 $\triangle A_2B_2C$;
- (3) 在 (2) 的条件下, 求出点 B 所经过的路径长.



23. (6分) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 经过点 $A(1, 0)$ 和点 $B(-3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , P 为第二象限内抛物线上一点.

(1) 求抛物线的解析式, 并写出顶点坐标;

(2) 如图, 连接 PB, PO, PC, BC . OP 交 BC 于点 D , 当 $S_{\triangle CPD} : S_{\triangle BPD} = 1 : 2$ 时, 求出点 D 的坐标.

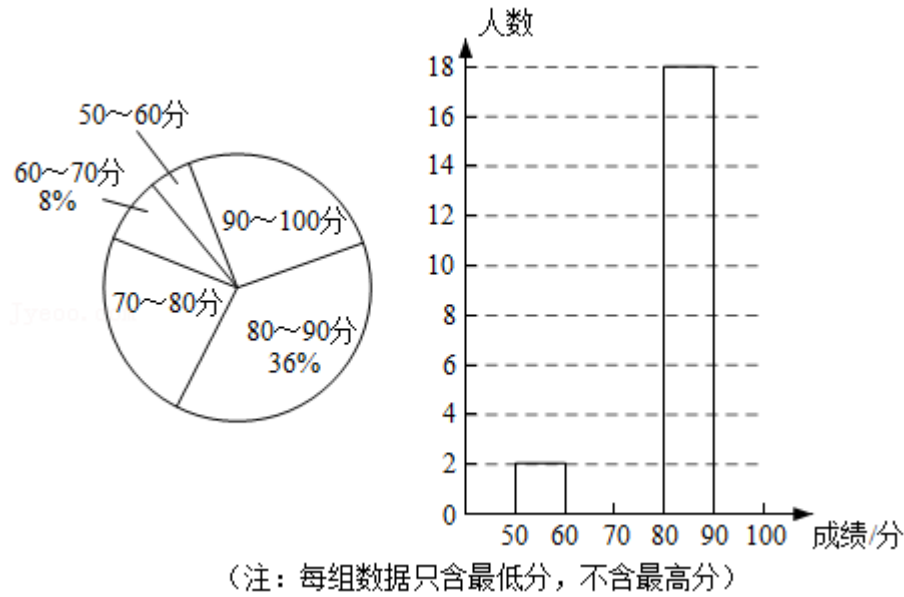


24. (7分) 某校在一次历史考试中, 随机抽取了九年级(1)班部分学生的成绩(单位: 分)并根据统计结果绘制成了如图所示的两幅不完整的统计图, 其中成绩在70~80分的学生人数与成绩在90~100分的学生人数之比为6:7. 请结合图中的信息回答下列问题

(1) 本次共抽取学生 _____人;

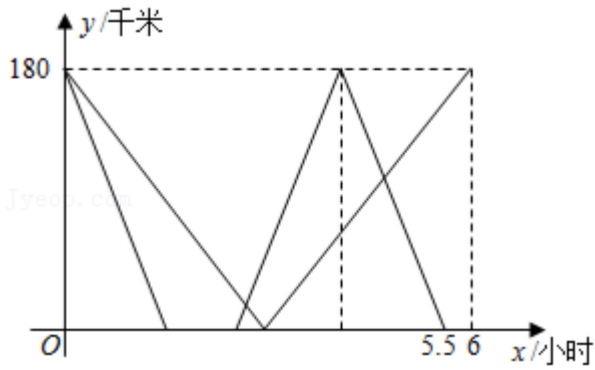
(2) 补全频数分布直方图;

(3) 该校九年级学生共有 2400 人，请你估计成绩在 50~70 分的人数有多少人.

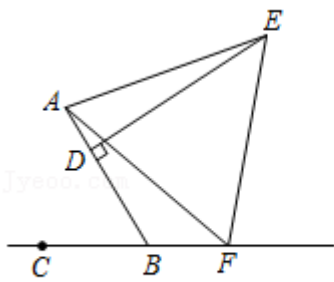


25. (8分) A, B, C 三地在同一条公路上, C 地在 A, B 两地之间, 且到 A, B 两地的路程相等. 甲、乙两车分别从 A, B 两地出发, 匀速行驶. 甲车到达 C 地并停留 1 小时后以原速继续前往 B 地, 到达 B 地后立即调头 (调头时间忽略不计), 并按原路原速返回 C 地停止行驶, 乙车经 C 地到达 A 地停止行驶. 在两车行驶的过程中, 甲、乙两车距 C 地的路程 y (单位: 千米) 与所用的时间 x (单位: 小时) 之间的函数图象如图所示, 请结合图象信息解答下列问题:

