第五章 特殊平行四边形（单元重点综合测试）

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分）

1．菱形 $ABCD$ 中，若对角线 $AC=8cm$，$BD=6cm$，则菱形 $ABCD$ 的周长是（　　）

A．25　　B．20　　C．15　　D．10

2．（2024•重庆模拟）下列说法不正确的是（　　）

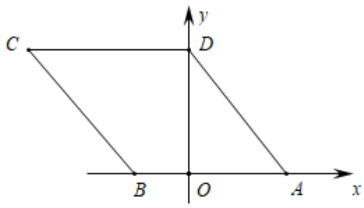
A．矩形的对角线相等且互相平分

B．菱形的对角线互相垂直平分

C．正方形的对角线相等且互相平分

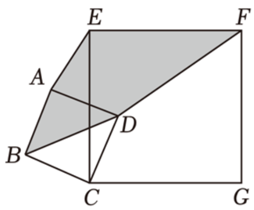
D．平行四边形、矩形、菱形、正方形都是轴对称图形

3．（2023•南开区三模）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，若菱形 $ABCD$ 的顶点 A，B 的坐标分别为（3，0），（﹣2，0），点 D 在 y 轴上，则点 C 的坐标（　　）



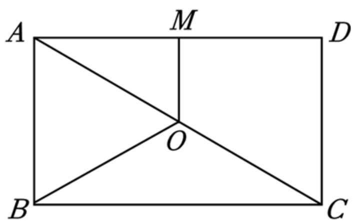
A．（﹣3，4）　　B．（﹣2，3）　　C．（﹣5，4）　　D．（5，4）

4．（2024•鄞州区校级一模）如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $CEFG$ 都是正方形，连结 AE，BD，DF，若已知五边形 $ABDFE$ 的面积，则一定能求出的线段为（　　）



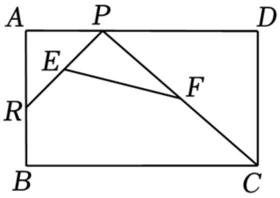
A．CG　　B．BC　　C．AE　　D．DF

5．（2024•榆阳区校级一模）如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 O，M 分别是 AC，AD 的中点，$OM=3$，$OB=5$，则 AD 的长为（　　）



A．12　　B．10　　C．9　　D．8

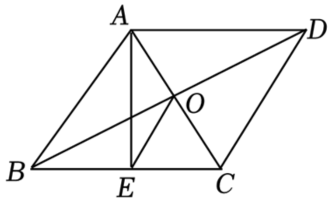
6．如图，在矩形 $ABCD$ 中，R，P 分别是 AB，AD 上的点，E，F 分别是 RP，PC 的中点，当点 P 在 AD 上从点 A 向点 D 移动，而点 R 保持不动时，下列结论成立的是（　　）



A．线段 EF 的长逐渐增大　　　　　　B．线段 EF 的长逐渐减小

C．线段 EF 的长不变　　　　　　　　D．线段 EF 的长先增大后减小

7.（2024•驿城区一模）如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，连接 OE．若 $OB=6$，菱形 $ABCD$ 的面积为 54，则 OE 的长为（　　）



A．4　　　　B．4.5　　　　C．5　　　　D．5.5

8. 小明用正方形制作了一个七巧板如图 1 所示，又用这副七巧板拼成了一个平行四边形 $ABCD$ 如图 2，若正方形的对角线长是 2，则该平行四边形的对角线的长是（　　）

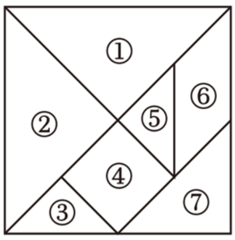


图 1

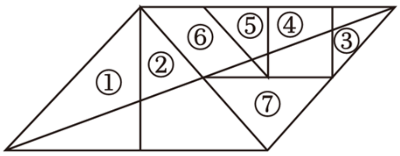
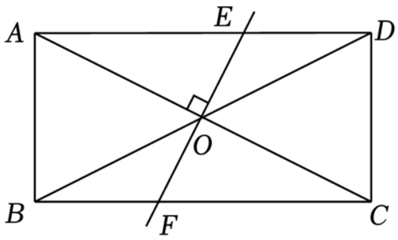


