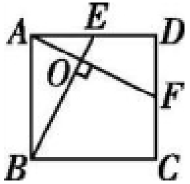
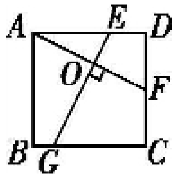
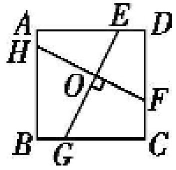
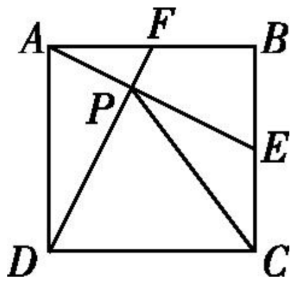
微专题六　与正方形有关的常考模型

模型一　十字架模型

模型展示	 ①	 ②	 ③
常用结论	AF⊥BE⇒AF=BE	AF⊥GE⇒AF=GE	HF⊥GE⇒HF=GE
解题思路	图①中证明△ABE≌△DAF. 在图②中过点B作GE的平行线;在图③中过点A作HF的平行线,过点B作GE的平行线,转化为图①求解		

▸**跟踪训练一**

1.(2021 常德)如图所示,已知 F,E 分别是正方形 ABCD 的边 AB 与 BC 的中点,AE 与 DF 交于点 P,连接 PC.则下列结论成立的是(**C**)



A. $BE=\frac{1}{2}AE$

B. PC=PD

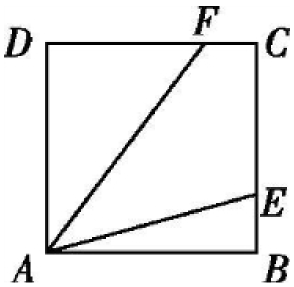
C. ∠EAF+∠AFD=90°

D. PE=EC

2. (2022 淄川二模)如图所示,正方形 ABCD 的边长为 3,点 E,F 分别是 BC,CD 边上的动点,并且满足 BE=CF,则 AE+AF 的最小值为(**C**)

A. 6　　B. $3\sqrt{2}$

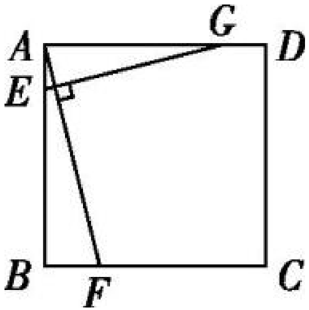
C. $3\sqrt{5}$　　D. $3+3\sqrt{2}$



3.(2021台州)如图所示,点E,F,G分别在正方形ABCD的边AB,BC,AD上,AF⊥EG.若

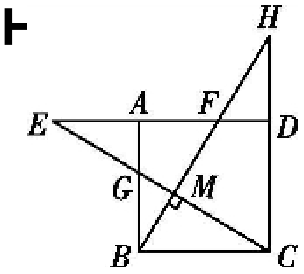
$\frac{5}{4}$

AB=5,AE=DG=1,则BF=_____.

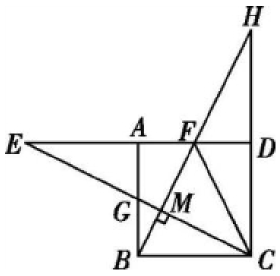


4.(2021哈尔滨)已知四边形ABCD是正方形,点E在边DA的延长线上,连接CE交AB于点G,过点B作BM⊥CE,垂足为点M,BM的延长线交AD于点F,交CD的延长线于点H

(1)如图①所示,求证:CE=BH;



①



②

(1)证明:∵四边形 ABCD 是正方形,

∴BC=CD=AD=AB, ∠BCD=∠ADC=90°.

∵BM⊥CE, ∴∠HMC=∠ADC=90°,

∴∠H+∠HCM=90°=∠E+∠ECD, ∴∠H=∠E.

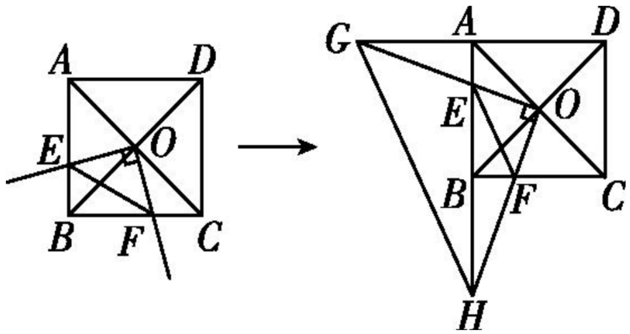
在△EDC 和△HCB 中, $\begin{cases} \angle E = \angle H, \\ \angle EDC = \angle HCB = 90°, \\ CD = BC, \end{cases}$

∴△EDC≌△HCB(AAS), ∴CE=BH.

(2)如图②所示,若AE=AB,连接CF,在不添加任何辅助线的情况下,请直接写出图中的四个三角形($\triangle AEG$除外),使写出的每个三角形都与$\triangle AEG$全等.

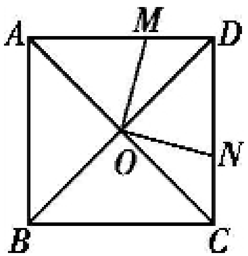
(2)解:$\triangle BCG$,$\triangle DCF$,$\triangle DHF$,$\triangle ABF$.

