安徽 2023~2024 学年度第二学期度期中考查

高一数学试题（答案在最后）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.

1. 若复数 $a^2 \quad 1 \quad a \quad 1 i a \quad R$ 是实数，则 a 等于（　　）

A. 1　　B. $\quad 1$　　C. $\quad 1$　　D. 不存在

【答案】A

【解析】

【分析】根据实数和复数的概念直接列式求解即可.

【详解】因为 $a^2 \quad 1 \quad a \quad 1 i a \quad R$ 是实数，

所以 $a \quad 1 \quad 0$，解得 $a \quad 1$，

故选：A

2. 设 e_1、e_2 是平面内两个不共线的向量，则下列四组向量不能作为基底的是（　　）

A. e_1 和 $e_1 \quad 2e_2$　　B. $e_1 \quad 2e_2$ 与 $3e_1 \quad e_2$

C. $3e_1 \quad e_2$ 与 $4e_2 \quad e_1$　　D. $e_1 \quad 2e_2$ 与 $2e_1 \quad 4e_2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据基底的概念及平面向量基本定理判断即可.

【详解】因为 e_1、e_2 是平面内两个不共线的向量，所以 e_1、e_2 可以作为平面内的一组基底，

对于 A：显然不存在实数 t 使得 $e_1 \quad t e_1 \quad 2e_2$，故 e_1 和 $e_1 \quad 2e_2$ 不共线，

则 e_1 和 $e_1 \quad 2e_2$ 可以作为一组基底；

对于 B：若 $e_1 \quad 2e_2 \quad m \quad 3e_1 \quad e_2$，则 $\begin{matrix} 1 & 3m \\ 2 & m \end{matrix}$，方程无解，

故 $e_1 \quad 2e_2$ 与 $3e_1 \quad e_2$ 不共线，

即 $e_1 \quad 2e_2$ 与 $3e_1 \quad e_2$ 可以作为一组基底；

对于 C：若 $3e_1 \quad e_2 \quad n \quad 4e_2 \quad e_1$，则 $\begin{matrix} 3 & 4n \\ 1 & n \end{matrix}$，方程无解，

故$3e_1-e_2$与$4e_2-e_1$不共线，

即$3e_1-e_2$与$4e_2-e_1$可以作为一组基底；

对于D：因为$2e_1-4e_2=-2(e_1-2e_2)$，所以e_1-2e_2与$2e_1-4e_2$共线，

故不能作为一组基底，

故选：D

3. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C对应的边分别为a，b，c，已知$a=2\sqrt{3}$，$B=\frac{\pi}{4}$，$A=\frac{\pi}{3}$，则$b=$（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

【答案】A

【解析】

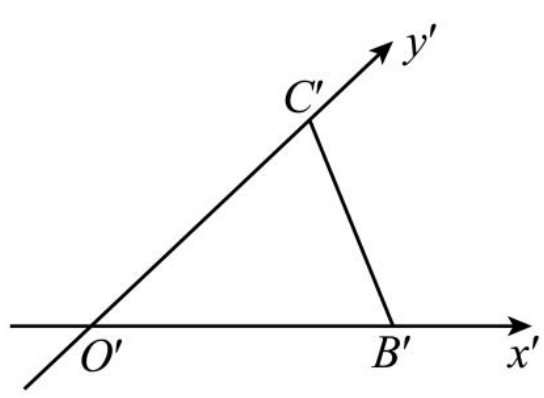
【分析】由正弦定理可得$\frac{2\sqrt{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{b}{\sin\frac{\pi}{4}}$,求解即可.

【详解】在$\triangle ABC$中，由正弦定理可得$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，

所以$\frac{2\sqrt{3}}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{b}{\sin\frac{\pi}{4}}$,所以$\frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$,解得$b=2\sqrt{2}$.

故选：A.