图 2

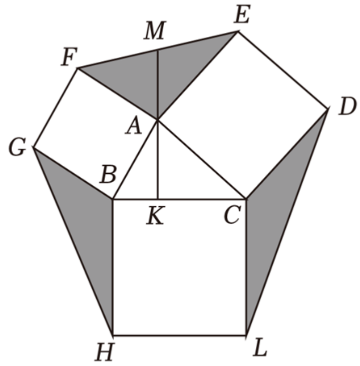
A．$\sqrt{5}$　　　　B．$\sqrt{10}$　　　　C．$2\sqrt{2}$　　　　D．$2\sqrt{5}$

9. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，过点 O 作 $EF\perp AC$ 交 AD 于点 E，交 BC 于点 F．已知 $AB=4$，$\triangle AOE$ 的面积为 5，则 DE 的长为（　　）



A．2　　　　B．$\sqrt{5}$　　　　C．$\sqrt{6}$　　　　D．3

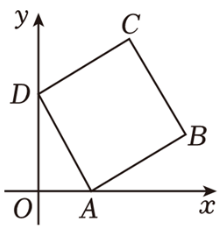
10.（2023 秋•福田区校级期末）如图，分别以$\triangle ABC$ 的三边 AB，BC，AC 为边向外侧作正方形 $AFGB$，正方形 $BHLC$，正方形 $ACDE$，连接 EF，GH，DL，再过 A 作 $AK\perp BC$ 于 K，延长 KA 交 EF 于点 M．①$S_{正方形AFGB}+S_{正方形ACDE}=S_{正方形BHLG}$；②$EM=MF$；③$2AM=BC$；④当 $AB=3$，$BC=5$，$\angle BAC=90°$ 时，$S_{阴影部分}=20$，其中正确的结论共有（　　）个．



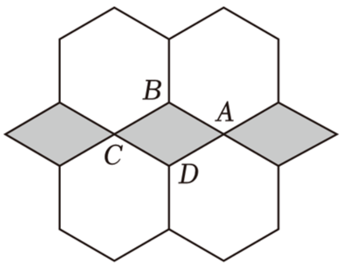
A．1　　　　　B．2　　　　　C．3　　　　　D．4

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

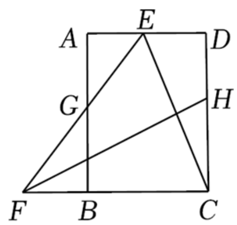
11．（2023 秋•建邺区期末）如图，在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，$\angle DAO=60^\circ$，则点 C 的坐标为 ____________.



12．（2024•榆阳区校级一模）如图所示的地面由正六边形和菱形（所有菱形地砖都全等）两种地砖镶嵌而成，则$\angle BCD$ 的度数为 ____°.



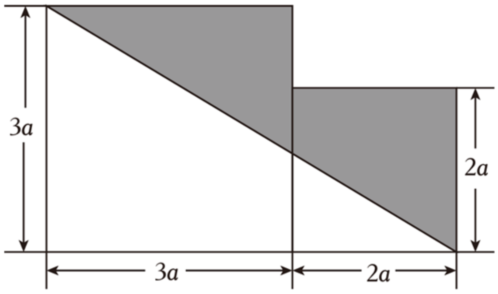
13．如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=8$，点 E 是 AD 上的一点，且 $DE=4$，CE 的垂直平分线交 CB 的延长线于点 F，交 CD 于点 H，连接 EF 交 AB 于点 G．若 G 是 AB 的中点，则 BC 的长是 ____.



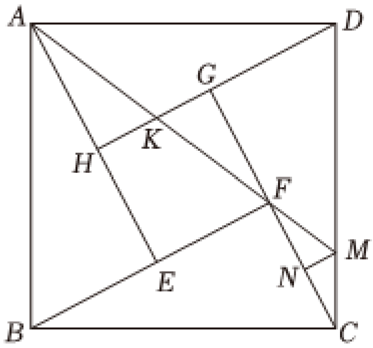
14．（2024•禹州市一模）在矩形 $ABCD$ 中，$CD=10$，点 E 为 AB 的中点，点 F 在边 AD 上，且 $2AF=DF$．连接 EF，FC 和 EC，若$\triangle CEF$ 为直角三角形，则 AD 的长为 _______.

15．（2023 秋•同安区期末）边长分别为 $3a$ 和 $2a$

的两个正方形按如图的样式摆放，记图中阴影部分的面积为 S_1，没有阴影部分的面积为 S_2，则$\frac{S_1}{S_2}$=_______.



