

湖南省名师网络工作室精品课

2.5.1 直线与圆的位置关系

年 级：高二年级

学 科：数学(人教A版)

主讲人：谢婷

学 校：湖南省株洲市茶陵县第三中学



湖南省名师网络工作室精品课

2.5.1 直线与圆的位置关系

年 级：高二年级 学 科：数学(人教A版)
主讲人：谢婷 学 校：株洲市茶陵县三中





初中在平面几何中，我们已经研究过直线与圆这两类图形的位置关系。前面我们学习了直线的方程、圆的方程，以及用方程研究两条直线的位置关系。本节我们类比用方程研究两条直线位置关系的方法，利用直线和圆的方程，来研究直线与圆的位置关系。



情境引入

我国唐代著名诗人张九龄的《望月怀远》这首诗是望月怀思的名篇，诗中“海上生明月，天涯共此时。”为千古佳句。



望月怀远 张九龄

海上生明月，天涯共此时
情人怨遥夜，竟夕起相思
灭烛怜光满，披衣觉露滋
不堪盈手赠，还寝梦佳期

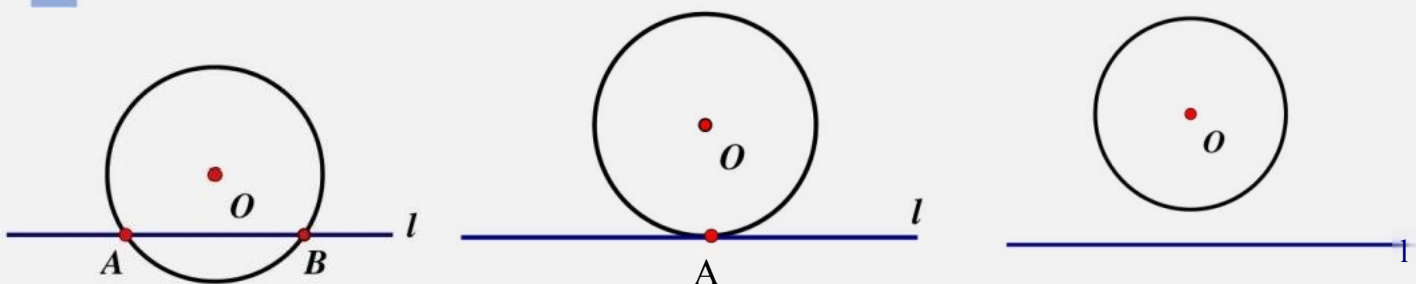


问题1:在刚才赏月动画图中,若把海平面看作一条直线,把月亮看成一个圆,则在月亮升起的过程中,反映了直线与圆的哪些位置关系呢?





直线和圆的三种位置关系



两个交点

相交

一个交点

相切

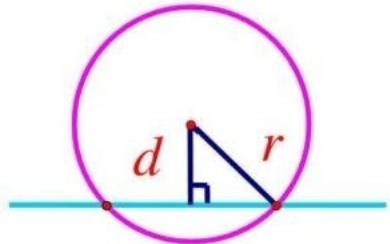
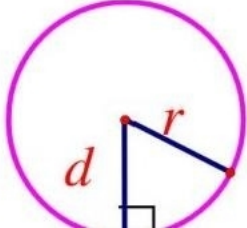
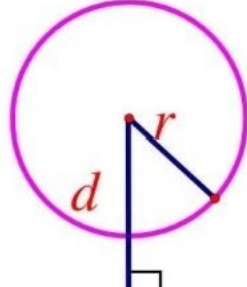
没有交点

相离

几何元素的位置关系往往以公共点个数来刻画

问题2:在初中,我们怎样判断直线与圆的位置关系?

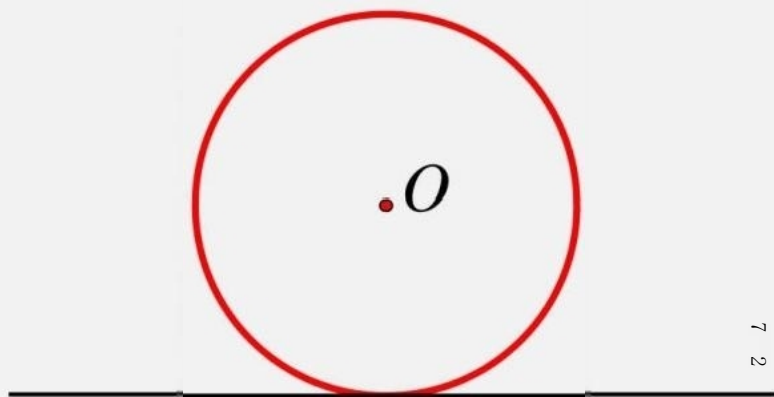
直线与圆的位置关系判断方法(几何法):

位置关系	相交	相切	相离
图形			
交点个数	2个	1个	0个
d与r的关系	$d < r$	$d = r$	$d > r$



新知探究

思考：你能看出图中直线 l 与圆 O 有几个交点吗？



1
2



问题3: 类比两直线位置关系的判断方法, 如何利用直线和圆的方程判断它们之间的位置关系?

如何判断两直线位置关系:

先联立两直线的方程, 然后解方程组, 由方程组解的个数判断两直线的位置关系。

因此我们可以先联立直线与圆的方程, 然后解方程组, 由方程组解的个数判断直线与圆的位置关系。



范例讲解

例1. 已知直线 $l: 3x + y - 6 = 0$ 和圆心为 C 的圆 $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$, 判断直线 l 与圆 C 的位置关系; 如果相交, 求直线 l 被圆 C 所截得的弦长.

分析:

思路1: 将判断直线 l 与圆 C 的位置关系转化为判断由它们的方程组成的方程组有无实数解、有几组实数解。

若相交, 可以由方程组解得两交点的坐标, 利用两点间的距离公式求得弦长.



例1. 已知直线 $l: 3x + y - 6 = 0$ 和圆心为 C 的圆 $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$, 判断直线与圆 C 的位置关系; 如果相交, 求直线 l 被圆 C 所截得的弦长.

解: 解法1: 联立直线 l 与圆 C 的方程, 得

$$\begin{cases} 3x + y - 6 = 0 & \text{①} \\ x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0 & \text{②} \end{cases} \quad \text{消去 } y$$

代数法

$$\text{得 } x^2 - 3x + 2 = 0, \quad \text{解得 } x_1 = 2, x_2 = 1$$

\therefore 直线 l 与圆 C 相交, 有两个公共点

$$\text{把 } x_1 = 2, x_2 = 1 \quad \text{分别代入方程①, 得 } y_1 = 0, \quad y_2 = 3.$$

所以, 直线 l 与圆 C 的两个交点是 $A(2, 0), B(1, 3)$.

$$\text{因此 } |AB| = \sqrt{(2-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/088065050127006075>