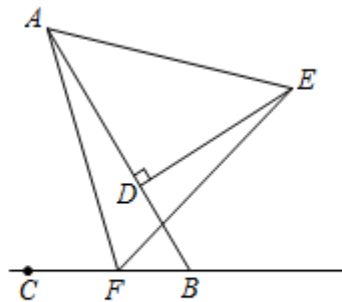
- (1) 直接写出 A, B 两地的路程和甲车的速度;
- (2) 求乙车从 C 地到 A 地的过程中 y 与 x 的函数关系式 (不用写自变量的取值范围);
- (3) 出发后几小时, 两车在途中距 C 地的路程之和为 180 千米? 请直接写出答案.



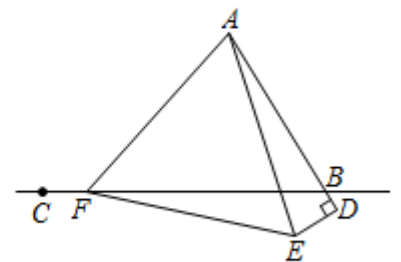
26. (8分) 已知 $\angle ABC = 60^\circ$ ，点 F 在直线 BC 上，以 AF 为边作等边三角形 AFE ，过点 E 作 $ED \perp AB$ 于点 D 。请解答下列问题：



图①



图②



图③

- (1) 如图①，求证： $AB + BF = 2BD$ ；
- (2) 如图②、图③，线段 AB ， BF ， BD 又有怎样的数量关系？请写出你的猜想，不需要证明。

27. (10分) 某中学初三学生在开学前去商场购进 A ， B 两款书包奖励班级表现优秀的学生，购买 A 款书包共花费 6000 元，购买 B 款书包共花费 3200 元，且购买 A 款书包数量是购买 B 款书包数量的 3 倍，已知购买一个 B 款书包比购买一个 A 款书包多花 30 元。

- (1) 求购买一个 A 款书包、一个 B 款书包各需多少元？
- (2) 为了调动学生的积极性，学校在开学后再次购进了 A ， B

两款书包，每款书包不少于 14 个，总花费恰好为 2268 元，且在购买时商场对两款书包的销售单价进行了调整，A 款书包销售单价比第一次购买时提高了 8%，B 款书包按第一次购买时销售单价的九折出售。求此次 A 款书包有几种购买方案？

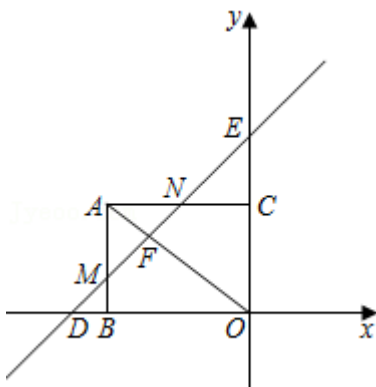
(3) 在 (2) 的条件下，商场这次销售两款书包，单价调整后利润比调整前减少 72 元，直接写出两款书包的购买方案。

28. (10 分) 如图，矩形 $ABOC$ 在平面直角坐标系中，点 A 在第二象限内，点 B 在 x 轴负半轴上，点 C 在 y 轴正半轴上， OA ， OB 的长是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 9x + 20 = 0$ 的两个根。解答下列问题：

(1) 求点 A 的坐标；

(2) 若直线 MN 分别与 x 轴， AB ， AO ， AC ， y 轴交于点 D ， M ， F ， N ， E ， $S_{\triangle AMN} = 2$ ， $\tan \angle AMN = 1$ ，求直线 MN 的解析式；

(3) 在 (2) 的条件下，点 P 在第二象限内，在平面内是否存在点 Q ，使以 E ， F ， P ， Q 为顶点的四边形是正方形？若存在，请直接写出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。



2021年黑龙江省牡丹江市、鸡西市朝鲜族学校联合体中考数学 试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题3分，共30分。）

1. （3分）下列运算正确的是（ ）

A. $-3 - 2 = -1$

B. $3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{3}$

C. $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$

D. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} = a\sqrt{b}$

【分析】直接利用有理数混合运算法则、同底数幂的乘除运算法则分别化简得出答案.