4. 如图，水平放置的$\triangle ABC$的斜二测直观图为$\triangle A'B'C'$，若$A'B'=A'C'=1$，则$BC=$（　　）



A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{5}$　　D. 5

【答案】C

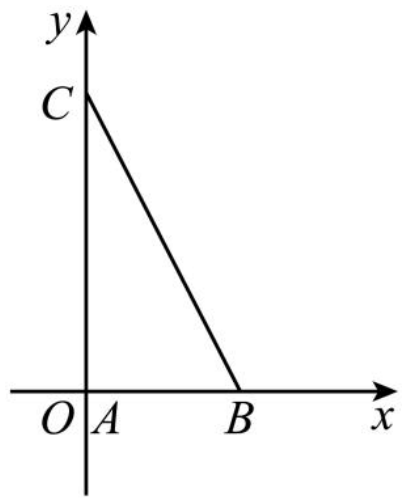
【解析】

【分析】首先得到平面图形，再根据斜二测画法规则求出线段长度.

【详解】依题意由直观图可得如下平面图形，因为$A'B'=A'C'=1$，

所以$AB=A'B'=1$，$AC=2A'C'=2$，

所以 BC $\sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5}$.



故选：C

5. 已知 a，b 为两个单位向量且 $a \cdot b = \frac{1}{3}$，则向量 a 在向量 b 上的投影向量为（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}b$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{3}b$

【答案】B

【解析】

【分析】借助投影向量定义计算即可得.

【详解】$\frac{a \cdot b}{|b|} \cdot \frac{b}{|b|} = \frac{\frac{1}{3}}{1} \cdot \frac{b}{1} = \frac{1}{3}b$.

故选：B.

6. 某圆锥的侧面积为 4π，其侧面展开图为一个半圆，则该圆锥的底面半径长为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】设圆锥的母线长为 l，底面半径为 r，由题意得到 $2\pi r = l\pi$，进而可得 $2\pi r^2 = 4\pi$，求解即可.

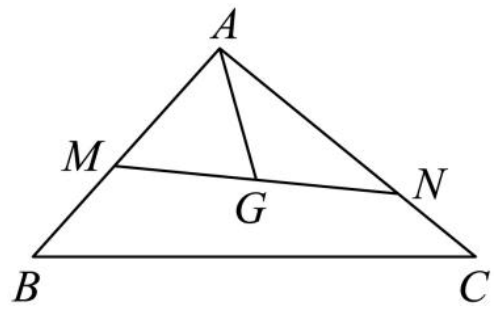
【详解】设圆锥的母线长为 l，底面半径为 r，即侧面展开图的半径为 l，侧面展开图的弧长为 πl.

又圆锥的底面周长为 $2\pi r$，所以 $2\pi r = \pi l$，即圆锥的母线长 $l = 2r$.

所以圆锥的侧面积为 $\pi r l = 2\pi r^2 = 4\pi$，解得 $r = \sqrt{2}$.

.故选：A.

7. 如图，已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，过点 G 作直线分别与 AB，AC 两边交于 M，N 两点，设 $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN} = y\overrightarrow{AC}$，则 $x + 4y$ 的最小值为（　　）



A. 9　　B. 4　　C. 3　　D. $\frac{5}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】借助平面向量线性运算与三点共线定理及基本不等式计算即可得.

【详解】由点G 是 ABC 的重心，$\overrightarrow{AM}$ $x\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AN}$ $y\overrightarrow{AC}$，

故 AG $\frac{1}{3}$ AB AC $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{x}AM$ $\frac{1}{y}AN$ $\frac{1}{3x}AM$ $\frac{1}{3y}AN$，

由G 、M 、N 三点共线，故$\frac{1}{3x}$ $\frac{1}{3y}$ 1，

则 x $4y$ x $4y$ $\frac{1}{3x}$ $\frac{1}{3y}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{4y}{3x}$ $\frac{x}{3y}$ $\frac{5}{3}$ $2\sqrt{\frac{4y}{3x}\ \frac{x}{3y}}$ 3，

当且仅当$\frac{4y}{3x}$ $\frac{x}{3y}$，即 x 1，y $\frac{1}{2}$时，等号成立.

故选：C.