16．（2024•市南区校级开学）如图，四个全等的直角三角形和一个小正方形 *EFGH* 组成了一个边长为 9 的大正方形 *ABCD*，连接 *AF* 并延长交 *CD* 于点 *M*，交 *DH* 于点 *K*，作 $MN\perp FC$ 于点 *N*．若 *AH*＝*GH*，则 *CM* 的长为 _______．

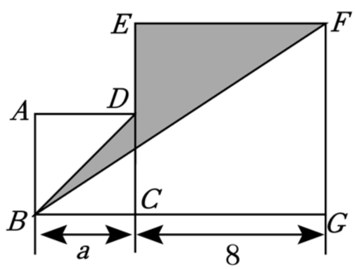


三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分）

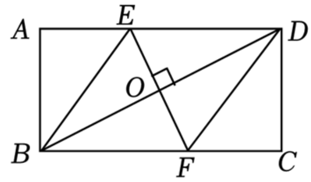
17．（6 分）（2023 秋•吉林期末）如图，某舞台的地面是由两个并排的正方形组成的，其中正方形 *ABCD* 的边长为 *a* 米，正方形 *ECGF* 的边长 8 米，现要求将图中阴影部分涂上油漆．

（1）求出涂油漆部分的面积；（结果要求化简）

（2）若所涂油漆的价格是每平方米 60 元，求当 *a*＝4 米时，所涂油漆的费用是多少元？



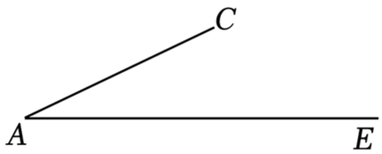
18．（6 分）（2024•槐荫区开学）如图，矩形 *ABCD* 中，过对角线 *BD* 的中点 *O* 作 *BD* 的垂线 *EF*，分别交 *AD*，*BC* 于点 *E*，*F*．证明：$\triangle BOF\cong\triangle DOE$．



19.（6 分）如图，AC 是菱形 $ABCD$ 的一条对角线，点 B 在射线 AE 上．

（1）请用尺规把这个菱形补充完整．（保留作图痕迹，不要求写作法）

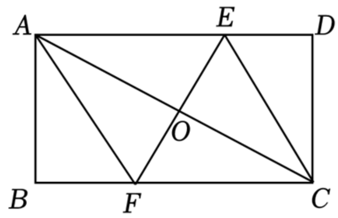
（2）若 $AC=6\sqrt{3}$，$\angle CAB=30°$，求菱形 $ABCD$ 的面积．



20.（8 分）（2024•大庆一模）如图，矩形 $ABCD$ 中，点 O 是对角线 AC 的中点，过点 O 的直线分别交 AD、BC 边于点 E、F，$AF=AE$．

（1）求证：四边形 $AFCE$ 是菱形；

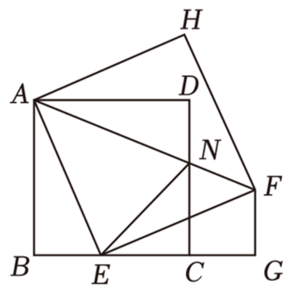
（2）若 $BC=8$，$AB=6$，求 EF 的长．



21.（8 分）（2023 秋•合川区期末）如图，正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 边上一点，连接 AE，以 AE 为边在 AB 右侧作正方形 $AEFH$，连接 AF，交 CD 于点 N，连接 EN．过点 F 作 $FG\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 G．

（1）求证：$BE=CG$；

（2）求证：$BE+DN=EN$．

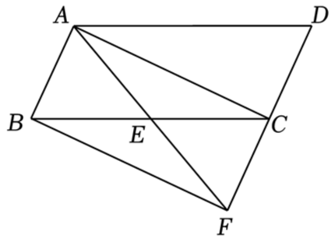


22.（10 分）（2024•朝阳区校级开学）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E 为 BC 的中点，连接

AE 并延长交 DC 的延长线于点 F，连接 BF，AC，且 $AD=AF$.

（1）证明四边形 $ABFC$ 为矩形；

（2）若 $AB=4$，$\angle ABC=60°$，则 EF 的长为 ________.



23．（10 分）(1)我们知道，正方形的四条边都相等，四个角都为直角. 如图 1，在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在边 BC，CD 上，连接 AE，AF，EF，并延长 CB 到点 G，使 $BG=DF$，连接 AG．若 $\angle EAF=45°$，猜想 BE，EF，DF 之间的数量关系并证明；

（2）如图 2，当点 E 在线段 BC 的延长线上，且 $\angle EAF=45°$ 时，试探究 BE，EF，DF 之间的数量关系，并说明理由.

