

2022-2023 学年江西省高安中学高三 3 月第二次周考数学试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 $z = 2m - 1 + mi$ ($m \in \mathbb{R}$) 在复平面内的对应点在直线 $y = -x$ 上，则 \bar{z} 等于()

- A. $1+i$ B. $1-i$ C. $-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}i$ D. $-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}i$

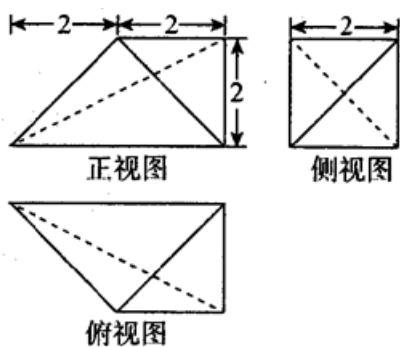
2. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F ， $M\left(\frac{1}{2}, y_0\right)$ 为该抛物线上一点，以 M 为圆心的圆与 C 的准线相切于点 A ， $\angle AMF = 120^\circ$ ，则抛物线方程为()

- A. $y^2 = 2x$ B. $y^2 = 4x$ C. $y^2 = 6x$ D. $y^2 = 8x$

3. $\left(x + \frac{a}{x}\right)\left(2x - \frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中各项系数的和为 2，则该展开式中常数项为

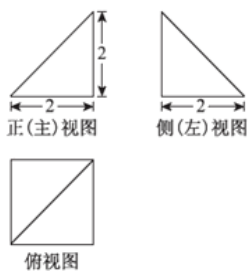
- A. -40 B. -20 C. 20 D. 40

4. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为()



- A. $\frac{11}{3}$ B. 4
C. $\frac{13}{3}$ D. 5

5. 某四棱锥的三视图如图所示，记 S 为此棱锥所有棱的长度的集合，则()。



A. $2\sqrt{2} \notin S$, 且 $2\sqrt{3} \notin S$ B. $2\sqrt{2} \notin S$, 且 $2\sqrt{3} \in S$

C. $2\sqrt{2} \in S$, 且 $2\sqrt{3} \notin S$ D. $2\sqrt{2} \in S$, 且 $2\sqrt{3} \in S$

6. 已知实数集 \mathbf{R} , 集合 $A = \{x | 1 < x < 3\}$, 集合 $B = \left\{x | y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}\right\}$, 则 $A \cap (C_{\mathbf{R}}B) = (\quad)$

A. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ B. $\{x | 1 < x < 3\}$ C. $\{x | 2 \leq x < 3\}$ D. $\{x | 1 < x < 2\}$

7. 已知函数 $f(x) = \ln x$, $g(x) = (2m+3)x + n$, 若对任意的 $x \in (0, +\infty)$ 总有 $f(x) \leq g(x)$ 恒成立, 记 $(2m+3)n$ 的最小值为 $f(m, n)$, 则 $f(m, n)$ 最大值为 ()

A. 1 B. $\frac{1}{e}$ C. $\frac{1}{e^2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{e}}$

8. 以下四个命题: ①两个随机变量的线性相关性越强, 相关系数的绝对值越接近 1; ②在回归分析中, 可用相关指数 R^2 的值判断拟合效果, R^2 越小, 模型的拟合效果越好; ③若数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 1, 则

$2x_1+1, 2x_2+1, 2x_3+1, \dots, 2x_n+1$ 的方差为 4; ④已知一组具有线性相关关系的数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{10}, y_{10})$, 其

线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$, 则 (x_0, y_0) 满足线性回归方程 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 是 $x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}$, $y_0 = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{10}}{10}$,

的充要条件; 其中真命题的个数为()

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1



9. 若函数 $f(x) = |\ln x|$ 满足 $f(a) = f(b)$, 且 $0 < a < b$, 则 $\frac{4a^2 + b^2 - 4}{4a + 2b}$ 的最小值是 ()

A. 0 B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. $2\sqrt{2}$

10. 已知集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则满足 $A \cup C = B$ 的集合 C 的个数为 ()

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

11. 《周易》历来被人们视作儒家群经之首, 它表现了古代中华民族对万事万物的深刻而又朴素的认识, 是中华人文文化的基础, 它反映出中国古代的二进制计数的思想方法. 我们用近代术语解释为: 把阳爻“—”当作数字“1”, 把阴爻“--”当作数字“0”, 则八卦所代表的数表示如下:

| 卦名 | 符号 | 表示的二进制数 | 表示的十进制数 |
|----|---|---------|---------|
| 坤 |  | 000 | 0 |
| 震 |  | 001 | 1 |

| | | | |
|---|--|-----|---|
| 坎 | | 010 | 2 |
| 兑 | | 011 | 3 |

依此类推，则六十四卦中的“屯”卦，符号“”表示的十进制数是（ ）

- A. 18 B. 17 C. 16 D. 15

12. 已知条件 $p: a = -1$ ，条件 q : 直线 $x - ay + 1 = 0$ 与直线 $x + a^2y - 1 = 0$ 平行，则 p 是 q 的（ ）