【解答】解：A、 $-3 - 2 = -5$ ，故此选项错误；

B、 $3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$ ，故此选项错误；

C、 $x^3 \cdot x^5 = x^8$ ，故此选项错误；

D、 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} = a\sqrt{b}$ ，正确.

故选：D.

【点评】此题主要考查了有理数混合运算、同底数幂的乘除运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

2. （3分）下列图形中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义判断即可.

【解答】解：A选项是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

B选项是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

C选项既是轴对称图形，又是中心对称图形，符合题意；

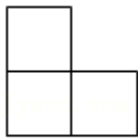
D选项不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意；

故选：C.

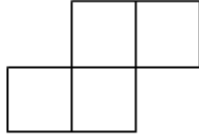
【点评】本题考查了轴对称图形和中心对称图形的定义，牢记轴对称图形和中心对称图形的定义是解题的关键. 如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形. 把一个图形绕某一点旋转 180°

，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

3. (3分) 由若干个完全相同的小立方块搭成的几何体的左视图和俯视图如图所示，则搭成该几何体所用的小立方块的个数可能是 ()



左视图



俯视图

- A. 4个 B. 5个 C. 7个 D. 8个

【分析】左视图、俯视图是分别从物体正面、左面看，所得到的图形.

【解答】解：从左视图看第一列2个正方体结合俯视图可知上面一层有1或2个正方体，左视图第二列1个正方体结合俯视图可知下面一层有4个正方体，所以此几何体共有5或6个正方体.

故选：B.

【点评】本题考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查. 如果掌握口诀“俯视图打地基，正视图疯狂盖，左视图拆违章”就更容易得到答案.

4. (3分) 从小到大的一组数据 - 1, 1, 2, x , 6, 8 的中位数为 2, 则这组数据的众数和平均数分别是 ()

- A. 2, 4 B. 2, 3 C. 1, 4 D. 1, 3

【分析】先利用中位数的定义求出 x 的值，再根据众数的定义和平均数的公式，即可求出这组数据的众数和平均数.

【解答】解：∵一组数据 - 1, 1, 2, x , 6, 8 的中位数为 2,

$$\therefore x = 2 \times 2 - 2 = 2,$$

2 出现的次数最多，故这组数据的众数是 2,

这组数据的平均数是 $(-1+1+2+2+6+8) \div 6 = 3$.

故选：B.

【点评】本题主要考查了众数，平均数及中位数，解题的关键是将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

5. (3分) 关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2+m^2x=9x+5$ 化为一般形式后不含一次项, 则 m 的值为 ()

- A. 0 B. ± 3 C. 3 D. -3

【分析】 把原方程化为一般形式, 根据一元二次方程的定义、一次项的概念列式计算即可.

【解答】 解: $(m-3)x^2+m^2x=9x+5$,

$$(m-3)x^2+(m^2-9)x-5=0,$$

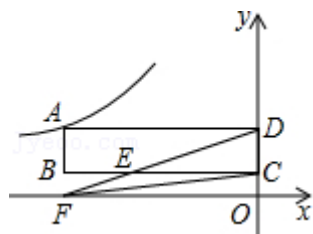
由题意得: $m-3 \neq 0$, $m^2-9=0$,

解得: $m=-3$,

故选: D.

【点评】 本题考查的是一元二次方程的一般形式, 掌握一元二次方程二次项系数不为 0 以及一次项的概念是解题的关键.

6. (3分) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $ABCD$ 的顶点 A 在双曲线 $y=-\frac{3}{x}$ ($x < 0$) 上, 点 C, D 在 y 轴的正半轴上, 点 E 在 BC 上, $CE=2BE$, 连接 DE 并延长, 交 x 轴于点 F , 连接 CF , 则 $\triangle FCD$ 的面积为 ()



- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

【分析】 根据题意设出 A 点和 D 点的坐标, 设 OC 长度为 m , 根据 $CE=2BE$, 得出 E 点的坐标, 再通过证 $\triangle DEC \sim \triangle DFO$, 得出比例关系, 进而求出 FO 的长度, 利用面积公式求面积刚好能消掉未知数得出面积的具体数值.

