

# 长郡中学 2023 年下学期高一期未考试

## 数学

时量：120 分钟 满分：150 分得分

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | y = \sqrt{16 - x^2}\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $[-4, 3]$                       B.  $[1, 3]$                       C.  $[-4, 4]$                       D.  $[-3, -1]$

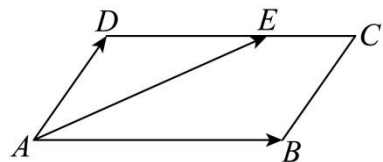
2. “ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ ” 是  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件

3. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，角  $\alpha$  以  $Ox$  为始边，它的终边经过点  $P(5, 12)$ ，则  $\cos \alpha =$  ( )

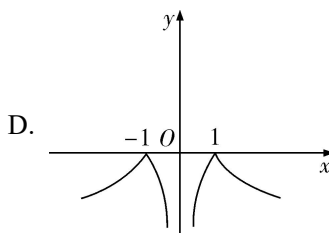
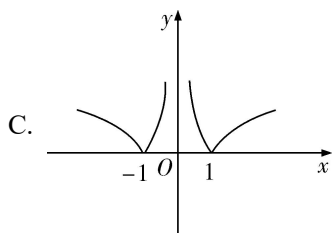
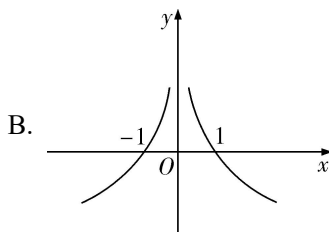
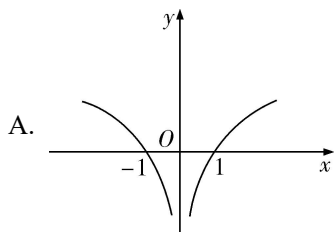
- A.  $-\frac{5}{13}$                       B.  $\frac{5}{13}$                       C.  $-\frac{12}{13}$                       D.  $\frac{12}{13}$

4. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ,  $E$  是  $CD$  边上一点，且  $DE = 2EC$ ，则  $\overrightarrow{AE} =$  ( )



- A.  $\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$                       B.  $\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$                       C.  $\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$                       D.  $\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b}$

5. 若函数  $y = a^x$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ) 的图象过点  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ，则函数  $y = \log_a |x|$  的大致图象是 ( )



6. 已知  $f(x) = m(x - 2m)(x + m + 3)$ ,  $g(x) = 3^x - 3$ ，若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}$ ,  $f(x) < 0$  或  $g(x) < 0$ ”为真命题，则  $m$

的取值范围是 ( )

- A.  $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$       B.  $(-4, 0)$       C.  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$       D.  $(0, +\infty)$

7. 已知定义在  $(0, +\infty)$  上的  $f(x)$  是单调函数, 且对任意  $x \in (0, +\infty)$  恒有  $f\left(f(x) + \log_{\frac{1}{3}}x\right) = 4$ , 则函数  $f(x)$  的

零点为 ( )

- A.  $\frac{1}{27}$       B.  $\frac{1}{9}$       C. 9      D. 27

8. 若  $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  且  $\sin\alpha = x$ , 则可以记  $\alpha = \arcsin x$ ; 若  $\alpha \in [0, \pi]$  且  $\cos\alpha = x$ , 则可以记  $\alpha = \arccos x$ . 实数

$y \in (0, 1)$ , 且  $(\arccos y)^2 - (\arcsin y)^2 = a$ , 则  $2y^2 - 1 =$  ( )

- A.  $\cos\left(\frac{2a}{\pi}\right)$       B.  $-\sin\left(\frac{2a}{\pi}\right)$   
C.  $\cos\left(\frac{4a}{\pi}\right)$       D.  $-\sin\left(\frac{4a}{\pi}\right)$

二、多选题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为  $\{x \mid x < -3, \text{ 或 } x > 2\}$ , 则 ( )

- A.  $a > 0$   
B. 不等式  $bx + c > 0$  的解集是  $\{x \mid x < -6\}$   
C.  $a + b + c > 0$   
D. 不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  的解集是  $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}, \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\right\}$

10. 设正实数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 则 ( )

- A.  $ab \geq \frac{1}{4}$       B.  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2}$   
C.  $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \geq \frac{4}{3}$

11. 已知函数  $f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ , 函数  $g(x)$  的图象由  $f(x)$  图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度得到, 则下列关于函数

$g(x)$  的说法正确的有 ( )