- A. 充要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 某市公租房源位于 A 、 B 、 C 三个小区，每位申请人只能申请其中一个小区的房子，申请其中任意一个小区的房子是等可能的，则该市的任意 5 位申请人中，恰好有 2 人申请 A 小区房源的概率是_____。（用数字作答）

14. 能说明“在数列 $\{a_n\}$ 中，若对于任意的 $m, n \in \mathbb{N}^+$ ， $a_{m+n} > a_m + a_n$ ，则 $\{a_n\}$ 为递增数列”为假命题的一个等差数列是_____。（写出数列的通项公式）

15. 春天即将来临，某学校开展以“拥抱春天，播种绿色”为主题的植物种植实践体验活动。已知某种盆栽植物每株成活的概率为 p ，各株是否成活相互独立。该学校的某班随机领养了此种盆栽植物 10 株，设 X 为其中成活的株数，若 X 的方差 $DX = 2.1$ ， $P(X = 3) < P(X = 7)$ ，则 $p =$ _____。

16. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0$, $b > 0$) 的一条渐近线方程为 $x - 2y = 0$ ，则该双曲线的离心率为_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 某公司打算引进一台设备使用一年，现有甲、乙两种设备可供选择。甲设备每台 10000 元，乙设备每台 9000 元。此外设备使用期间还需维修，对于每台设备，一年间三次及三次以内免费维修，三次以外的维修费用均为每次 1000 元。该公司统计了曾使用过的甲、乙各 50 台设备在一年间的维修次数，得到下面的频数分布表，以这两种设备分别在 50 台中的维修次数频率代替维修次数发生的概率。

| 维修次数 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|------|---|----|----|----|----|
| 甲设备 | 5 | 10 | 30 | 5 | 0 |
| 乙设备 | 0 | 5 | 15 | 15 | 15 |

(1) 设甲、乙两种设备每台购买和一年间维修的花费总额分别为 X 和 Y ，求 X 和 Y 的分布列；

(2) 若以数学期望为决策依据，希望设备购买和一年间维修的花费总额尽量低，且维修次数尽量少，则需要购买哪种设备？请说明理由。

18. (12 分) 已知集合 $A = \{x \mid \log_2(x+3) \leq 3\}$ ， $B = \{x \mid 2m-1 < x \leq m+3\}$ 。

(1) 若 $m=3$, 则 $A \cup B$;

(2) 若 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围.

19. (12分) 某社区服务中心计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 5 元, 售价每瓶 7 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位: 摄氏度 $^{\circ}\text{C}$) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 600 瓶; 如果最高气温位于区间 $[20, 25)$, 需求量为 500 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 300 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

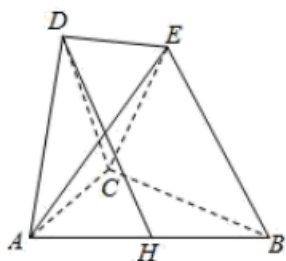
| 最高气温 | $[10, 15)$ | $[15, 20)$ | $[20, 25)$ | $[25, 30)$ | $[30, 35)$ | $[35, 40)$ |
|------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 天数 | 4 | 14 | 36 | 27 | 6 | 3 |

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率.

(1) 求六月份这种酸奶一天的需求量 X (单位: 瓶) 的分布列;

(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量为 n (单位: 瓶) 时, Y 的数学期望的取值范围?

20. (12分) 如图, 空间几何体 $ABCDE$ 中, $\triangle ACD$ 是边长为 2 的等边三角形, $EB = EC = \sqrt{6}$, $BC = 2\sqrt{3}$, $\angle ACB = 90^{\circ}$, 平面 $ACD \perp$ 平面 ABC , 且平面 $EBC \perp$ 平面 ABC , H 为 AB 中点.



(1) 证明: $DH \parallel$ 平面 BCE ;

(2) 求二面角 $E-AB-C$ 平面角的余弦值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \left(1 - \frac{4}{x}\right)e^x$, $g(x) = \frac{a}{x} - 1$ ($a \in \mathbb{R}$) (e 是自然对数的底数, $e \approx 2.718 \dots$).