【解答】 解: 根据题意, 设 $A(n, -\frac{3}{n})$, $D(0, -\frac{3}{n})$,

设 $OC=m$, 则 $C(0, m)$, $CD=-\frac{3}{n}-m$,

$\therefore B(n, m)$, $BC=-n$,

$\because CE=2BE$,

$\therefore CE=\frac{2}{3}BC=-\frac{2}{3}n$,

$$\therefore E\left(\frac{2}{3}n, m\right),$$

由题知 $BC \parallel FO$,

$$\therefore \angle DEC = \angle DFO, \quad \angle DCE = \angle DOF,$$

$$\therefore \triangle DEC \sim \triangle DFO,$$

$$\therefore \frac{DC}{DO} = \frac{EC}{FO},$$

$$\text{即 } \frac{\frac{3}{n} - m}{\frac{3}{n}} = \frac{\frac{2}{3}n}{FO},$$

$$\therefore FO = \frac{2}{\frac{3}{n} - m},$$

$$\therefore S_{\triangle FCD} = \frac{1}{2} FO \cdot CD = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\frac{3}{n} - m} \times \left(-\frac{3}{n} - m\right) = 1,$$

故选: C.

【点评】 本题主要考查反比例函数和矩形的知识, 利用点的坐标表示出所求三角形面积是解题的关键.

7. (3分) 若关于 x 的分式方程 $\frac{2x-b}{x-2} = 3$ 的解是非负数, 则 b 的取值范围是 ()

- A. $b \neq 4$ B. $b \leq 6$ 且 $b \neq 4$ C. $b < 6$ 且 $b \neq 4$ D. $b < 6$

【分析】 先解关于 x 的分式方程, 求得 x 的值, 然后再依据“解是非负数”建立不等式求 b 的取值范围.

【解答】 解: 去分母得, $2x - b = 3x - 6$,

$$\therefore x = 6 - b,$$

$$\because x \geq 0,$$

$$\therefore 6 - b \geq 0,$$

解得, $b \leq 6$,

$$\text{又} \because x - 2 \neq 0,$$

$$\therefore x \neq 2,$$

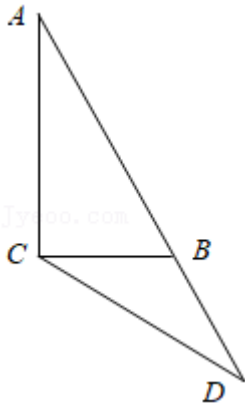
$$\text{即 } 6 - b \neq 2, \quad b \neq 4,$$

则 b 的取值范围是 $b \leq 6$ 且 $b \neq 4$,

故选: B.

【点评】 本题考查解分式方程，由于我们的目的是求 b 的取值范围，根据方程的解列出关于 b 的不等式，另外，解答本题时，易漏掉分母不等于 0 这个隐含的条件，这应引起足够重视。

8. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D 在 AB 的延长线上，连接 CD ，若 $AB=2BD$ ， $\tan\angle BCD=\frac{2}{3}$ ，则 $\frac{AC}{BC}$ 的值为 ()



- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

【分析】 通过作垂线，构造直角三角形，利用相似三角形的性质可求出 $\frac{BD}{AB} = \frac{BM}{BC} = \frac{DM}{AC} = \frac{1}{2}$ ，再根据 $\tan\angle BCD = \frac{2}{3}$ ，设参数表示 AC 、 BC 即可求出答案。

【解答】 解：过点 D 作 $DM \perp BC$ ，交 CB 的延长线于点 M ，

$$\because \angle ACB = \angle DMB = 90^\circ, \quad \angle ABC = \angle DBM,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBM,$$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{BM}{BC} = \frac{DM}{AC},$$

$$\because AB = 2BD,$$

$$\therefore \frac{BD}{AB} = \frac{BM}{BC} = \frac{DM}{AC} = \frac{1}{2},$$

在 $Rt\triangle CDM$ 中，

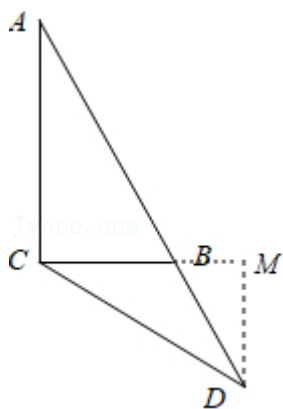
$$\text{由于 } \tan\angle MCD = \frac{2}{3} = \frac{DM}{CM}, \text{ 设 } DM = 2k, \text{ 则 } CM = 3k,$$

$$\text{又 } \because \frac{BM}{BC} = \frac{1}{2} = \frac{DM}{AC},$$

$$\therefore BC = 2k, \quad AC = 4k,$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{4k}{2k} = 2,$$

故选：B.



