

黑龙江省龙东地区 2023 年初中毕业学业统一考试

数学试题

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟

2. 全卷共三道大题，总分 120 分

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列运算正确的是（ ）

A. $(-2a)^2 = -4a^2$

B. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

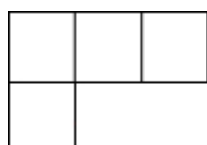
C. $(-m+2)(-m-2) = m^2 - 4$

D. $(a^5)^2 = a^7$

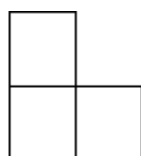
2. 下列新能源汽车标志图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



3. 一个几何体由若干大小相同的小正方体组成，它的俯视图和左视图如图所示，那么组成该几何体所需小正方体的个数最少为（ ）



俯视图



左视图

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

4. 已知一组数据 $1, 0, -3, 5, x, 2, -3$ 的平均数是 1，则这组数据的众数是（ ）

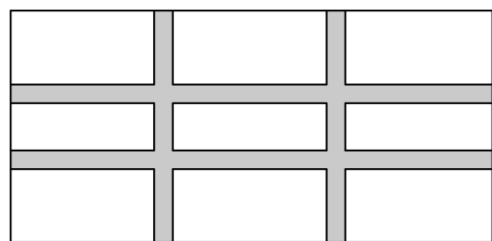
A. -3

B. 5

C. -3 和 5

D. 1 和 3

5. 如图，在长为 100m，宽为 50m 的矩形空地上修筑四条宽度相等的小路，若余下的部分全部种上花卉，且花圃的面积是 3600m^2 ，则小路的宽是（ ）



A. 5m

B. 70m

C. 5m 或 70m

D. 10m

6. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-2} + 1 = \frac{x}{2-x}$ 的解是非负数，则 m 的取值范围是 ()

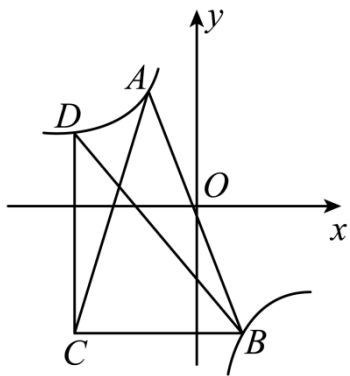
- A. $m \leq 2$ B. $m \geq 2$ C. $m \leq 2$ 且 $m \neq -2$ D. $m < 2$ 且 $m \neq -2$

7. 某社区为了打造“书香社区”，丰富小区居民的业余文化生活，计划出资 500 元全部用于采购 A, B, C 三种图书，A 种每本 30 元，B 种每本 25 元，C 种每本 20 元，其中 A 种图书至少买 5 本，最多买 6 本（三种图书都要买），此次采购的方案有 ()

- A. 5 种 B. 6 种 C. 7 种 D. 8 种

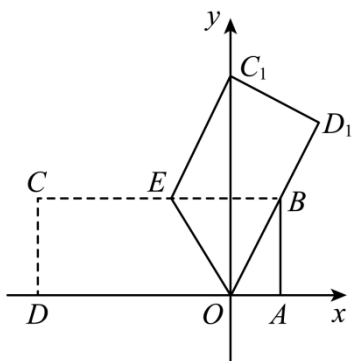
8. 如图， $\triangle ABC$ 是等腰三角形，AB 过原点 O，底边 $BC \parallel x$ 轴，双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 过 A, B 两点，过点 C 作

$CD \parallel y$ 轴交双曲线于点 D，若 $S_{\triangle BCD} = 12$ ，则 k 的值是 ()



- A. -6 B. -12 C. $-\frac{9}{2}$ D. -9

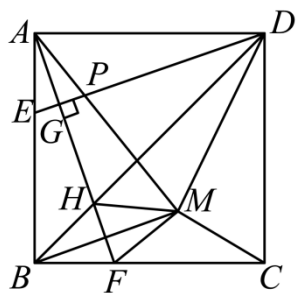
9. 如图，在平面直角坐标中，矩形 ABCD 的边 $AD = 5$, $OA:OD = 1:4$ ，将矩形 ABCD 沿直线 OE 折叠到如图所示的位置，线段 OD_1 恰好经过点 B，点 C 落在 y 轴的点 C_1 位置，点 E 的坐标是 ()



- A. (1, 2) B. (-1, 2) C. $(\sqrt{5}-1, 2)$ D. $(1-\sqrt{5}, 2)$

10. 如图，在正方形 ABCD 中，点 E, F 分别是 AB, BC 上的动点，且 $AF \perp DE$ ，垂足为 G，将 $\triangle ABF$ 沿 AF 翻折，得到 $\triangle AMF$ ，AM 交 DE 于点 P，对角线 BD 交 AF 于点 H，连接 HM, CM, DM, BM，下列结论正确的是：① $AF = DE$ ；② $BM \parallel DE$ ；③若 $CM \perp FM$ ，则四边形 BHM F 是菱形；④当点 E 运动

到 AB 的中点, $\tan \angle BHF = 2\sqrt{2}$; ⑤ $EP \cdot DH = 2AG \cdot BH$. ()



A. ①②③④⑤

B. ①②③⑤

C. ①②③

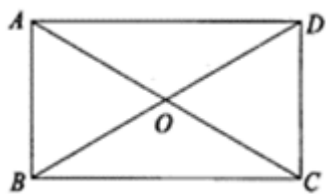
D. ①②⑤

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

11. 据交通运输部信息显示：2023 年“五一”假期第一天，全国营运性客运量约 5699 万人次，将 5699 万用科学记数法表示为_____.

12. 函数 $y = \sqrt{x+3}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____.