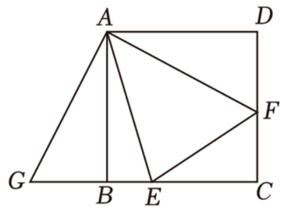


图 1

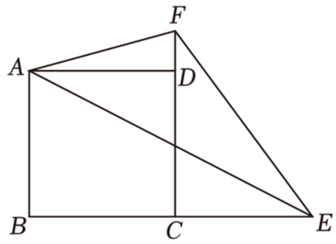


图 2

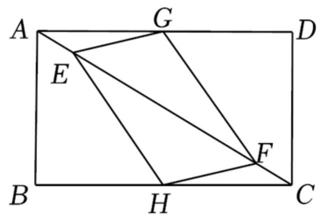
24．（12 分）在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=8$，E、F 是对角线 AC 上的两个动点，分别从 A、C 同时出发相向而行，速度均为每秒 1 个单位长度，运动时间为 t 秒，其中 $0\leqslant t\leqslant 10$．

（1）若 G，H 分别是 AD，BC 中点，则四边形 $EGFH$ 一定是怎样的四边形（E、F 相遇时除外）？

答：__________________________；（直接填空，不用说理）

（2）在（1）条件下，若四边形 $EGFH$ 为矩形，求 t 的值；

（3）在（1）条件下，若 G 向 D 点运动，H 向 B 点运动，且与点 E，F 以相同的速度同时出发，若四边形 $EGFH$ 为菱形，求 t 的值.



A
G
D
E
F
B
H
C

第五章 特殊平行四边形（单元重点综合测试）

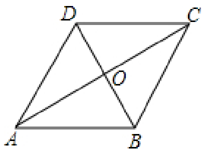
一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．菱形 $ABCD$ 中，若对角线 $AC=8cm$，$BD=6cm$，则菱形 $ABCD$ 的周长是（　　）

A．25　　B．20　　C．15　　D．10

【分析】首先根据菱形的性质可得 $AO=\frac{1}{2}AC$，$BO=\frac{1}{2}DB$，$AC\perp BD$，$AB=CB=CD=AD$，进而得到 AO 和 BO 的长，然后再利用勾股定理计算出 AB 长，再计算菱形的周长即可．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，



∴$AO=\frac{1}{2}AC$，$BO=\frac{1}{2}DB$，$AC\perp BD$，$AB=CB=CD=AD$，

∵$AC=8cm$，$BD=6cm$，

∴$AO=4cm$，$BO=3cm$，

∴$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=5cm$，

∴菱形 $ABCD$ 的周长是：$5cm\times4=20cm$，故选：B．

2．（2024•重庆模拟）下列说法不正确的是（　　）

A．矩形的对角线相等且互相平分

B．菱形的对角线互相垂直平分

C．正方形的对角线相等且互相平分

D．平行四边形、矩形、菱形、正方形都是轴对称图形

【分析】根据正方形的性质，菱形的性质，矩形的性质，轴对称图形，即可逐一判断．

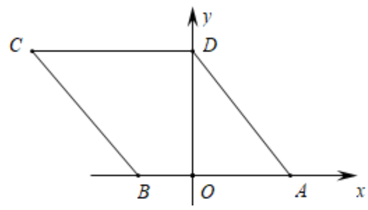
【解答】解：A．矩形的对角线相等且互相平分，故 A 正确，不符合题意；

B．菱形的对角线互相垂直平分，故 B 正确，不符合题意；

C．正方形的对角线相等且互相平分，故 C 正确，不符合题意；

D．平行四边形不是轴对称图形，矩形、菱形、正方形都是轴对称图形，故 D 不正确确，符合题意．故选：D．

3．（2023•南开区三模）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，若菱形 $ABCD$ 的顶点 A，B 的坐标分别为（3，0），（﹣2，0），点 D 在 y 轴上，则点 C 的坐标（　　）



A．（－3，4）　　B．（－2，3）　　C．（－5，4）　　D．（5，4）

【分析】利用菱形的性质以及勾股定理得出 DO 的长，进而求出 C 点坐标．

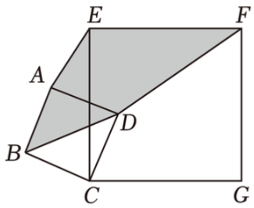
【解答】解：∵菱形 $ABCD$ 的顶点 A，B 的坐标分别为（3，0），（－2，0），点 D 在 y 轴上，