【点评】 本题考查解直角三角形，相似三角形的性质和判定，掌握直角三角形的边角关系以及相似三角形的判定和性质是正确解答的前提，作垂线构造直角三角形是常用的方法.

9. (3分) 大课间，12人跳绳队为尊重每个队员的意愿，准备把队员分成跳大绳组或跳小绳组，大绳组3人一组，小绳组2人一组，在全队同学能同时参加活动且符合小组规定人数的前提下，则不同的分组方法有 ()
- A. 1种 B. 2种 C. 3种 D. 4种

【分析】 方法一：根据全队12人同时参加活动且符合小组规定的人数，则大绳组有0组、两组或四组，故有三种分组方法；

方法二，可设大绳组有 x 组，小绳组有 y 组，根据题意列出方程，根据 x 和 y 都是自然数求解即可.

【解答】 解：方法一： \because 全队12人同时参加活动且符合小组规定的人数，且大绳组3人一组，小绳组2人一组，

\because 12是偶数，2的倍数也是偶数，

又 \because 偶数+偶数=偶数，

\therefore 大绳组人数必须为偶数，

即大绳组有0组、两组或四组三种分组情况；

方法二：设大绳组有 x 组，小绳组有 y 组，且 x 和 y 都是自然数，

由题知 $3x+2y=12$ ，

$\because x$ 和 y 都是自然数，

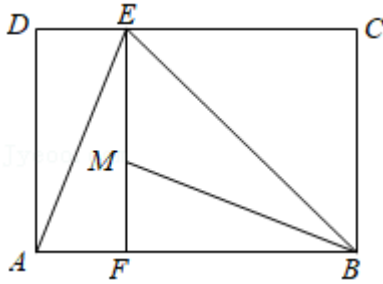
$$\therefore \begin{cases} x=0 \\ y=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=4 \\ y=0 \end{cases},$$

即有3种分组情况，

故选：C.

【点评】本题主要考查排列与组合和自然数奇偶性知识，根据偶数+偶数=偶数来确定大绳组的组数是解题的关键。

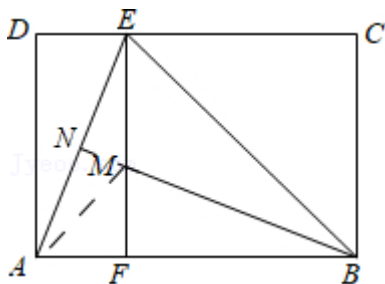
10. (3分) 如图，矩形 $ABCD$ 的边 CD 上有一点 E ， $\angle DAE=22.5^\circ$ ， $EF \perp AB$ ，垂足为 F ，将 $\triangle AEF$ 绕着点 F 顺时针旋转，使得点 A 的对应点 M 落在 EF 上，点 E 恰好落在点 B 处，连接 BE 。下列结论：① $BM \perp AE$ ；② 四边形 $EFBC$ 是正方形；③ $\angle EBM=30^\circ$ ；④ $S_{\text{四边形}BCEM} : S_{\triangle BFM} = (2\sqrt{2}+1) : 1$ 。其中结论正确的序号是 ()



- A. ①② B. ①②③ C. ①②④ D. ③④

【分析】 延长 BM 交 AE 于 N ，连接 AM ，由垂直的定义可得 $\angle AFE = \angle EFB = 90^\circ$ ，根据直角三角形的两个锐角互余得 $\angle EAF = 67.5^\circ$ ，从而有 $\angle EAF + \angle FBM = 90^\circ$ ，得到①正确。根据三个角是直角可判断四边形 $EFBC$ 是矩形，再由 $EF = BF$ 可知是正方形，故②正确。计算出 $\angle EBM = 22.5^\circ$ 得③错误；根据等腰直角三角形的性质可知 $AM = \sqrt{2}FM$ ，推导得出 $AM = EM = \sqrt{2}FM$ ，从而 $EF = EM + FM = (\sqrt{2} + 1)FM$ ，得到 $S_{\triangle EFB} : S_{\triangle BFM} = (\sqrt{2} + 1) : 1$ ，再由 $S_{\text{四边形}BCEF} = 2S_{\triangle EFB}$ ，得 $S_{\text{四边形}BCEM} : S_{\triangle BFM} = (2\sqrt{2} + 1) : 1$ ，判断出④正确。