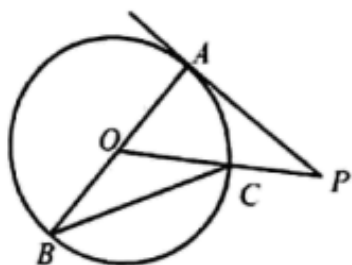
13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中对角线 AC ， BD 交于点 O ，请添加一个条件_____，使矩形 $ABCD$ 是正方形（填一个即可）



14. 一个不透明的袋子中装有 3 个红球和 2 个白球，这些小球除标号外完全相同，随机摸出两个小球，恰好是一红一白的概率是_____.

15. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x+5 > 0 \\ x-m \leq 1 \end{cases}$ 有 3 个整数解，则实数 m 的取值范围是_____.

16. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， PA 切 $\odot O$ 于点 A ， PO 交 $\odot O$ 于点 C ，连接 BC ，若 $\angle B = 28^\circ$ ，则 $\angle P =$ _____ $^\circ$.



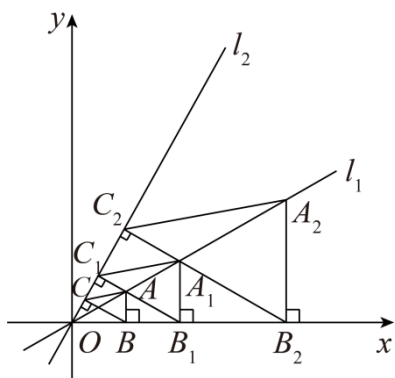
17. 已知圆锥的母线长 13cm ，侧面积 $65\pi\text{cm}^2$ ，则这个圆锥的高是_____ cm .

18. 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle BAC = 30^\circ$, $CB = 2$ ，点 E 是斜边 AB 的中点，把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转，

得 $\text{Rt}\triangle AFD$ ，点 C ，点 B 旋转后的对应点分别是点 D ，点 F ，连接 CF ， EF ， CE ，在旋转的过程中， $\triangle CEF$ 面积的最大值是_____.

19. 矩形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $AD=9$ ，将矩形 $ABCD$ 沿过点 A 的直线折叠，使点 B 落在点 E 处，若 $\triangle ADE$ 是直角三角形，则点 E 到直线 BC 的距离是_____.

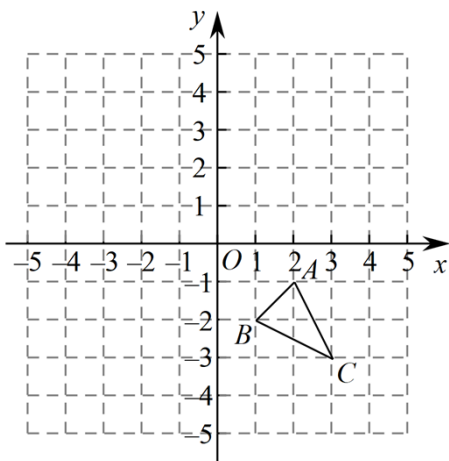
20. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点 A 在直线 $l_1: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上，顶点 B 在 x 轴上， AB 垂直 x 轴，且 $OB = 2\sqrt{2}$ ，顶点 C 在直线 $l_2: y = \sqrt{3}x$ 上， $BC \perp l_2$ ；过点 A 作直线 l_2 的垂线，垂足为 C_1 ，交 x 轴于 B_1 ，过点 B_1 作 A_1B_1 垂直 x 轴，交 l_1 于点 A_1 ，连接 A_1C_1 ，得到第一个 $\triangle A_1B_1C_1$ ；过点 A_1 作直线 l_2 的垂线，垂足为 C_2 ，交 x 轴于 B_2 ，过点 B_2 作 A_2B_2 垂直 x 轴，交 l_1 于点 A_2 ，连接 A_2C_2 ，得到第二个 $\triangle A_2B_2C_2$ ；如此下去，……，则 $\triangle A_{2023}B_{2023}C_{2023}$ 的面积是_____.



三、解答题（满分 60 分）

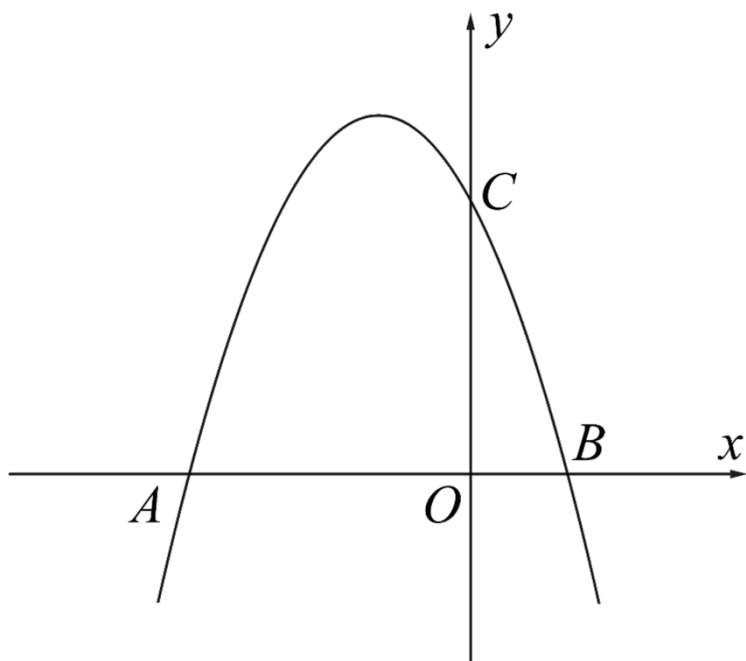
21. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{2}{m+1}\right) \div \frac{m^2 - 2m + 1}{m^2 - m}$ ，其中 $m = \tan 60^\circ - 1$.

22. 如图，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(2, -1)$ ， $B(1, -2)$ ， $C(3, -3)$.

