

# 《流体力学》 电子教案

# 第四章 相似原理和量纲分析

- § 4.1 流动的力学相似
- § 4.2 动力相似准则
- § 4.3 流动相似条件
- § 4.4 近似的模型试验
- § 4.5 量纲分析法

# § 4.1 流动的力学相似

三类表征流动过程的物理量：  
流场的几何形状  
流体微团的运动状态  
流体微团的动力性质

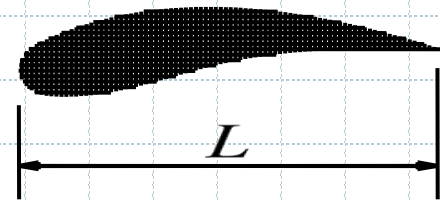
## 一、几何相似

模型与原形的全部对应线形长度的比例相等

长度比例尺  $k_l = \frac{l'}{l}$

面积比例尺  $k_A = \frac{A'}{A} = \frac{l'^2}{l^2} = k_l^2$

体积比例尺  $k_V = \frac{V'}{V} = \frac{l'^3}{l^3} = k_l^3$



# § 4.1 流动的力学相似

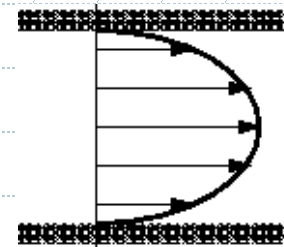
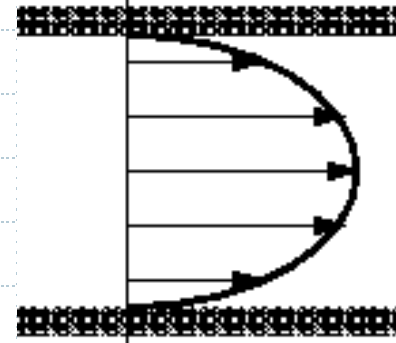
## 二、运动相似

模型与原形的流场所有对应点上、对应时刻的流速方向相同而流速大小的比例相等。

速度比例尺  $k_v = \frac{v'}{v}$

时间比例尺  $k_t = \frac{t'}{t} = \frac{l'/v'}{l/v} = \frac{k_l}{k_v}$

加速度比例尺  $k_a = \frac{a'}{a} = \frac{v'/t'}{v/t} = \frac{k_v}{k_t} = \frac{k_v^2}{k_l}$



# § 4.1 流动的力学相似

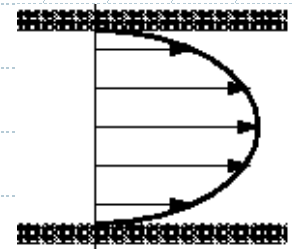
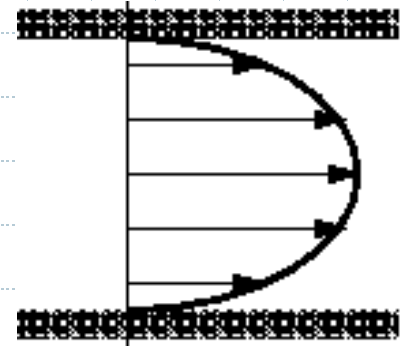
## 二、运动相似（续）

模型与原形的流场所有对应点上、对应时刻的流速方向相同而流速大小的比例相等。

体积流量比例尺  $k_{q_v} = \frac{q'_V}{q_V} = \frac{l'^3 / t'}{l^3 / t} = \frac{k_l^3}{k_t} = k_l^2 k_v$

运动粘度比例尺  $k_\nu = \frac{\nu'}{\nu} = \frac{l'^2 / t'}{l^2 / t} = \frac{k_l^2}{k_t} = k_l k_v$

角速度比例尺  $k_\omega = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{v' / l'}{v / l} = \frac{k_v}{k_l}$