8. 在 ABC 中，AB 5，AC $4\sqrt{2}$，cosA $\frac{\sqrt{2}}{10}$，H 是 ABC 的垂心，若 HP xHB $y\overrightarrow{HC}$，其中

x $0,\frac{1}{2}$，y $0,\frac{1}{2}$，则动点 P 的轨迹所覆盖图形的面积为（　　）

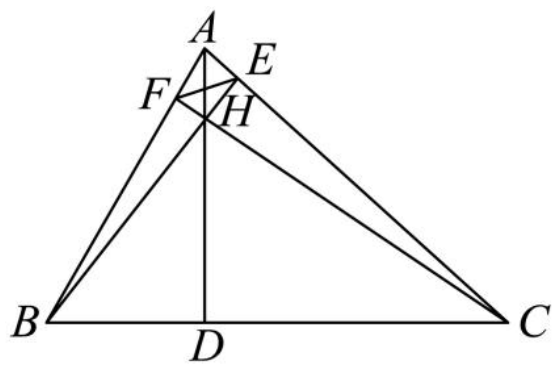
A. 7　　B. 14　　C. $\frac{21}{2}$　　D. $\frac{21}{4}$

【答案】D

【解析】

【分析】先通过解三角形方法求出 BC 和 HD 的长，然后说明点 P 能够取到的集合恰为由点 H 和 HBC 的三边中点构成的平行四边形的内部及边界，由此得到其面积为 $S_{\triangle HBC}$ 的一半，最后通过 BC 和 HD 的长求出 $S_{\triangle HBC}$，即得所求结果.

【详解】延长 BH ，CH ，AH 分别交 AC ，AB ，BC 于 E ，F ，D ，如图，



由 H 为垂心，可知在直角三角形中， $AF = AC\cos A = 4\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{4}{5}$，

$AE = AB\cos A = 5\cdot\frac{\sqrt{2}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2}$，由余弦定理可得

$EF = \sqrt{AF^2 + AE^2 - 2AF\cdot AE\cos A} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$，

由 A,E,H ,F 四点共圆及正弦定理可得，

$AH = \frac{EF}{\sin A} = \frac{\frac{7\sqrt{2}}{10}}{\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2}} = \frac{\frac{7\sqrt{2}}{10}}{\frac{7\sqrt{2}}{10}} = 1$，

由余弦定理，$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB\cdot AC\cdot\cos A = 25 + 32 - 8 = 49$，

所以 $BC = 7$.

又因为 $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB\cdot AC\sin A = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4\sqrt{2}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{10}\right)^2} = 10\sqrt{2}\cdot\frac{7\sqrt{2}}{10} = 14$，

所以 $AD = \frac{AD\cdot BC}{BC} = \frac{2S_{ABC}}{BC} = \frac{28}{7} = 4$，从而 $HD = AD - AH = 4 - 1 = 3$.

由于 $HP = xHB + yHC$，其中 $x \in \left[0,\frac{1}{2}\right]$，$y \in \left[0,\frac{1}{2}\right]$，故点 P 能够取到的集合，恰为由点 H 和 $\triangle HBC$ 的三边中点构成的平行四边形的内部及边界.

所以点 P 能够覆盖的区域的面积 S_P 等于 $S_{\triangle HBC}$ 的一半，而 $S_{HBC} = \frac{1}{2}BC\cdot HD = \frac{1}{2}\cdot 7\cdot 3 = \frac{21}{2}$，故 $S_P = \frac{21}{4}$，

选项 D 正确.

故选：D.

【点睛】关键点点睛：本题的关键点在于先用解三角形方法推知三角形中相应边的长度，然后分析点 P 能够取到的区域，最后求出其面积.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目的要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是（　　）

A. 若直线l与平面　不平行，则l与　相交

B. 若直线l上有两个点到平面　的距离相等，则l//

C. 经过两条平行直线有且仅有一个平面

D. 如果两个平面没有公共点，则这两个平面平行

【答案】CD

【解析】

【分析】根据直线与平面的位置关系可判断A，B；根据平面基本性质与推论可判断C；由平行平面的定义得这两个平面平行来判断D.

【详解】对于A，若直线l与平面　不平行，则l与　相交或l　　，故A 错误；

对于B，若直线l与平面　相交，直线l上仍存在两个在平面　不同侧的点到平面　的距离相等，故B 错误；

对于C，由两条相互平行的直线能确定一个平面，且该平面有且仅有1个，故C 正确；

对于D，如果两个平面没有公共点，那么由平行平面的定义得这两个平面平行，故D 正确.

故选：CD.