A.  $g(x)$  的图象关于点  $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$  对称

B.  $g(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称

C.  $g(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}\right]$  上单调递增

D.  $g(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$  上单调递减

12. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(4-x) = -f(x)$ ,  $f(2x+1)$  为偶函数,  $f(1) = 2$ , 函数  $g(x) (x \in \mathbf{R})$  满足  $g(x) = g(2-x)$ , 若  $y = f(x)$  与  $y = g(x)$  恰有 2023 个交点, 从左至右依次为  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{2023}, y_{2023})$ , 则下列说法正确的是 ( )

A.  $f(x)$  为奇函数

B. 2 为  $y = f(x)$  的一个周期

C.  $y_{1012} = 2$

D.  $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{2023} = 2023$

### 三、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知幂函数  $f(x) = (m-1)x^m$  的图象过点  $M(2, a)$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知向量  $\vec{a}, \vec{b}$  满足  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2, \vec{a} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 1$ , 则  $|2\vec{a} - \vec{b}| =$  \_\_\_\_\_.

15. 若  $\cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = \frac{\sqrt{10}}{5}$ , 则  $\cos\left(\frac{2\pi}{3} + 2\alpha\right)$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 已知  $a > 1, x_1, x_2$  分别是函数  $f(x) = e^x + x - a$  与  $g(x) = \ln x + x - a$  的零点, 若  $m = e^{x_1} + x_2$ , 则  $m$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

### 四、解答题 (本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (1)  $\sqrt{(3-\pi)^2} + 8^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} - 0.5^2 + (\sqrt{3}-1)^0$ ;

(2)  $(\log_4 3 + \log_8 3)(\log_3 2 + \log_9 2) + \log_3 \sqrt[4]{27} - 2^{\log_2 5}$ .

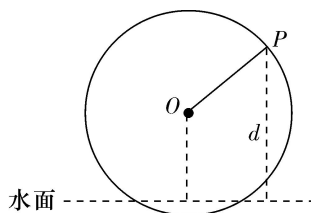
18. 解下列不等式:

(1)  $\frac{2x}{x-1} \geq 4$ ;

(2)  $|2x-3| + |x-2| \leq 3$ .

19. 如图, 一个半径为  $3\text{m}$  的筒车按逆时针方向每分转 1.5 圈, 筒车的轴心  $O$  距离水面的高度为  $\frac{3\sqrt{2}}{2}\text{m}$ . 设筒车上的某个盛水筒  $P$  到水面的距离为  $d$  (单位:  $\text{m}$ ) (在水面下则  $d$  为负数), 若以盛水筒  $P$  刚浮出水面时开始计算时间,

则  $d$  与时间  $t$  (单位: s) 之间的关系为  $d = A\sin(\omega t + \varphi) + K$   $\left( A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2} \right)$ .



(1) 求  $A, \omega, \varphi, K$  的值;

(2) 盛水桶出水后至少经过多少时间就可到达最高点?

20. 已知函数  $f(x) = \sin \omega x - \sqrt{3} \cos \omega x$  ( $\omega > 0$ ) 的最小正周期为  $\pi$ ,

(1) 求函数  $f(x)$  的单调递增区间;

(2) 设  $x \in (-\pi, \pi)$ , 求不等式  $f(x) \geq 1$  的解集.

21. 已知函数  $f(x)$ , 对于任意的  $x, y \in \mathbf{R}$ , 都有  $f(x+y) = f(x) + f(y)$ , 当  $x > 0$  时,  $f(x) < 0$ , 且  $f(1) = -\frac{1}{2}$ .

(1) 判断  $f(x)$  的奇偶性和单调性;

(2) 设函数  $g(x) = f(x^2 - m) - 2f(|x|)$ , 若方程  $g(x) = 0$  有 4 个不同的解, 求  $m$  的取值范围.

22. 已知函数  $f(x) = e^x - k \cdot e^{-x}$  是偶函数.

(1) 求  $k$  的值;

(2) 设函数  $g(x) = a[f(x) - 2e^{-x}] - f(2x) - 8$ , 若不等式  $g(x) < 0$  对任意的  $x \in (1, +\infty)$  恒成立. 求实数  $a$  的取值范围;

(3) 设  $h(x) = \log_2 f(x)$ , 当  $m$  为何值时, 关于  $x$  的方程  $[h(x) - 1 + m] \cdot [h(x) - 1 - 4m] + 2m^2 + m = 0$  有实根?