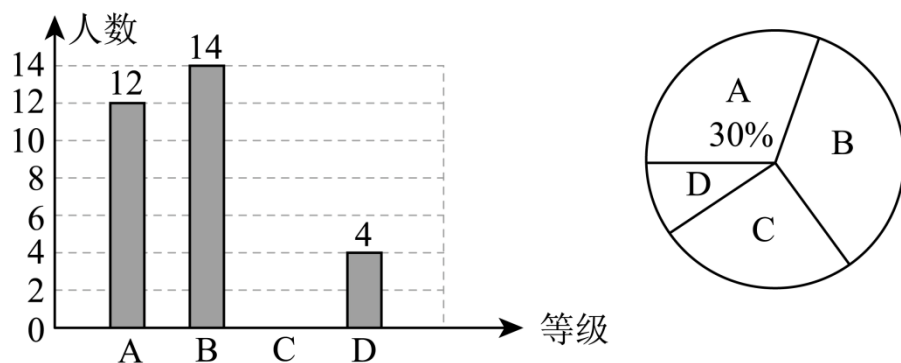


- (1) 将 $\triangle ABC$ 向上平移 4 个单位，再向右平移 1 个单位，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 。
- (2) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ 。
- (3) 将 $\triangle A_2B_2C_2$ 着原点 O 顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle A_3B_3C_3$ ，求线段 A_2C_2 在旋转过程中扫过的面积（结果保留 π ）。

23. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴交于 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$ 两点，交 y 轴于点 C 。

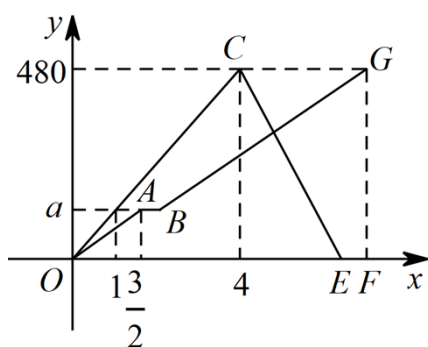


- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 抛物线上是否存在一点 P ，使得 $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。
24. 某中学开展主题为“垃圾分类，绿色生活”的宣传活动、为了解学生对垃圾分类知识的掌握情况，该校团委在校园内随机抽取了部分学生进行问卷调在，将他们的得分按 A ：优秀， B ：良好， C ：合格， D ：不合格四个等级进行统计，并绘制了如下不完整的条形统计图和扇形统计图。



- (1) 这次学校抽查的学生人数是_____人；
- (2) 将条形图补充完整；
- (3) 扇形统计图中 C 组对应的扇形圆心角度数是_____°；
- (4) 如果该校共有 2200 人，请估计该校不合格的人数.

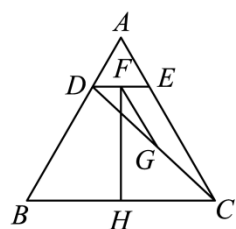
25. 已知甲、乙两地相距 480km，一辆出租车从甲地出发往返于甲乙两地，一辆货车沿同一条公路从乙地前往甲地，两车同时出发，货车途经服务区时，停下来装完货物后，发现此时与出租车相距 120km，货车继续出发 $\frac{2}{3}h$ 后与出租车相遇. 出租车到达乙地后立即按原路返回，结果比货车早 15 分钟到达甲地. 如图是两车距各自出发地的距离 $y(km)$ 与货车行驶时间 $x(h)$ 之间的函数图象，结合图象回答下列问题：



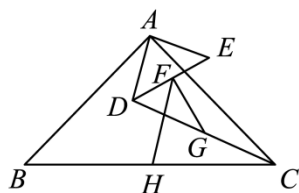
- (1) 图中 a 的值是_____；
- (2) 求货车装完货物后驶往甲地的过程中，距其出发地的距离 $y(km)$ 与行驶时间 $x(h)$ 之间的函数关系式；
- (3) 直接写出在出租车返回的行驶过程中，货车出发多长时间与出租车相距 12km .

26. 如图①， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等边三角形，连接 DC ，点 F, G, H 分别是 DE, DC 和 BC 的中点，连接 FG, FH . 易证： $FH = \sqrt{3}FG$.

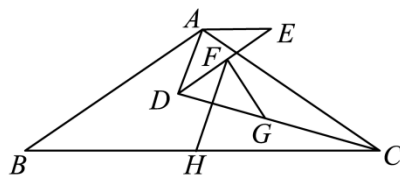
若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形，且 $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ，如图②；若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形，且 $\angle BAC = \angle DAE = 120^\circ$ ，如图③；其他条件不变，判断 FH 和 FG 之间的数量关系，写出你的猜想，并利用图②或图③进行证明.



图①



图②



图③

27. 2023 年 5 月 30 日上午 9 点 31 分，神舟十六号载人飞船在酒泉发射中心发射升空，某中学组织毕业班的

同学到当地电视台演播大厅观看现场直播，学校准备为同学们购进 A, B 两款文化衫，每件 A 款文化衫比每件 B 款文化衫多 10 元，用 500 元购进 A 款和用 400 元购进 B 款的文化衫的数量相同。