# § 4.1 流动的力学相似

## 三、动力相似

模型与原型的流场所有对应点作用在流体微团上的各种力彼此方向相同，而它们大小的比例相等。

力的比例尺

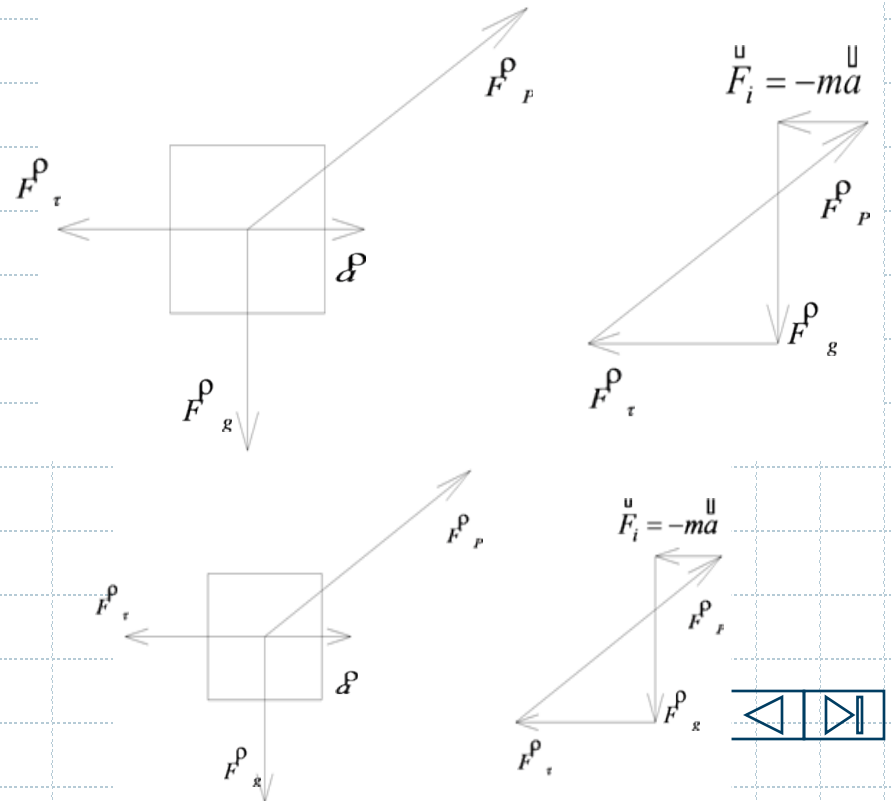
$$k_F = \frac{F'_P}{F_P} = \frac{F'_\tau}{F_\tau} = \frac{F'_g}{F_g} = \frac{F'_i}{F_i}$$

$F_P$  —— 总压力

$F_\tau$  —— 切向力

$F_g$  —— 重力

$F_i$  —— 惯性力



## § 4.1 流动的力学相似

### 四、几何相似、运动相似和动力相似三者间的关系

- 几何相似是流体力学相似的前提条件。
- 动力相似是决定运动相似的主导因素。
- 运动相似是几何相似和动力相似的表现。

几何相似、运动相似和动力相似是模型流场和原型流场相似的重要特征。

# § 4.1 流动的力学相似

## 五、基本比例尺、其它动力学比例尺

常选取 $\rho$ 、 $l$ 、 $v$ 的比例尺为为基本比例尺

长度比例尺  $k_l$

速度比例尺  $k_v$

密度比例尺  $k_\rho = \frac{\rho'}{\rho} = \frac{F'_i / a'V'}{F_i / aV} = \frac{k_F}{k_a k_V} = \frac{k_F}{k_l^2 k_v^2}$

# § 4.1 流动的力学相似

## 五、基本比例尺、其它动力学比例尺（续）

用基本比例尺表示的其它动力学比例尺

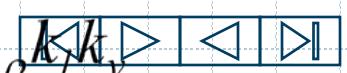
力的比例尺  $k_{q_v} = \frac{q'_v}{q_v} = \frac{l'^3 / t'}{l^3 / t} = \frac{k_l^3}{k_t} = k_l^2 k_v$