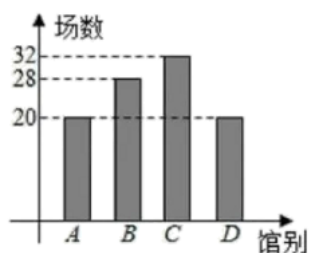
(1) 求函数 $f(x)$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程;

(2) 若函数 $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ 在区间 $[4, 5]$ 上单调递增, 求实数 a 的取值范围;

(3) 若函数 $h(x) = f(x) + (x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 且 $h(x_1) < m$ 恒成立, 求满足条件的 m 的最小值 (极值点是指函数取极值时对应的自变量的值).

22. (10分) 为提供市民的健身素质, 某市把 A, B, C, D 四个篮球馆全部转为免费民用

(1) 在一次全民健身活动中，四个篮球馆的使用场数如图，用分层抽样的方法从 A, B, C, D 四场馆的使用场数中依次抽取 a_1, a_2, a_3, a_4 共 25 场，在 a_1, a_2, a_3, a_4 中随机取两数，求这两数和 ξ 的分布列和数学期望；



(2) 设四个篮球馆一个月内各馆使用次数之和为 x ，其相应维修费用为 y 元，根据统计，得到如下表的数据：

| | | | | | | | |
|---------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| x | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
| y | 10000 | 11761 | 13010 | 13980 | 14771 | 15440 | 16020 |
| $z = 0.1e^{\frac{y}{4343}} + 2$ | 2.99 | 3.49 | 4.05 | 4.50 | 4.99 | 5.49 | 5.99 |

① 用最小二乘法求 z 与 x 的回归直线方程；

② $\frac{y}{x+40}$ 叫做篮球馆月惠值，根据①的结论，试估计这四个篮球馆月惠值最大时 x 的值

参考数据和公式： $\bar{z} = 4.5, \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 700, \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z}) = 70, e^3 = 20$ $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z})}{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{z} - \hat{b}\bar{x}$

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

由题意得 $2m - 1 + m = 0$ ，可求得 $m = \frac{1}{3}$ ，再根据共轭复数的定义可得选项。

【详解】

由题意得 $2m - 1 + m = 0$ ，解得 $m = \frac{1}{3}$ ，所以 $z = -\frac{1}{3} + \frac{1}{3}i$ ，所以 $\bar{z} = -\frac{1}{3} - \frac{1}{3}i$ ，

故选: C.

【点睛】

本题考查复数的几何表示和共轭复数的定义, 属于基础题.

2、C

【解析】

根据抛物线方程求得 M 点的坐标, 根据 $MA \parallel x$ 轴、 $\angle AMF = 120^\circ$ 列方程, 解方程求得 p 的值.

【详解】

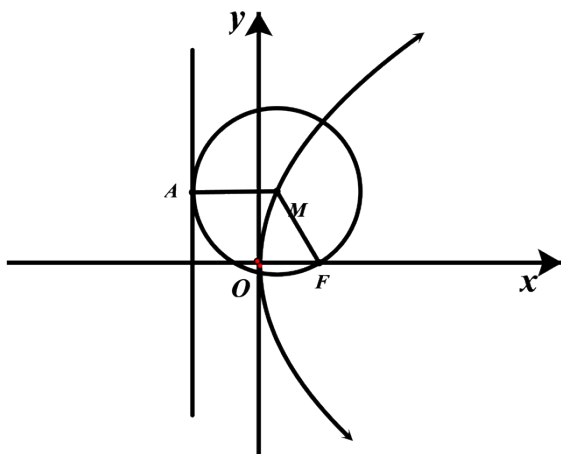
不妨设 M 在第一象限, 由于 M 在抛物线上, 所以 $M\left(\frac{1}{2}, \sqrt{p}\right)$, 由于以 M 为圆心的圆与 C 的准线相切于点 A , 根据

抛物线的定义可知, $|MA| = |MF|$ 、 $MA \parallel x$ 轴, 且 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$. 由于 $\angle AMF = 120^\circ$, 所以直线 MF 的倾斜角 α 为

120° , 所以 $k_{MF} = \tan 120^\circ = \frac{\sqrt{p}-0}{\frac{1}{2}-\frac{p}{2}} = -\sqrt{3}$, 解得 $p=3$, 或 $p=\frac{1}{3}$ (由于 $\frac{1}{2}-\frac{p}{2} < 0, p > 1$, 故舍去). 所以抛物线

的方程为 $y^2 = 6x$.

故选: C



【点睛】

本小题主要考查抛物线的定义, 考查直线的斜率, 考查数形结合的数学思想方法, 属于中档题.