【解答】 解：如图，延长 BM 交 AE 于 N ，连接 AM ，



$\because EF \perp AB$,

$\therefore \angle AFE = \angle EFB = 90^\circ$ ，

$\because \angle DAE = 22.5^\circ$ ，

$\therefore \angle EAF = 90^\circ - \angle DAE = 67.5^\circ$ ，

\therefore 将 $\triangle AEF$ 绕着点 F 顺时针旋转得 $\triangle MFB$ ，

$\therefore MF=AF, FB=FE, \angle FBM=\angle AEF=\angle DAE=22.5^\circ,$

$\therefore \angle EAF+\angle FBM=90^\circ,$

$\therefore \angle ANB=90^\circ,$

$\therefore BM \perp AE,$ 故①正确;

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle ABC=\angle C=90^\circ,$

$\therefore \angle EFB=90^\circ,$

\therefore 四边形 $EFBC$ 是矩形,

又 $\because EF=BF,$

\therefore 矩形 $EFBC$ 是正方形, 故②正确;

$\therefore \angle EBF=45^\circ,$

$\therefore \angle EBM=\angle EBF-\angle FBM$

$=45^\circ-22.5^\circ$

$=22.5^\circ,$

故③错误;

$\therefore \angle AFM=90^\circ, AF=FM,$

$\therefore \angle MAF=45^\circ, AM=\sqrt{2}FM,$

$\therefore \angle EAM=67.5^\circ-45^\circ=22.5^\circ,$

$\therefore \angle AEM=\angle MAE,$

$\therefore EM=AM=\sqrt{2}FM,$

$\therefore EF=EM+FM=(\sqrt{2}+1)FM,$

$\therefore S_{\triangle EFB}: S_{\triangle BFM}=(\sqrt{2}+1):1,$

又 \because 四边形 $BCEF$ 是正方形,

$\therefore S_{\text{四边形 } BCEF}=2S_{\triangle EFB},$

$\therefore S_{\text{四边形 } BCEM}: S_{\triangle BFM}=(2\sqrt{2}+1):1,$

故④正确,

\therefore 正确的是: ①②④,

故选: C.

【点评】 本题考查了矩形的性质、旋转的性质、勾股定理和正方形的判定与性质, 掌握常用辅助线的添加方法, 灵活运用相关知识是解题的关键.

二、填空题：（每小题 3 分，共 30 分。）

11. （3 分）人民网哈尔滨 1 月 10 日电，1 月 10 日在黑龙江省政府新闻办举办的“重振雄风再出发——龙江这一年”系列主题新闻发布会上表示，全省实现旅游收入 2683.8 亿元，将 2683.8 亿用科学记数法表示为 2.6838×10^{11} 。

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数。

【解答】解：2683.8 亿 = 268380000000 = 2.6838×10^{11} ，

故答案为： 2.6838×10^{11} 。

【点评】此题主要考查了科学记数法的表示方法。表示时关键要确定 a 的值以及 n 的值。

12. （3 分）在函数 $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$ 中，自变量 x 的取值范围是 $1 \leq x \leq 2$ 。

【分析】根据被开方数大于等于 0，列式计算即可得解。

【解答】解：由题意得， $2-x \geq 0$ ， $x-1 \geq 0$ ，

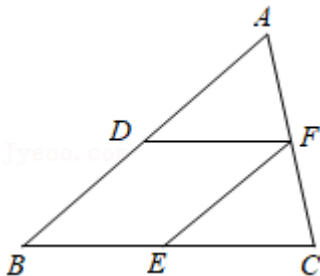
解得 $x \leq 2$ ， $x \geq 1$ ，

$\therefore 1 \leq x \leq 2$ 。

故答案为： $1 \leq x \leq 2$ 。

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数非负。

13. （3 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， D ， E ， F 分别是 AB ， BC 和 AC 边的中点，请添加一个条件 $AB \perp BC$ ，使四边形 $BEFD$ 为矩形。（填一个即可）



【分析】证 DF 、 EF 都是 $\triangle ABC$ 的中位线，得 $DF \parallel BC$ ， $EF \parallel AB$ ，则四边形 $BEFD$ 为平行四边形，当 $AB \perp BC$ 时， $\angle B = 90^\circ$ ，即可得出结论。

【解答】解： $\because D$ ， E ， F 分别是 AB ， BC 和 AC 边的中点，

$\therefore DF$ 、 EF 都是 $\triangle ABC$ 的中位线，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/086122213122010114>