力矩（功、能）比例尺  $k_M = \frac{M'}{M} = \frac{F'l'}{Fl} = k_F k_l = k_\rho k_l^3 k_v^2$

压强（应力）比例尺  $k_p = \frac{p'}{p} = \frac{F'_p / A'}{F_p / A} = \frac{k_F}{k_A} = k_\rho k_v^2$

功率比例尺  $k_P = \frac{P'}{P} = \frac{F'v'}{Fv} = k_F k_v = k_\rho k_l^2 k_v^3$

动力粘度比例尺  $k_\mu = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{\rho'v'}{\rho v} = k_\rho k_v = k_\rho k_l k_v$



## § 4.2 动力相似准则

### 一、牛顿相似准则

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad \vec{F}' = m'\vec{a}'$$



$$\frac{F'}{F} = \frac{\rho'V'dv'/dt'}{\rho Vdv/dt}$$



$$\frac{k_F}{k_\rho k_l^2 k_v^2} = 1 \quad \longleftrightarrow \quad \frac{F'}{\rho' l'^2 v'^2} = \frac{F}{\rho l^2 v^2}$$

$$\frac{F}{\rho l^2 v^2} = Ne \quad \text{—— 牛顿数}$$

模型与原型的流场动力相似，它们的牛顿数必定相等。

## § 4.2 动力相似准则

### 二、各单项力相似准则

模型与原型的流场动力相似，则作用在流场上的各种性质的力（如重力、粘滞力、总压力、弹性力、表面力等）都要服从牛顿相似准则，即各单项力作用下的相似准则）。

重力相似准则

弹性力相似准则

粘滞力相似准则

非定常性相似准则

压力相似准则

表面力相似准则

## § 4.2 动力相似准则

### 二、各单项力相似准则（续）

#### 1. 重力相似准则

在重力作用下相似的流动，其重力场相似。

$$k_F = \frac{F'_g}{F_g} = \frac{\rho' V' g'}{\rho V g} = k_\rho k_l^3 k_g$$

代入  $\frac{k_F}{k_\rho k_l^2 k_v^2} = 1$   $\Downarrow$

$$\frac{k_v}{(k_l k_g)^{1/2}} = 1 \quad \Longrightarrow \quad \frac{v'}{(g'l')^{1/2}} = \frac{v}{(gl)^{1/2}} = Fr$$

$Fr$ ——弗劳德数，惯性力与重力的比值。



## § 4.2 动力相似准则

### 二、各单项力相似准则（续）

#### 2. 粘滞力相似准则

在粘滞力作用下相似的流动，其粘滞力场相似。

$$k_F = \frac{F'_\mu}{F_\mu} = \frac{\mu'(dv'_x/dy')A'}{\mu(dv_x/dy)A} = k_\mu k_\nu k_l$$

代入  $\frac{k_F}{k_\rho k_l^2 k_\nu^2} = 1$   $\Downarrow$

$$\frac{k_\rho k_\nu k_l}{k_\mu} = \frac{k_\nu k_l}{k_\nu} = 1 \implies \frac{\rho'v'l'}{\mu'} = \frac{\rho vl}{\mu} = \frac{v'l'}{v'} = \frac{vl}{v} = Re$$

$Re$ ——雷诺数，惯性力与粘滞力的比值。



## § 4.2 动力相似准则

### 二、各单项力相似准则（续）

#### 3. 压力相似准则

在压力作用下相似的流动，其压力场相似。

$$k_F = \frac{F'_p}{F_p} = \frac{p'A'}{pA} = k_p k_l^2$$

代入  $\frac{k_F}{k_\rho k_l^2 k_v^2} = 1$   $\Downarrow$

$$\frac{k_p}{k_\rho k_v^2} = 1 \quad \Longrightarrow \quad \frac{p'}{\rho'v'^2} = \frac{p}{\rho v^2} = Eu$$

$Eu$ ——欧拉数，总压力与重力的比值。



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/088070011007006117>