10. 下列命题正确的是（　　）

A. 若z_1，z_2是复数，则$\overline{z_1 \quad z_2} \quad \overline{z}_1 \quad \overline{z}_2$

B. 若复数z的共轭复数为$\overline{z}$，z $\overline{z}$　$|z|^2$　$|\overline{z}|^2$

C. 虚轴上的点对应的均为纯虚数

D. 已知复数z满足$|z \quad 3i| \quad 1$（i为虚数单位），则$|z \quad 1 \quad 2i|$的最小值是$\sqrt{2} \quad 1$

【答案】ABD

【解析】

【分析】设$z_1 \quad a \quad bi, z_2 \quad c \quad di$,计算可判断A；设$z \quad a \quad bi, \overline{z} \quad a \quad bi$,计算可判断B；点$(0,0)$在虚轴上可判断C；因为$|z \quad 3i| \quad 1$表示点Z到$(0, 3)$的距离为1，$|z \quad 1 \quad 2i|$表示点Z到$(1, 2)$的距离，计算可得最小值.

【详解】对于A：设$z_1 \quad a \quad bi, z_2 \quad c \quad di$,则$\overline{z_1 \quad z_2} \quad a \quad c \quad (b \quad d)i=(a \quad bi) \quad (c \quad di) \quad \overline{z}_1 \quad \overline{z}_2$,故A 正确；

对于B：设$z \quad a \quad bi, \overline{z} \quad a \quad bi$,则$z\overline{z} \quad (a \quad bi)(a \quad bi)=a^2 \quad b^2 \quad |z|^2 \quad |\overline{z}|^2$,故B 正确；

对于C：点$(0,0)$在虚轴上，但不表示纯虚数，故C 错误；

对于D：因为$|z\ \ 3i|\ \ 1$表示点Z到$(0,\ 3)$的距离为1，则点Z在以$(0,\ 3)$为圆心的圆上，

又$|z\ \ 1\ \ 2i|$表示点Z到$(1,\ 2)$的距离，又$(0,\ 3)$到$(1,\ 2)$的距离为$\sqrt{1^2\ \ 1^2}\ \ \sqrt{2}$，

所以$|z\ \ 1\ \ 2i|$的最小值为$\sqrt{2}\ \ 1$,故D正确.

故选：ABD

11. 下列说法正确的是（　　）

A. 若m为非零实数，且$ma\ \ nb\ \ n\ \ R$，则a与b共线

B. 已知向量$a\ \ \ \ 2,1$，$b\ \ \ \ 1,t$，若a,b的夹角为锐角，则t的取值范围是$t\ \ 2$

C. 若点O满足$|OA|\ \ |OB|\ \ |OC|$，$|AB|\ \ 2$，$|AC|\ \ 6$，则$AO\ \ BC\ \ 16$

D. 若$AP\ \ \ \ \frac{AB}{|AB|}\ \ \frac{AC}{|AC|}$，$\ \ \ \ 0,\ \ \ \ $，则点$P$的轨迹一定通过$\ ABC\ $的内心

【答案】ACD

【解析】

【分析】对于A，利用$a\ \ \frac{n}{m}b$即可说明a与b共线；对于B，说明$t\ \ \frac{1}{2}$时夹角为0即可否定；对于C，利用数量积的运算律及正弦定理即可验证；对于D，利用内心的性质即可验证.

【详解】对于A，由$ma\ \ nb$知$a\ \ \frac{n}{m}b$，故由b和$\frac{n}{m}b$共线，知a与b共线；

对于B，当$t\ \ \frac{1}{2}$时，有$t\ \ 2$，但$a\ \ \ \ 2,1$，$b\ \ \ \ 1,\frac{1}{2}\ \ \frac{1}{2}a$，故$a$与$b$同向共线，夹角为0，不满足条件，故B错误；

对于C，由条件知O是$\ ABC\ $的外接圆圆心，所以$\ AOB\ \ \ 2C$，$\ \ AOC\ \ \ 2B$，从而

$AO\ \ BC\ \ \ AO\ \ \ OC\ \ \ OB$

$OA\ \ \ OB\ \ \ OC$

$OA\ \ OB\ \ \ OA\ \ OC$

$R^2\cos\ \ AOB\ \ \ R^2\cos\ \ AOC$

$R^2\cos2C\ \ \ R^2\cos2B$

$R^2\ \cos2C\ \ \ \cos2B$

$R^2 = 2\sin^2 B + 2\sin^2 C$

$\frac{1}{2} = 2R\sin B^2 + 2R\sin C^2$

$\frac{1}{2}|AC|^2 + |AB|^2$

$\frac{1}{2}6^2 + 2^2$

16，故 C 正确；

对于 D，$\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$，$\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$分别表示平行于 AB，AC 的单位向量，

故$\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$平分 $\angle BAC$，即 AP 平分 $\angle BAC$，

所以 P 的轨迹经过 $\triangle ABC$ 的内心，故 D 正确.