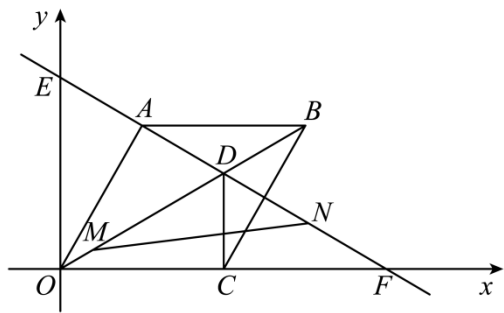
(1) 求 A 款文化衫和 B 款文化衫每件各多少元？

(2) 已知毕业班的同学一共有 300 人，学校计划用不多于 14800 元，不少于 14750 元购买文化衫，求有几种购买方案？

(3) 在实际购买时，由于数量较多，商家让利销售， A 款七折优惠， B 款每件让利 m 元，采购人员发现

(2) 中的所有购买方案所需资金恰好相同，试求 m 值。

28. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $AOCB$ 的边 OC 在 x 轴上， $\angle AOC = 60^\circ$ ， OC 的长是一元二次方程 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 的根，过点 C 作 x 轴的垂线，交对角线 OB 于点 D ，直线 AD 分别交 x 轴和 y 轴于点 F 和点 E ，动点 M 从点 O 以每秒 1 个单位长度的速度沿 OD 向终点 D 运动，动点 N 从点 F 以每秒 2 个单位长度的速度沿 FE 向终点 E 运动。两点同时出发，设运动时间为 t 秒。



(1) 求直线 AD 的解析式。

(2) 连接 MN ，求 $\triangle MDN$ 的面积 S 与运动时间 t 的函数关系式。

(3) 点 N 在运动的过程中，在坐标平面内是否存在一点 Q ，使得以 A, C, N, Q 为顶点的四边形是矩形。若存在，直接写出点 Q 的坐标，若不存在，说明理由。

黑龙江省龙东地区 2023 年初中毕业学业统一考试

数学试题

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟

2. 全卷共三道大题，总分 120 分

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列运算正确的是（ ）

A. $(-2a)^2 = -4a^2$

B. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

C. $(-m+2)(-m-2) = m^2 - 4$

D. $(a^5)^2 = a^7$

【答案】C

【解析】

【分析】分别根据积的乘方，完全平方公式，平方差公式和幂的乘方法则进行判断即可.

【详解】解：A. $(-2a)^2 = 4a^2$ ，原式计算错误；B. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，原式计算错误；C. $(-m+2)(-m-2) = m^2 - 4$ ，计算正确；D. $(a^5)^2 = a^{10}$ ，原式计算错误.

故选：C.

【点睛】本题考查了积的乘方，完全平方公式，平方差公式和幂的乘方，熟练掌握运算法则，牢记乘法公式是解题的关键.

2. 下列新能源汽车标志图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



【答案】A

【解析】

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义进行逐一判断即可：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；把一个图形绕着某一个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心.

【详解】解：A、既是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

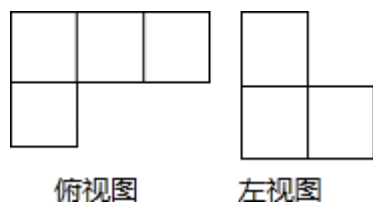
C、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，不符合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意；

故选 A.

【点睛】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形的识别，熟知二者的定义是解题的关键.

3. 一个几何体由若干大小相同的小正方体组成，它的俯视图和左视图如图所示，那么组成该几何体所需小正方体的个数最少为（ ）



A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【答案】B

【解析】

【分析】在“俯视打地基”的前提下，结合左视图知俯视图上一行三个小正方体的上方（第2层）至少还有1个正方体，据此可得答案.

【详解】解：由俯视图与左视图知，该几何体所需小正方体个数最少分布情况如下图所示：



所以组成该几何体所需小正方体的个数最少为 5，

故选：B.

【点睛】本题主要考查由三视图判断几何体，解题的关键是掌握口诀“俯视打地基，主视疯狂盖，左视拆违章”.

4. 已知一组数据 $1, 0, -3, 5, x, 2, -3$ 的平均数是 1，则这组数据的众数是（ ）

A. -3

B. 5

C. -3 和 5

D. 1 和 3

【答案】C

【解析】

【分析】先根据平均数的定义列出关于 x 的方程，求出 x 的值，从而还原这组数据，再利用众数的概念求解即可.

【详解】解：∵数据 $1, 0, -3, 5, x, 2, -3$ 的平均数是 1 ，

$$\therefore 1 + 0 - 3 + 5 + x + 2 - 3 = 7 \times 1,$$

解得 $x = 5$ ，

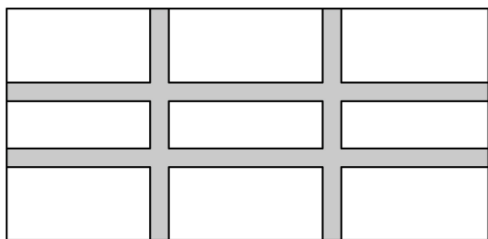
则 $1, 0, -3, 5, 5, 2, -3$ ，

∴这组数据的众数是 -3 和 5 ，

故选：C.

【点睛】此题主要考查了众数和平均数，解题关键是掌握众数和平均数的概念.

5. 如图，在长为 100m ，宽为 50m 的矩形空地上修筑四条宽度相等的小路，若余下的部分全部种上花卉，且花圃的面积是 3600m^2 ，则小路的宽是（ ）



A. 5m

B. 70m

C. 5m 或 70m

D. 10m

【答案】A

【解析】

【分析】设小路宽为 $x\text{m}$ ，则种植花草部分的面积等于长为 $(100-2x)\text{m}$ ，宽为 $(50-2x)\text{m}$ 的矩形的面积，根据花草的种植面积为 3600m^2 ，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其符合题意的值即可得出结论.

【详解】解：设小路宽为 $x\text{m}$ ，则种植花草部分的面积等于长为 $(100-2x)\text{m}$ ，宽为 $(50-2x)\text{m}$ 的矩形的面积，

$$\text{依题意得：}(100-2x)(50-2x)=3600$$

解得： $x_1 = 5$ ， $x_2 = 70$ （不合题意，舍去），

∴小路宽为 5m .