模型二　中心直角模型

<table>
<tr><td>模型展示</td><td></td></tr>
<tr><td>常用结论</td><td>△AOE≌△BOF，△BOE≌△COF，△AOG≌△BOH，△OEF 与△OGH 都是等腰直角三角形，$S_{四边形OEBF}=\frac{1}{4}S_{正方形ABCD}$</td></tr>
</table>

▶**跟踪训练二**

5.(2021 重庆)如图所示,正方形 ABCD 的对角线 AC,BD 交于点 O,M 是边 AD 上一点,连接 OM,过点 O 作 ON⊥OM,交 CD 于点 N.若四边形 MOND 的面积是 1,则 AB 的长为(　**C**　)



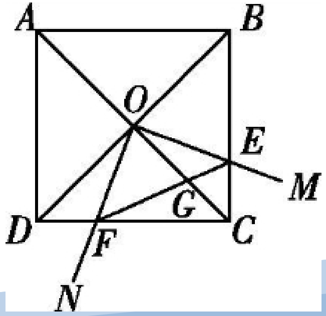
A.1　B.$\sqrt{2}$

C.2　D.$2\sqrt{2}$

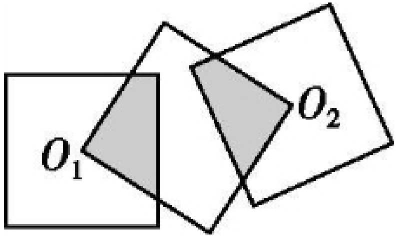
6.(东营中考)如图所示,在正方形 ABCD 中,点 O 是对角线 AC,BD 的交点,过点 O 作射线 OM,ON 分别交 BC,CD 于点 E,F,且∠EOF=90°,连接 EF,OC 与 EF 交于点 G.给出下列结论:①△COE≌△DOF;②△OGE∽△FGC;③四边形 CEOF 的面积为正方形 ABCD 面积的$\frac{1}{4}$;④$DF^2+BE^2=OG\cdot OC$.其中正确的结论是(　**B**　)

A.①②③④　　B.①②③

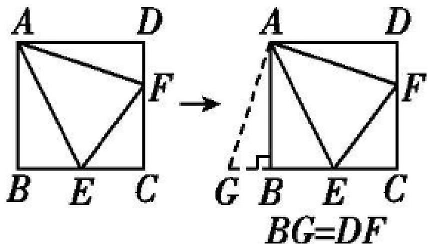
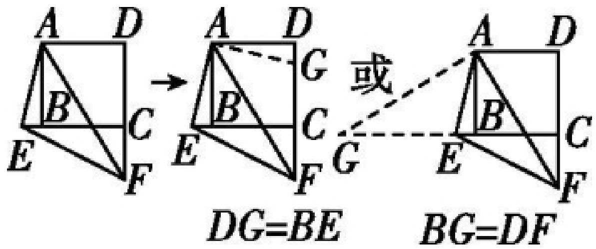
C.①②④　　D.③④



7.(2022绥宁期中)如图所示,三个边长均为2的正方形重叠在一起,O_1,O_2是其中两个正方形对角线的交点,若把这样的n个小正方形按如图所示方式摆放,则重叠部分的面积为___n-1___.

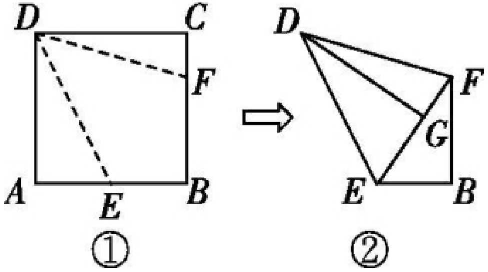


模型三　半角模型

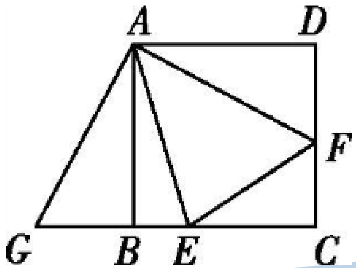
模型展示		
常用结论	在正方形ABCD中,∠EAF=45°,则: ①EF=BE+DF; ②△CEF的周长为正方形ABCD边长的2倍; ③FA平分∠DFE,EA平分∠BEF	在正方形ABCD中,若∠EAF=45°,FA平分∠DFE,则EF=DF-BE

▸跟踪训练三

8.如图①所示,已知四边形ABCD是正方形,将△DAE,△DCF分别沿DE,DF向内折叠得到图②,此时DA与DC重合(点A,C都落在点G处),若GF=4,EG=6,则DG的长为12______.

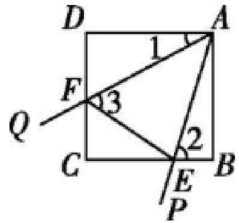


9.(天水中考)如图所示,在边长为6的正方形ABCD内作∠EAF=45°,AE交BC于点E,AF交CD于点F,连接EF,将△ADF绕点A顺时针旋转90°得到△ABG.若DF=3,则BE的长为2______.



10.(2022莱州一模)如图所示,在正方形ABCD中,∠PAQ分别交BC,CD于点E,F,连接EF.

(1)如图①所示,若∠1=28°,∠2=73°,试求∠3的度数.



①

解:(1)如图①所示,延长CD至点H,使DH=BE,连接AH.

∵四边形ABCD为正方形,∴AB=AD,∠B=∠ADC=90°,∴∠B=∠ADH=90°.

∵∠2=73°,∴∠BAE=90°-∠2=17°.

在△ABE和△ADH中,AB=AD,∠B=∠ADH,BE=DH,∴△ABE≌△ADH(SAS),

∴AE=AH,∠H=∠2=73°,∠DAH=∠BAE=17°,∴∠HAF=∠DAH+∠1=17°+28°=45°.

∵∠EAF=90°-∠1-∠BAE=45°,∴∠EAF=∠HAF.

又∵AE=AH,AF=AF,∴△FAE≌△FAH(SAS),∴∠3=∠AFH.

∵∠AFH=90°-∠1=90°-28°=62°,

∴∠3=62°.