故选：ACD.

12. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别为棱 AB，AA_1 的中点，点 P 在对角线 A_1B 上，则（　　）

A. $AP + D_1P$ 的最小值为 $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$

B. 三棱锥 $P-CEF$ 体积为 $\frac{1}{3}$

C. 点 P 到平面 CEF 的距离为 $\frac{1}{6}$

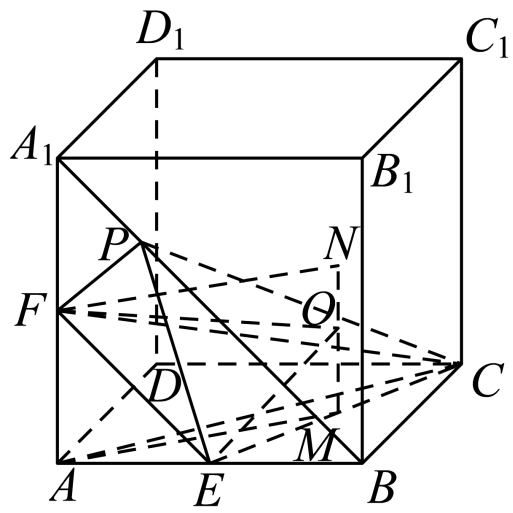
D. 四面体 BCEF 外接球的表面积为 14π

【答案】ABD

【解析】

【分析】对于 A，根据正方体的性质，将点 D_1 旋转使得 A,P,D_1 共面，利用三角形的余弦定理，可得答案；对于 B，根据正方体的性质，明确三棱锥的底面以及底面上的高，可得答案；对于 C，利用 A 求得的三棱锥的体积，利用勾股定理求得 $\triangle CEF$ 的三边长，结合余弦定理以及面积公式，可得答案；对于 D，根据三棱锥的性质，设出外接球的球心，利用勾股定理，建立方程，结合球的面积公式，可得答案.

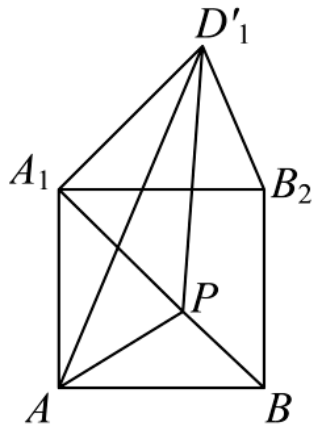
【详解】根据题意，可作图如下：



对于A，在正方体 $ABCD\ \ A_1B_1C_1D_1$ 中，易知 A_1D_1 平面 ABB_1A_1，

因为 A_1B_1 平面 ABB_1A_1，所以 A_1D_1 A_1B_1，

将点 D_1 绕 A_1B_1 旋转得到 D_1，使 A,P,D_1 共面，如下图：



易知 $AP\ \ D_1P\ \ AD_1$，在 AA_1D_1 中，易知 $AA_1D_1\ \ 135$，

由余弦定理，$AD_1^2\ \ AA_1^2\ \ A_1D_1^2\ \ 2AA_1\ A_1D_1\cos AA_1D_1\ \ 4\ \ 4\ \ 2\ \ 2\ \ 2\ (\frac{\sqrt{2}}{2})\ \ 8\ \ 4\sqrt{2}$，