故选 A.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

6. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-2} + 1 = \frac{x}{2-x}$ 的解是非负数，则 m 的取值范围是（ ）

A. $m \leq 2$

B. $m \geq 2$

C. $m \leq 2$ 且 $m \neq -2$

D. $m < 2$ 且 $m \neq -2$

【答案】C

【解析】

【分析】解分式方程求出 $x = \frac{2-m}{2}$ ，然后根据解是非负数以及解不是增根得出关于 m 的不等式组，求解即可。

【详解】解：分式方程去分母得： $m + x - 2 = -x$ ，

$$\text{解得：} x = \frac{2-m}{2},$$

$\because$ 分式方程 $\frac{m}{x-2} + 1 = \frac{x}{2-x}$ 的解是非负数，

$$\therefore \frac{2-m}{2} \geq 0, \text{ 且 } x = \frac{2-m}{2} \neq 2,$$

$$\therefore m \leq 2 \text{ 且 } m \neq -2,$$

故选：C.

【点睛】本题考查了解分式方程，解一元一次不等式组，正确得出关于 m 的不等式组是解题的关键。

7. 某社区为了打造“书香社区”，丰富小区居民的业余文化生活，计划出资 500 元全部用于采购 A, B, C 三种图书，A 种每本 30 元，B 种每本 25 元，C 种每本 20 元，其中 A 种图书至少买 5 本，最多买 6 本（三种图书都要买），此次采购的方案有（ ）

A. 5 种

B. 6 种

C. 7 种

D. 8 种

【答案】B

【解析】

【分析】设采购 A 种图书 x 本，B 种图书 y 本，C 种图书 z 本，根据采购三种图书需 500 元列出方程，再依据 x 的数量分两种情况讨论求解即可。

【详解】解：设采购 A 种图书 x 本，B 种图书 y 本，C 种图书 z 本，其中 $5 \leq x \leq 6, y > 0, z > 0$ ，且 x, y, z 均为整数，根据题意得，

$$30x + 25y + 20z = 500,$$

$$\text{整理得，} 6x + 5y + 4z = 100,$$

$$\text{①当 } x = 5 \text{ 时，} 6 \times 5 + 5y + 4z = 100,$$

$$\therefore y = \frac{70-4z}{5},$$

$\because y > 0, z > 0$ ，且 y, z 均为整数，

$\therefore$ 当 $70 - 4z = 10$ 时, $y = 2$, $\therefore z = 15$;

当 $70 - 4z = 30$ 时, $y = 6$, $\therefore z = 10$;

当 $70 - 4z = 50$ 时, $y = 10$, $\therefore z = 5$;

② 当 $x = 6$ 时, $6 \times 6 + 5y + 4z = 100$,

$$\therefore y = \frac{64 - 4z}{5},$$

$\because y > 0, z > 0$, 且 y, z 均为整数,

$\therefore$ 当 $64 - 4z = 20$ 时, $y = 4$, $\therefore z = 11$;

当 $64 - 4z = 40$ 时, $y = 8$, $\therefore z = 6$;

当 $64 - 4z = 60$ 时, $y = 12$, $\therefore z = 1$;

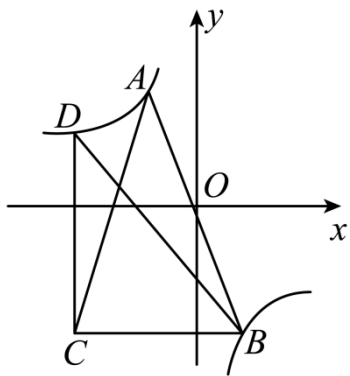
综上, 此次共有 6 种采购方案,

故选: B.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程的应用, 正确理解题意、进行分类讨论是解答本题的关键.

8. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰三角形, AB 过原点 O , 底边 $BC \parallel x$ 轴, 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 过 A, B 两点, 过点 C 作

$CD \parallel y$ 轴交双曲线于点 D , 若 $S_{\triangle BCD} = 12$, 则 k 的值是 ()



A. -6

B. -12

C. $-\frac{9}{2}$

D. -9

【答案】C

【解析】

【分析】设 $B\left(b, \frac{k}{b}\right)$, 根据反比例函数的中心对称性可得 $A\left(-b, -\frac{k}{b}\right)$, 然后过点 A 作 $AE \perp BC$ 于 E , 求出

$BC = 4b$, 点 D 的横坐标为 $-3b$, 再根据 $S_{\triangle BCD} = 12$ 列式求出 CD , 进而可得点 D 的纵坐标, 将点 D 坐标

代入反比例函数解析式即可求出 k 的值.

【详解】解：由题意，设 $B\left(b, \frac{k}{b}\right)$,

$\because AB$ 过原点 O ,

$$\therefore A\left(-b, -\frac{k}{b}\right),$$

过点 A 作 $AE \perp BC$ 于 E ,

$\because \triangle ABC$ 是等腰三角形,

$$\therefore CE = BE = b - (-b) = 2b,$$

$$\therefore BC = 4b, \text{ 点 } D \text{ 的横坐标为 } -3b,$$

$\because$ 底边 $BC \parallel x$ 轴, $CD \parallel y$ 轴,

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 4b \cdot CD = 12,$$

$$\therefore CD = \frac{6}{b},$$

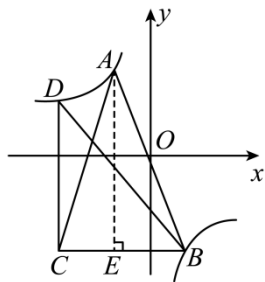
$$\therefore \text{点 } D \text{ 的纵坐标为 } \frac{6}{b} - \left(-\frac{k}{b}\right) = \frac{6+k}{b},$$

$$\therefore D\left(-3b, \frac{6+k}{b}\right),$$

$$\therefore k = -3b \cdot \frac{6+k}{b} = -3(6+k),$$

$$\text{解得: } k = -\frac{9}{2},$$

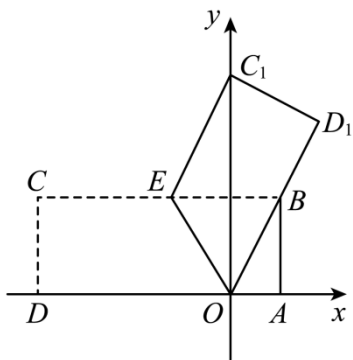
故选: C.