# 长郡中学 2023 年下学期高一期未考试

## 数学

时量：120 分钟 满分：150 分得分

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$ ,  $B = \{x | y = \sqrt{16 - x^2}\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $[-4, 3]$                       B.  $[1, 3]$                       C.  $[-4, 4]$                       D.  $[-3, -1]$

【答案】B

【分析】先求出每个集合，后求交集即可.

【详解】令  $x^2 - 4x + 3 \leq 0$ ，解得  $x \in [1, 3]$ ，

令  $16 - x^2 \geq 0$ ，解得  $x \in [-4, 4]$ ，

所以  $A \cap B = [1, 3]$ .

故选：B.

2. “ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ ”是  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件                      D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】利用充分条件与必要条件的定义，结合三角函数的性质求解即可.

【详解】若  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ ，则  $\sin x = \sin\left(2k\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，充分性成立；

若  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，则  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$  或  $x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ ，必要性不成立，

所以“ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ ”是  $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  的充分不必要条件.

故选：A.

3. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，角  $\alpha$  以  $Ox$  为始边，它的终边经过点  $P(5, 12)$ ，则  $\cos \alpha =$  ( )

- A.  $-\frac{5}{13}$                       B.  $\frac{5}{13}$                       C.  $-\frac{12}{13}$                       D.  $\frac{12}{13}$

【答案】B

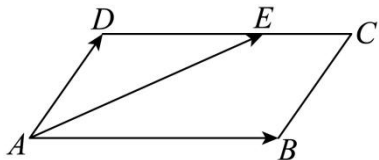
【分析】根据题意，结合三角函数的定义，即可求解.

【详解】由角  $\alpha$  终边经过点  $P(5,12)$ ，可得  $r = |OP| = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ ，

根据三角函数的定义，可得  $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ .

故选：B.

4. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ， $E$  是  $CD$  边上一点，且  $DE = 2EC$ ，则  $\overrightarrow{AE} =$  ( )



A.  $\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$

B.  $\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$

C.  $\frac{1}{3}\vec{a} + \vec{b}$

D.  $\frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b}$

【答案】D

【分析】由题意结合平面向量的线性运算法则、向量的数乘即可得解.

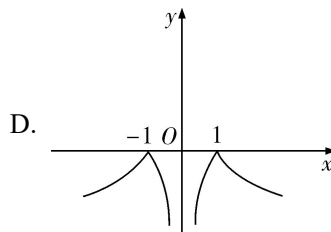
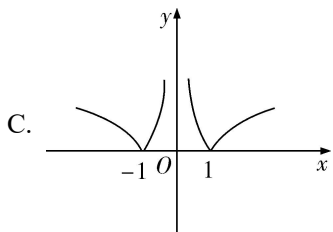
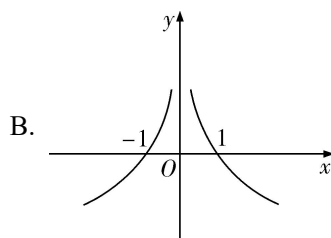
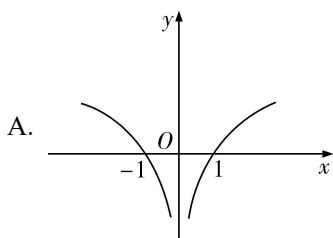
【详解】由题意  $\overrightarrow{DE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ ，

所以  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\vec{a} + \vec{b}$ .

故选：D.

【点睛】本题考查了平面向量线性运算法则及平面向量数乘的应用，考查了平面向量基本定理的应用，属于基础题.

5. 若函数  $y = a^x$  ( $a > 0$ ，且  $a \neq 1$ ) 的图象过点  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ，则函数  $y = \log_a |x|$  的大致图象是 ( )



【答案】B

【分析】根据题意求出  $a$  的值，可得  $y = \log_a |x|$  的具体表达式，判断其图象性质，结合选项，即可得答案.