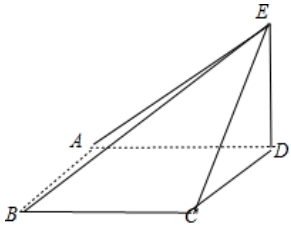
3、D

【解析】

令 $x=1$ 得 $a=1$. 故原式 = $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(2x - \frac{1}{x}\right)^5$. $\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(2x - \frac{1}{x}\right)^5$ 的通项 $T_{r+1} = C_5^r (2x)^{5-2r} (-x^{-1})^r = C_5^r (-1)^r 2^{5-r} x^{5-2r}$,

由 $5-2r=1$ 得 $r=2$, 对应的常数项 = 80, 由 $5-2r=-1$ 得 $r=3$, 对应的常数项 = -40, 故所求的常数项为 40, 选 D

解析 2. 用组合提取法, 把原式看做 6 个因式相乘, 若第 1 个括号提出 x , 从余下的 5 个括号中选 2 个提出 x , 选 3 个提出



【点睛】

本题考查三视图和几何体之间的转换，主要考查运算能力和转换能力及思维能力，属于基础题.

6、A

【解析】

$\sqrt{x-2} > 0$ 可得集合 B , 求出补集 $C_R B$, 再求出 $A \cap (C_R B)$ 即可.

【详解】

由 $\sqrt{x-2} > 0$, 得 $x > 2$, 即 $B = (2, +\infty)$,

所以 $C_R B = (-\infty, 2]$,

所以 $A \cap (C_R B) = (1, 2]$.

故选:A

【点睛】

本题考查了集合的补集和交集的混合运算, 属于基础题.

7、C

【解析】

对任意的 $x \in (0, +\infty)$ 总有 $f(x) \leq g(x)$ 恒成立, 因为 $\ln x \leq (2m+3)x+n$, 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 可得 $2m+3 > 0$,

令 $y = \ln x - (2m+3)x - n$, 可得 $y' = \frac{1}{x} - (2m+3)$, 结合已知, 即可求得答案.

【详解】

Q 对任意的 $x \in (0, +\infty)$ 总有 $f(x) \leq g(x)$ 恒成立

$\therefore \ln x \leq (2m+3)x+n$, 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立,

$\therefore 2m+3 > 0$

令 $y = \ln x - (2m+3)x - n$,

可得 $y' = \frac{1}{x} - (2m+3)$

$$\text{令 } y' = 0, \text{ 得 } x = \frac{1}{2m+3}$$

$$\text{当 } x > \frac{1}{2m+3}, y' < 0$$

$$\text{当 } 0 < x < \frac{1}{2m+3}, y' > 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2m+3}, y_{\max} = \ln \frac{1}{2m+3} - 1 - n \leq 0, 2m+3 \geq e^{-1-n}$$

$$\text{故 } (2m+3)n \geq \frac{n}{e^{n+1}} = f(m, n)$$

$$\text{Q } f'(m, n) = \frac{1-n}{e^{n+1}}$$

$$\text{令 } \frac{1-n}{e^{n+1}} = 0, \text{ 得 } n = 1$$

$$\therefore \text{当 } n > 1 \text{ 时, } f'(m, n) < 0$$

$$\text{当 } n < 1, f'(m, n) > 0$$

$$\therefore \text{当 } n = 1 \text{ 时, } f(m, n)_{\max} = \frac{1}{e^2}$$

故选: C.

【点睛】

本题主要考查了根据不等式恒成立求最值问题, 解题关键是掌握不等式恒成立的解法和导数求函数单调性的解法, 考查了分析能力和计算能力, 属于难题.

8、C

【解析】

①根据线性相关性与 r 的关系进行判断,

②根据相关指数 R^2 的值的性质进行判断,

③根据方差关系进行判断,

④根据点 (x_0, y_0) 满足回归直线方程, 但点 (x_0, y_0) 不一定是这一组数据的中心点, 而回归直线必过样本中心点, 可进行判断.

【详解】

①若两个随机变量的线性相关性越强, 则相关系数 r 的绝对值越接近于 1, 故①正确;

②用相关指数 R^2 的值判断模型的拟合效果, R^2 越大, 模型的拟合效果越好, 故②错误;

③若统计数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 1, 则 $2x_1+1, 2x_2+1, 2x_3+1, \dots, 2x_n+1$ 的方差为 $2^2 = 4$, 故③正确;

④因为点 (x_0, y_0) 满足回归直线方程, 但点 (x_0, y_0) 不一定是这一组数据的中心点, 即 $x_0 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10}$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/087135115060006066>