【点睛】本题考查了反比例函数的图象和性质，中心对称的性质，等腰三角形的性

质等知识，设出点 B 坐标，正确表示出点 D 的坐标是解题的关键.

9. 如图，在平面直角坐标中，矩形 $ABCD$ 的边 $AD = 5$, $OA:OD = 1:4$ ，将矩形 $ABCD$ 沿直线 OE 折叠到如图所示的位置，线段 OD_1 恰好经过点 B ，点 C 落在 y 轴的点 C_1 位置，点 E 的坐标是 ()

A. $(1, 2)$ B. $(-1, 2)$ C. $(\sqrt{5}-1, 2)$ D. $(1-\sqrt{5}, 2)$

【答案】D

【解析】

【分析】首先证明 $\triangle AOB \sim \triangle D_1C_1O$ ，求出 $AB = CD = 2$ ，连结 OC ，设 BC 与 OC_1 交于点 F ，然后求出 $OC = OC_1 = 2\sqrt{5}$ ，可得 $C_1F = 2\sqrt{5} - 2$ ，再用含 EF 的式子表示出 EC_1 ，最后在 $\text{Rt}\triangle EFC_1$ 中，利用勾股定理构建方程求出 EF 即可解决问题.

【详解】解：∵ 矩形 $ABCD$ 的边 $AD = 5$ ， $OA : OD = 1 : 4$ ，

∴ $OA = 1$ ， $OD = 4$ ， $BC = 5$ ，

由题意知 $AB \parallel OC_1$ ，

∴ $\angle ABO = \angle D_1C_1O$ ，

又∵ $\angle BAO = \angle OD_1C_1 = 90^\circ$ ，

∴ $\triangle AOB \sim \triangle D_1C_1O$ ，

$$\therefore \frac{OA}{AB} = \frac{D_1C_1}{OD_1},$$

由折叠知 $OD_1 = OD = 4$ ， $D_1C_1 = DC = AB$ ，

$$\therefore \frac{1}{AB} = \frac{AB}{4},$$

∴ $AB = 2$ ，即 $CD = 2$ ，

连接 OC ，设 BC 与 OC_1 交于点 F ，

$$\therefore OC = \sqrt{OD^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

∵ $\angle FOA = \angle OAB = \angle ABF = 90^\circ$ ，

∴ 四边形 $OABF$ 是矩形，

【解析】

【分析】利用正方形的性质和翻折的性质，逐一判断，即可解答．

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle DAE = \angle ABF = 90^\circ, \quad DA = AB,$$

$$\therefore AF \perp DE,$$

$$\therefore \angle BAF + \angle AED = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF + \angle AFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = \angle BFA,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle AED (\text{AAS}),$$

$$\therefore AF = DE, \text{ 故①正确,}$$

∵ 将 $\triangle ABF$ 沿 AF 翻折，得到 $\triangle AMF$ ，

$$\therefore BM \perp AF,$$

$$\therefore AF \perp DE,$$

$$\therefore BM \parallel DE, \text{ 故②正确,}$$

当 $CM \perp FM$ 时， $\angle CMF = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle AMF = \angle ABF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AMF + \angle CMF = 180^\circ, \text{ 即 } A, M, C \text{ 在同一直线上,}$$

$$\therefore \angle MCF = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MFC = 90^\circ - \angle MCF = 45^\circ,$$

通过翻折的性质可得 $\angle HBF = \angle HMF = 45^\circ$ ， $BF = MF$ ，

$$\therefore \angle HMF = \angle MFC, \quad \angle HBC = \angle MFC,$$

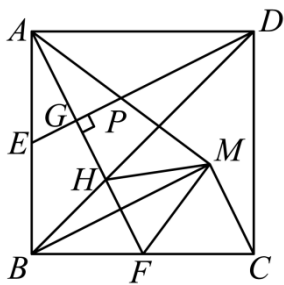
$$\therefore BC \parallel MH, HB \parallel MF,$$

∴ 四边形 $BHMF$ 是平行四边形，

$$\therefore BF = MF,$$

∴ 平行四边形 $BHMF$ 是菱形，故③正确，

当点 E 运动到 AB 的中点，如图，



设正方形 $ABCD$ 的边长为 $2a$ ，则 $AE = BF = a$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中， $DE = \sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{5}a = AF$ ，

$\therefore \angle AHD = \angle FHB, \angle ADH = \angle FBH = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle AHD \sim \triangle FHB$ ，

$$\therefore \frac{FH}{AH} = \frac{BF}{AD} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}，$$

$$\therefore AH = \frac{2}{3} AF = \frac{2\sqrt{5}}{3} a，$$

$\therefore \angle AGE = \angle ABF = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle AGF \sim \triangle ABF$ ，

$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{EG}{BF} = \frac{AG}{AB} = \frac{a}{\sqrt{5}a} = \frac{\sqrt{5}}{5}，$$

$$\therefore EG = \frac{\sqrt{5}}{5} BF = \frac{\sqrt{5}}{5} a， AG = \frac{\sqrt{5}}{5} AB = \frac{2\sqrt{5}}{5} a，$$

$$\therefore DG = ED - EG = \frac{4\sqrt{5}}{5} a， GH = AH - AG = \frac{4\sqrt{5}}{15} a，$$

$\therefore \angle BHF = \angle DHA$ ，

在 $\text{Rt}\triangle DGH$ 中， $\tan \angle BHF = \tan \angle DHA = \frac{DG}{GH} = 3$ ，故④错误，