【详解】由于函数  $y = a^x$  ( $a > 0$ ，且  $a \neq 1$ ) 的图象过点  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$ ，

故  $\frac{1}{3} = a^{\frac{1}{2}}$ ， $\therefore a = \frac{1}{9}$ ，

$$\text{则 } y = \log_a |x| = \log_{\frac{1}{9}} |x| = \begin{cases} \log_{\frac{1}{9}} x, & x > 0 \\ \log_{\frac{1}{9}} (-x), & x < 0 \end{cases},$$

该函数为偶函数，图象关于  $y$  轴对称，且  $(0, +\infty)$  上单调递减，在  $(-\infty, 0)$  上单调递增，

只有 B 中图象符合该函数图象特点，

故选：B

6. 已知  $f(x) = m(x-2m)(x+m+3)$ ,  $g(x) = 3^x - 3$ ，若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}$ ,  $f(x) < 0$  或  $g(x) < 0$ ”为真命题，则  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$       B.  $(-4, 0)$       C.  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$       D.  $(0, +\infty)$

【答案】B

【分析】分段讨论  $x$  的取值范围，结合命题的真假列出相应不等式，最后综合即可得答案。

【详解】当  $x < 1$  时， $3^x < 3$ ,  $\therefore g(x) = 3^x - 3 < 0$ ，无论  $f(x)$  取何值，均符合题意；

当  $x = 1$  时， $g(x) = 3^x - 3 = 0$ ，只需  $f(1) = m(1-2m)(4+m) < 0$ ，

解得  $m > \frac{1}{2}$  或  $-4 < m < 0$ ；

当  $x > 1$  时， $g(x) = 3^x - 3 > 0$ ，由题中条件可得，只需  $f(x) < 0$  对于  $x \in (1, +\infty)$  恒成立，

当  $m = 0$  时， $f(x) = 0$  不符合题意；

当  $m > 0$  时， $f(x) = m(x-2m)(x+m+3)$  图象为开口向上的抛物线，

不能满足  $f(x) < 0$  对  $x \in (1, +\infty)$  恒成立，不符合题意；

当  $m < 0$  时， $f(x) = 0$  的 2 个根为  $x_1 = 2m, x_2 = -m-3$ ，

$$\text{需满足 } \begin{cases} x_1 = 2m \leq 1 \\ x_2 = -m-3 \leq 1 \end{cases}, \therefore \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq -4 \end{cases}, \text{ 结合 } m < 0, \text{ 可得 } -4 \leq m < 0,$$

综合上述可知  $m$  的取值范围是  $(-4, 0)$ ，

故选：B.

7. 已知定义在  $(0, +\infty)$  上的  $f(x)$  是单调函数，且对任意  $x \in (0, +\infty)$  恒有  $f\left(f(x) + \log_{\frac{1}{3}} x\right) = 4$ ，则函数  $f(x)$  的

零点为 ( )

- A.  $\frac{1}{27}$       B.  $\frac{1}{9}$       C. 9      D. 27

**【答案】** A

**【分析】** 根据题意, 利用换元法, 结合对数的运算法则和运算性质, 即可求解.

**【详解】** 设  $f(x) + \log_{\frac{1}{3}}x = a$ , 即  $f(x) = -\log_{\frac{1}{3}}x + a$ ,

因为  $f\left(f(x) + \log_{\frac{1}{3}}x\right) = 4$ , 可得  $f(a) = 4$ , 所以  $-\log_{\frac{1}{3}}a + a = 4$ , 解得  $a = 3$ ,

所以  $f(x) = -\log_{\frac{1}{3}}x + 3$ , 令  $f(x) = 0$ , 可得  $-\log_{\frac{1}{3}}x + 3 = 0$ , 即  $\log_{\frac{1}{3}}x = 3$ ,

解得  $x = \frac{1}{27}$ .

故选: A.

8. 若  $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  且  $\sin \alpha = x$ , 则可以记  $\alpha = \arcsin x$ ; 若  $\alpha \in [0, \pi]$  且  $\cos \alpha = x$ , 则可以记  $\alpha = \arccos x$ . 实数

$y \in (0, 1)$ , 且  $(\arccos y)^2 - (\arcsin y)^2 = a$ , 则  $2y^2 - 1 =$  ( )

A.  $\cos\left(\frac{2a}{\pi}\right)$  B.  $-\sin\left(\frac{2a}{\pi}\right)$

C.  $\cos\left(\frac{4a}{\pi}\right)$  D.  $-\sin\left(\frac{4a}{\pi}\right)$

**【答案】** B

**【分析】** 根据题设信息, 结合三角函数的诱导公式和二倍角公式, 准确计算, 即可求解.

**【详解】** 设  $\arccos y = \theta, \arcsin y = \varphi$ ,

因为  $y \in (0, 1)$ , 所以  $\theta \in (0, \frac{\pi}{2}), \varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$ , 即  $\theta^2 - \varphi^2 = a, \cos \theta = y, \sin \varphi = y$ ,