则 $AD_1\ \ 2\sqrt{2\ \ \sqrt{2}}$，故A 正确；

对于B，在正方体中 $ABCD\ \ A_1B_1C_1D_1$，$CB\ \ AB,CB$ 平面 ABB_1A_1，

在三棱锥 $P\ \ CEF$ 中，以！PEF 为底面，则 CB 为其高，

因为 $P\ \ A_1B_1$，易知 $\triangle ABA_1$ 为等腰直角三角形，且 E,F 分别为 A_1A,AB 的中点，

所以 $EF\ //\ A_1B_1$，且P 到EF 的距离为 $\frac{1}{4}A_1B\ \ \frac{1}{4}\ \sqrt{2}AB\ \ \frac{\sqrt{2}}{2}$，

所以 $V_{P\ CEF}\ \ \frac{1}{3}CB\ \ S_{PEF}\ \ \frac{1}{3}\ \ 2\ \ \frac{1}{2}\ \sqrt{2}\ \ \frac{\sqrt{2}}{2}\ \ \frac{1}{3}$，故B 正确；

对于C，在 $Rt\ \ BCE$ 中，易知 $BE\ \ 1,BC\ \ 2$，则 $CE\ \ \sqrt{CB^2\ \ BE^2}\ \ \sqrt{5}$，

在 $Rt\ \ AEF$ 中，易知 $AE\ \ AF\ \ 1,$，则 $EF\ \ \sqrt{2}$，

在Rt ACF 中，易知AC 2$\sqrt{2}$,AF 1，则CF $\sqrt{AF^2 \quad AC^2}$ 3，

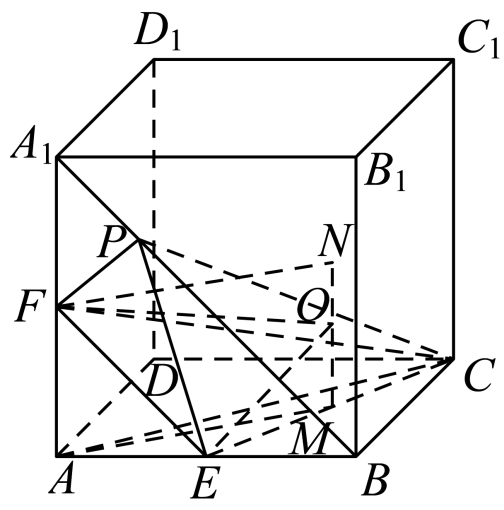
在△CEF 中，由余弦定理，cos CEF $\frac{CE^2 \quad EF^2 \quad CF^2}{2 \quad CE \quad EF}$ $\frac{\sqrt{10}}{10}$，

则sin CEF $\frac{3\sqrt{10}}{10}$，所以S_{CEF} $\frac{1}{2}$EF CE sin CEF $\frac{3}{2}$，

点P 到平面CEF 的距离为$\frac{3V_{P \quad CEF}}{S_{\quad VCEF}}$ $\frac{3 \quad \frac{1}{3}}{\frac{3}{2}}$ $\frac{2}{3}$，故C 不正确；

对于D，取EC 的中点M ，易知M 为Rt BCE 的外接圆圆心，连接AM ，

作NM AA$_1$,FN AM ，取O MN ，连接OE ,OF ，如下图：



因为NM AA$_1$，所以MN 平面BCE ，由M 为Rt BCE 的外接圆圆心，

则可设O 为三棱锥F BCE 的外接球球心，即OE OF R，

因为FN AM ，所以易知四边形AMNF 为矩形，则AM FN ,MN FN ，

在Rt BCE 中，cos CEB $\frac{BE}{CE}$ $\frac{\sqrt{5}}{5}$，易知 AEC π CEB ，则cos AEC $\frac{\sqrt{5}}{5}$，

在△AEM 中，由余弦定理得：AM^2 AE^2 EM^2 2AE EM cos AEM $\frac{13}{4}$，

在Rt△MOE 中，OE^2 ME^2 MO^2,OM $\sqrt{OE^2 \quad ME^2}$ $\sqrt{R^2 \quad \frac{5}{4}}$，

在Rt△MOF 中，OF^2 ON^2 FN^2,OF^2 FN^2 (1 OM)^2，

则R^2 $\frac{13}{4}$ $(1 \quad \sqrt{R^2 \quad \frac{5}{4}})^2$，解得$R^2$ $\frac{7}{2}$，则球的表面积为4 πR^2 14 π，故D 正确.

故选：ABD.

三、填空题：本大题共4 小题，每小题5 分，共20 分.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/087166054014006166