$\therefore \triangle AHD \sim \triangle FHB$ ，

$$\therefore \frac{BH}{DH} = \frac{1}{2}，$$

$$\therefore BH = \frac{1}{3} BD = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{2}a = \frac{2\sqrt{2}}{3} a， DH = \frac{2}{3} BD = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{2}a = \frac{4\sqrt{2}}{3} a，$$

$\therefore AF \perp EP$ ，

根据翻折的性质可得 $EP = 2EG = \frac{2\sqrt{5}}{5} a$ ，

$$\therefore EP \cdot DH = \frac{2\sqrt{5}}{5}a \cdot \frac{4\sqrt{2}}{3}a = \frac{8\sqrt{10}}{15}a^2,$$

$$2AG \cdot BH = 2 \cdot \frac{2\sqrt{5}}{5}a \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3}a = \frac{8\sqrt{10}}{15}a^2,$$

$$\therefore EP \cdot DH = 2AG \cdot BH = \frac{8\sqrt{10}}{15}a^2, \text{ 故⑤正确;}$$

综上所述可知, 正确的是①②③⑤.

故选: B.

【点睛】本题考查了正方形的性质, 翻折的性质, 相似三角形的判定和性质, 正切的概念, 熟练按照要求做出图形, 利用寻找相似三角形是解题的关键.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 30 分)

11. 据交通运输部信息显示: 2023 年“五一”假期第一天, 全国营运性客运量约 5699 万人次, 将 5699 万用科学记数法表示为_____.

【答案】 5.699×10^7

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【详解】 $5699 \text{ 万} = 56990000 = 5.699 \times 10^7$,

故答案为: 5.699×10^7 .

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

12. 函数 $y = \sqrt{x+3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

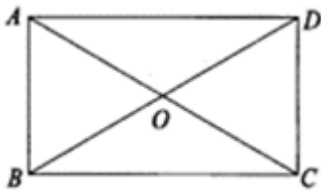
【答案】 $x \geq -3$

【解析】

【详解】解: 由题意得, $x+3 \geq 0$,

解得 $x \geq -3$.

13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中对角线 AC , BD 交于点 O , 请添加一个条件_____, 使矩形 $ABCD$ 是正方形 (填一个即可)



【答案】 $AB = BC$ 或 $AC \perp BD$

【解析】

【分析】 根据正方形的判定定理可知：邻边相等的矩形是正方形，对角线互相垂直的矩形是正方形.

【详解】 $\because$ 邻边相等的矩形是正方形，

$\therefore$ 可添加条件 $AB = BC$

或者 $\because$ 对角线互相垂直的矩形是正方形

$\therefore$ 还可以添加条件 $AC \perp BD$

【点睛】 本题考查正方形的判定，找出正方形与矩形的性质差异，即为可添加的条件.

14. 一个不透明的袋子中装有 3 个红球和 2 个白球，这些小球除标号外完全相同，随机摸出两个小球，恰好是一红一白的概率是_____.

【答案】 $\frac{3}{5}$ 或 0.6

【解析】

【分析】 首先根据题意列出表格，然后由表格求得所有等可能的结果与随机摸出一红一白的情况，再利用概率公式即可求得答案.

【详解】 解：列表得：

	红 1	红 2	红 3	白 1	白 2
红 1		(红 1, 红 2)	(红 1, 红 3)	(红 1, 白 1)	(红 1, 白 2)
红 2	(红 2, 红 1)		(红 2, 红 3)	(红 2, 白 1)	(红 2, 白 2)
红 3	(红 3, 红 1)	(红 3, 红 2)		(红 3, 白 1)	(红 3, 白 2)
白 1	(白 1, 红 1)	(白 1, 红 2)	(白 1, 红 3)		(白 1, 白 2)
白 2	(白 2, 红 1)	(白 2, 红 2)	(白 2, 红 3)	(白 2, 白 1)	

由列表可知：共有 20 种等可能的结果，其中随机摸出两个小球，恰好是一红一白的情况有 12 种，

$\therefore$ 恰好是一红一白的概率是 $\frac{12}{20} = \frac{3}{5}$,

故答案为: $\frac{3}{5}$.

【点睛】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 注意列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件, 树状图法适合两步或两步以上完成的事件. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

15. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x+5 > 0 \\ x-m \leq 1 \end{cases}$ 有 3 个整数解, 则实数 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-3 \leq m < -2$

【解析】

【分析】解不等式组, 根据不等式组有 3 个整数解得出关于 m 的不等式组, 进而可求得 m 的取值范围.

【详解】解: 解不等式组 $\begin{cases} x+5 > 0 \\ x-m \leq 1 \end{cases}$ 得: $-5 < x \leq m+1$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x+5 > 0 \\ x-m \leq 1 \end{cases}$ 有 3 个整数解,

$\therefore$ 这 3 个整数解为 $-4, -3, -2$,

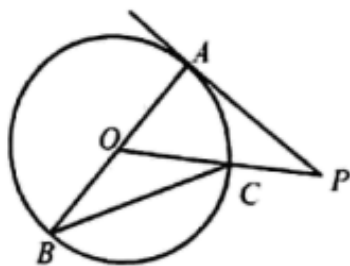
$\therefore -2 \leq m+1 < -1$,

解得: $-3 \leq m < -2$,

故答案为: $-3 \leq m < -2$.

【点睛】本题考查了解一元一次不等式组, 一元一次不等式组的整数解, 正确得出关于 m 的不等式组是解题的关键.

16. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 切 $\odot O$ 于点 A , PO 交 $\odot O$ 于点 C , 连接 BC , 若 $\angle B = 28^\circ$, 则 $\angle P =$ _____ $^\circ$.