∴$AB=5$，

∴$DO=4$，

∴点 C 的坐标是：（－5，4）．故选：C．

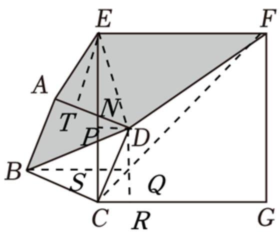
4．（2024•鄞州区校级一模）如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $CEFG$ 都是正方形，连结 AE，BD，DF，若已知五边形 $ABDFE$ 的面积，则一定能求出的线段为（　　）



A．CG　　B．BC　　C．AE　　D．DF

【分析】连接 CF，DE，过 E 作 $ET\perp AD$ 于 T，过 D 作 $DR\perp CG$ 于 R，作 $DP\perp CE$ 于 P，过 B 作 $BQ\perp DR$ 于 Q，交 CE 于 S，根据正方形的性质和 AAS 证明△BCS 与△DCR 全等，进而利用全等三角形的性质解答即可．

【解答】解：如图，连接 CF，DE，过 E 作 $ET\perp AD$ 于 T，过 D 作 $DR\perp CG$ 于 R，作 $DP\perp CE$ 于 P，过 B 作 $BQ\perp DR$ 于 Q，交 CE 于 S，



设 $CB=CD=AD=a$，$CG=CE=EF=b$，$CS=x$，

∵正方形 $ABCD$，正方形 $CEFG$，

∴$\angle BCD=90°=\angle ECG$，

∴$\angle BCS=\angle DCR$，

在△BCS 与△DCR 中，$\begin{cases}\angle BCS=\angle DCR\\ \angle CSB=\angle CRD\\ BC=CD\end{cases}$，

∴△BCS≌△DCR（AAS），

∴$CR=CS=x$，

∴$CP=\sqrt{a^2-x^2}$，

∵$\cos\angle NCD=\frac{CP}{CD}=\frac{CD}{CN}$，

∴$CN=\frac{CD^2}{CP}=\frac{a^2}{\sqrt{a^2-x^2}}$，

∴$EN=CE-CN=b-\frac{a^2}{\sqrt{a^2-x^2}}$，

同理可得：$\frac{ET}{EN}=\frac{CD}{CN}$，

∴$ET=\frac{a(b-\frac{a^2}{\sqrt{a^2-x^2}})}{\frac{a^2}{\sqrt{a^2-x^2}}}=\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}-a$，

∴$PE=CE-CP=b-\sqrt{a^2-x^2}$，

∴五边形 $ABDFE$ 的面积为：$S_{\triangle ABD}+S_{\triangle AED}+S_{\triangle FED}$

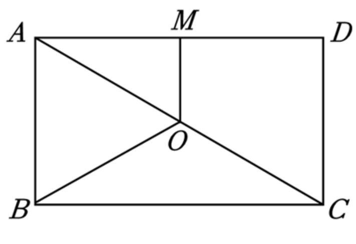
$=\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}a(\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}-a)+\frac{1}{2}b(b-\sqrt{a^2-x^2})$

$=\frac{1}{2}b^2$，

∵五边形 $ABDFE$ 的面积是定值，

∴b 可以求解，即 CG 可以求解，故选：A．

5．（2024•榆阳区校级一模）如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 O，M 分别是 AC，AD 的中点，$OM=3$，$OB=5$，则 AD 的长为（　　）



A．12　　　B．10　　　C．9　　　D．8

【分析】依据题意，可得 OM 是△ADC 的中位线，从而 $CD=2OM=6$，又 OB 是 Rt△ABC 的斜边 AC 边上的中线，可得 $AC=2OB=10$，进而在 Rt△ABC 中，$AB=CD=6$，再利用勾股定理可以得解．