因为  $-\frac{\pi}{2} < \theta - \varphi < \frac{\pi}{2}$ , 所以  $\sin \varphi = \cos \theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$ , 所以  $\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$ , 即  $\theta + \varphi = \frac{\pi}{2}$ ,

所以  $(\arccos y)^2 - (\arcsin y)^2 = \theta^2 - \varphi^2 = (\theta + \varphi)(\theta - \varphi) = \frac{\pi}{2} \cdot (\theta - \varphi) = a$ ,

所以  $\theta - \varphi = \frac{2a}{\pi}$ , 所以  $2\varphi = (\theta + \varphi) - (\theta - \varphi) = \frac{\pi}{2} - \frac{2a}{\pi}$ ,

则  $2y^2 - 1 = 2\sin^2 \varphi - 1 = -\cos 2\varphi = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2a}{\pi}\right) = -\sin \frac{2a}{\pi}$ .

故选: B.

二、多选题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分)

9. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  的解集为  $\{x \mid x < -3, \text{ 或 } x > 2\}$ , 则 ( )

A.  $a > 0$



B. 不等式  $bx+c>0$  的解集是  $\{x \mid x < -6\}$

C.  $a+b+c > 0$

D. 不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  的解集是  $\left\{x \mid x < -\frac{1}{2}, \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\right\}$

【答案】AD

【分析】根据一元二次不等式的解集可确定  $a > 0$ ，可判断 A；结合根与系数关系可得  $a, b, c$  的关系式，由此化简 B，C，D 选项中的不等式或进而求解，即可判断其正误，即得答案。

【详解】由关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  解集为  $\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > 2\}$ ，

知 -3 和 2 是方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的两个实根，且  $a > 0$ ，故 A 正确；

根据根与系数的关系知： $-\frac{b}{a} = -3 + 2 = -1 < 0, \frac{c}{a} = -3 \times 2 = -6 < 0$ ，

$\therefore b = a, c = -6a, a > 0$ ，

选项 B：不等式  $bx+c > 0$  化简为  $x-6 > 0$ ，解得： $x > 6$ ，

即不等式  $bx+c > 0$  的解集是  $\{x \mid x > 6\}$ ，故 B 不正确；

选项 C：由于  $a > 0$ ，故  $a+b+c = a+a-6a = -4a < 0$ ，故 C 不正确；

选项 D：不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  化简为： $6x^2 + x - 1 > 0$ ，

解得： $x \in \left\{x \mid x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\right\}$ ，故 D 正确；

故选：AD.

10. 设正实数  $a, b$  满足  $a+b=1$ ，则 ( )

A.  $ab \geq \frac{1}{4}$

B.  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2}$

C.  $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \geq \frac{4}{3}$

【答案】BCD

【分析】利用基本不等式判断各选项.

【详解】对于 A 选项， $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ ，

当且仅当  $a=b=\frac{1}{2}$  时取得等号，故 A 错误；

对于 B 选项,  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab} \leq 2(a + b) = 2$ , 故  $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2}$ ,

当且仅当  $a = b = \frac{1}{2}$  时取得等号, 故 B 正确;

对于 C 选项,  $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}, \therefore a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ ,

当且仅当  $a = b = \frac{1}{2}$  时取得等号, 故 C 正确;

对于 D 选项,  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} = \frac{1}{3}[(a+1) + (b+1)] \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1}\right)$

$$= \frac{1}{3} \left( 2 + \frac{b+1}{a+1} + \frac{a+1}{b+1} \right) \geq \frac{4}{3},$$

当且仅当  $a = b = \frac{1}{2}$  时取得等号成立, 故 D 正确.

故选: BCD.

11. 已知函数  $f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ , 函数  $g(x)$  的图象由  $f(x)$  图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度得到, 则下列关于函数

$g(x)$  的说法正确的有 ( )

A.  $g(x)$  的图象关于点  $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$  对称

B.  $g(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称

C.  $g(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{24}, \frac{5\pi}{24}\right]$  上单调递增

D.  $g(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$  上单调递减

【答案】ABC

【分析】根据三角函数的图象变换求得函数  $g(x) = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ , 结合正弦型函数的图象与性质, 逐项判定, 即

可求解.

【详解】由函数  $f(x) = 3\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位长度,

所得图象对应的函数为  $g(x) = 3\sin\left[2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\pi}{3}\right] = 3\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ ,

对于 A 中, 当  $x = \frac{\pi}{12}$ , 可得  $g(x) = 0$ , 所以  $g(x)$  关于点  $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$  对称, 所以 A 正确;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/087154166053006143>