【答案】 34

【解析】

【分析】首先根据等边对等角得到 $\angle B = \angle OCB = 28^\circ$, 然后利用外角的性质得到 $\angle AOC = \angle B + \angle OCB = 56^\circ$, 利用切线的性质得到 $\angle OAP = 90^\circ$, 最后利用三角形内角和定理求解即可.

【详解】解：∵ $\angle B = 28^\circ$ ， $OB = OC$ ，

$$\therefore \angle B = \angle OCB = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = \angle B + \angle OCB = 56^\circ,$$

∵ PA 切 $\odot O$ 于点 A ，

$$\therefore \angle OAP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle P = 180^\circ - \angle OAP - \angle AOP = 34^\circ.$$

故答案为：34.

【点睛】此题考查了切线的性质和三角形的外角的性质，三角形内角和定理等知识，解题的关键是熟练掌握以上知识点.

17. 已知圆锥的母线长13cm，侧面积 $65\pi\text{cm}^2$ ，则这个圆锥的高是_____cm.

【答案】12

【解析】

【分析】利用圆锥的侧面积公式可得到底面半径，再利用勾股定理即可得到高.

【详解】解：根据圆锥侧面积公式 $S_{\text{侧}} = \pi r l$ 变形可得 $r = \frac{S_{\text{侧}}}{\pi l} = \frac{65\pi}{13\pi} = 5\text{cm}$ ，

根据圆锥母线公式 $l = \sqrt{r^2 + h^2}$ ，可得 $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12\text{cm}$ ，

故答案为：12.

【点睛】本题考查了圆锥的侧面积公式和母线公式，熟知上述公式是解题的关键.

18. 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $CB = 2$ ，点 E 是斜边 AB 的中点，把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转，得 $\text{Rt}\triangle AFD$ ，点 C ，点 B 旋转后的对应点分别是点 D ，点 F ，连接 CF ， EF ， CE ，在旋转的过程中， $\triangle CEF$ 面积的最大值是_____.

【答案】 $4 + \sqrt{3}$

【解析】

【分析】过点 A 作 $AG \perp CE$ 交 CE 的延长线于点 G ，求出 $AG = \frac{1}{2}AC = \sqrt{3}$ ，然后由旋转的性质可知点 F 在以 A 为圆心 AB 的长为半径的圆上运动，则可得如图中 G 、 A 、 F 三点共线时点 F 到直线 CE 的距离最大，求出距离的最大值，然后计算即可.

【详解】解：如图，在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中， $\angle BAC = 30^\circ$ ， $CB = 2$ ，点 E 是斜边 AB 的中点，

$$\therefore AB = 2CB = 4, \quad CE = \frac{1}{2}AB = 2 = AE, \quad AC = \sqrt{3}BC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle ECA = \angle BAC = 30^\circ,$$

过点 A 作 $AG \perp CE$ 交 CE 的延长线于点 G ,

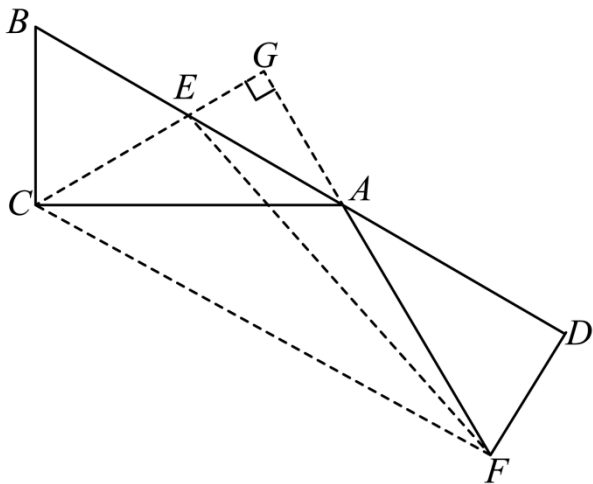
$$\therefore AG = \frac{1}{2} AC = \sqrt{3},$$

又 $\because$ 在旋转的过程中, 点 F 在以 A 为圆心 AB 的长为半径的圆上运动, $AF = AB = 4$,

$\therefore$ 点 F 到直线 CE 的距离的最大值为 $4 + \sqrt{3}$, (如图, G 、 A 、 F 三点共线时)

$$\therefore \triangle CEF \text{ 面积的最大值} = \frac{1}{2} CE \times (4 + \sqrt{3}) = \frac{1}{2} \times 2 \times (4 + \sqrt{3}) = 4 + \sqrt{3},$$

故答案为: $4 + \sqrt{3}$.



【点睛】本题考查了含 30° 直角三角形的性质, 直角三

角形斜边中线的性质, 旋转的性质, 圆的基本性质等知识, 根据旋转的性质求出点 F 到直线 CE 距离的最大值是解答本题的关键.

19. 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3, AD = 9$, 将矩形 $ABCD$ 沿过点 A 的直线折叠, 使点 B 落在点 E 处, 若 $\triangle ADE$ 是直角三角形, 则点 E 到直线 BC 的距离是_____.

【答案】6 或 $3 + 2\sqrt{2}$ 或 $3 - 2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】由折叠的性质可得点 E 在以点 A 为圆心, AB 长为半径的圆上运动, 延长 BA 交 $\odot A$ 的另一侧于点 E , 则此时 $\triangle ADE$ 是直角三角形, 易得点 E 到直线 BC 的距离; 当过点 D 的直线与圆相切于点 E 时, $\triangle ADE$ 是直角三角形, 分两种情况讨论即可求解.

【详解】解: 由题意矩形 $ABCD$ 沿过点 A 的直线折叠, 使点 B 落在点 E 处, 可知点 E 在以点 A 为圆心, AB 长为半径的圆上运动, 如图, 延长 BA 交 $\odot A$ 的另一侧于点 E , 则此时 $\triangle ADE$ 是直角三角形, 点 E 到直线 BC 的距离为 BE 的长度, 即 $BE = 2AB = 6$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/086202221134010050>