【解答】解：由题意，∵点 O、M 分别是 AC、AD 的中点，

∴OM 是△ADC 的中位线．

∴$CD=2OM=6$．

又 OB 是 Rt△ABC 的斜边 AC 边上的中线，

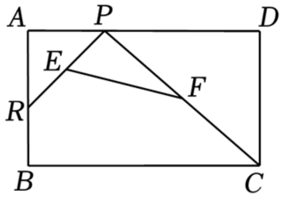
∴$AC=2OB=10$．

在 Rt△ABC 中，$AB=CD=6$，

∴由勾股定理可得：$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=8$，

∴$AD=BC=8$，故选：D．

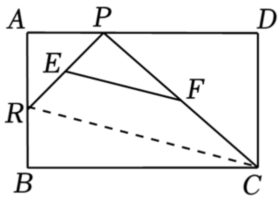
6．如图，在矩形 $ABCD$ 中，R，P 分别是 AB，AD 上的点，E，F 分别是 RP，PC 的中点，当点 P 在 AD 上从点 A 向点 D 移动，而点 R 保持不动时，下列结论成立的是（　　）



A．线段 EF 的长逐渐增大　　B．线段 EF 的长逐渐减小

C．线段 EF 的长不变　　D．线段 EF 的长先增大后减小

【分析】如图，连接 CR，先说明明 CR 的长度是定值，再证明 $EF=\frac{1}{2}CR$，可得 EF 的长度是定值，从而可得答案．



【解答】解：如图，连接 CR，

∵在矩形 $ABCD$ 中，R，P 分别是 AB，AD 上的点，当点 P 在 AD 上从点 A 向点 D 移动，而点 R 保持不动时，

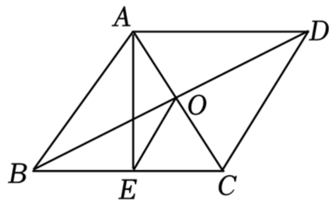
∴CR 的长度是定值，

∵E，F 分别是 RP，PC 的中点，

∴$EF=\frac{1}{2}CR$，

∴EF 的长度是定值．故选：C．

7．（2024•驿城区一模）如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，连接 OE．若 $OB=6$，菱形 $ABCD$ 的面积为 54，则 OE 的长为（　　）



A．4　　B．4.5　　C．5　　D．5.5

【分析】由菱形的性质得出 $BD=12$，由菱形的面积得出 $AC=9$，再由直角三角形斜边上的中线性质即可得出结果．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$OA=OC$，$OB=OD=\frac{1}{2}BD$，$BD\perp AC$，

∴$BD=2OB=12$，

∵$S_{菱形ABCD}=\frac{1}{2}AC\bullet BD=54$，

∴$AC=9$，

∵$AE\perp BC$，

∴$\angle AEC=90°$，

∴$OE=\frac{1}{2}AC=4.5$，故选：B．

8．小明用正方形制作了一个七巧板如图 1 所示，又用这副七巧板拼成了一个平行四边形 $ABCD$ 如图 2，若正方形的对角线长是 2，则该平行四边形的对角线的长是（　　）

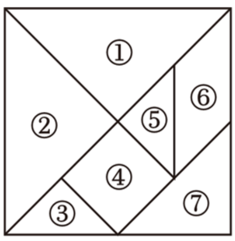


图 1

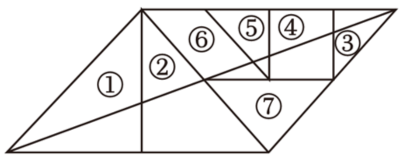


图 2

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$2\sqrt{5}$

【分析】过 C 作 $CF\perp AB$ 交 AB 延长线于 F，根据图 1 正方形的对角线为 2，知图 1 正方形的边长为$\sqrt{2}$，可求出 $BF=CF=\frac{BC}{\sqrt{2}}=1$，$AF=AB+BF=3$，再用勾股定理可得答案．

【解答】解：过 C 作 $CF\perp AB$ 交 AB 延长线于 F，如图：

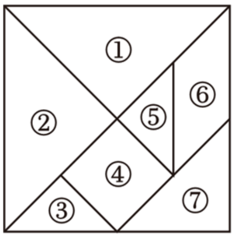


图 1

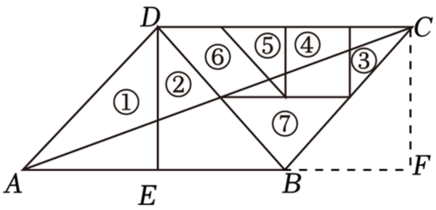


图 2

∵图 1 正方形的对角线为 2，

∴图 1 正方形的边长为$\sqrt{2}$，

∴图 2 中，$AD=BC=\sqrt{2}$，

根据图 1 知，图 2 中$\angle DBC=90^\circ$，$\angle DBA=45^\circ$，

∴$\angle CBF=45^\circ$，

∴$\triangle CBF$是等腰直角三角形，

∴$BF=CF=\dfrac{BC}{\sqrt{2}}=1$，

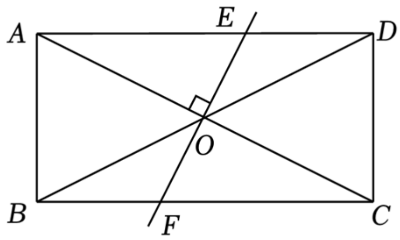
∵$AB=2$，

∴$AF=AB+BF=3$，

∴$AC=\sqrt{AF^2+CF^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$；

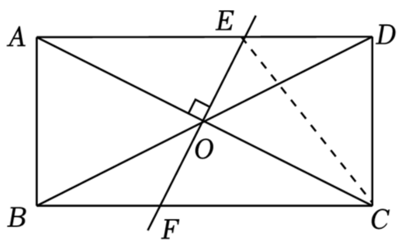
故选：B.

9．如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，过点 O 作 $EF\perp AC$ 交 AD 于点 E，交 BC 于点 F．已知 $AB=4$，$\triangle AOE$ 的面积为 5，则 DE 的长为（　　）



A．2　　　　B．$\sqrt{5}$　　　　C．$\sqrt{6}$　　　　D．3

【分析】连接 CE，由题意可得 OE 为对角线 BD 的垂直平分线，可得 $AE=CE$，$S_{\triangle BOE}=S_{\triangle COE}=5$，由三角形的面积则可求得 DE 的长，得出 AE 的长，然后由勾股定理求得答案．



【解答】解：如图，连接 CE，

由题意可得，OE 为对角线 AC 的垂直平分线，

$\therefore AE=CE$，$S_{\triangle AOE}=S_{\triangle COE}=5$，

$\therefore S_{\triangle ACE}=2S_{\triangle COE}=10$.

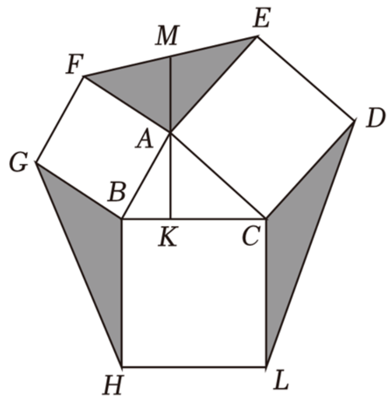
$\therefore \frac{1}{2}AE\cdot CD=10$，

$\because CD=4$，

$\therefore AE=EC=5$，

在 Rt△*CDE* 中，由勾股定理得：$DE=\sqrt{5^2-4^2}=3$．故选：*D*.

10.（2023 秋•福田区校级期末）如图，分别以△*ABC* 的三边 *AB*，*BC*，*AC* 为边向外侧作正方形 *AFGB*，正方形 *BHLC*，正方形 *ACDE*，连接 *EF*，*GH*，*DL*，再过 *A* 作 *AK*⊥*BC* 于 *K*，延长 *KA* 交 *EF* 于点 *M*.①$S_{正方形AFGB}+S_{正方形ACDE}=S_{正方形BHLG}$；②$EM=MF$；③$2AM=BC$；④当 $AB=3$，$BC=5$，$\angle BAC=90°$ 时，$S_{阴影部分}=20$，其中正确的结论共有（　　）个.



A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

【分析】①运用正方形性质和勾股定理即可判断结论①不正确；

②过点 *E* 作 *ER*⊥*AK* 于 *R*，过点 *F* 作 *FT*⊥*AK* 于 *T*，可证得△*AER*≌△*CAK*（*AAS*），△*EMR*≌△*FMT*（*AAS*），即可判断结论②正确；

③过点 *E* 作 *EJ*∥*AF* 交 *AM* 的延长线于 *J*，可证得△*MEJ*≌△*MFA*（*AAS*），△*AEJ*≌△*CAB*（*SAS*），即可判断结论③正确；

④分别过点 *A*、*G*、*D* 作 *AP*⊥*BH* 于 *P*，*AK*⊥*BC* 于 *K*，*AN*⊥*CL* 于 *N*，*GQ*⊥*BH* 于 *Q*，*DM*⊥*CL* 于 *M*，运用全等三角形的判定和性质可证得 $GQ=BP=AK$，$DM=CN=AK$，再运用面积法可得 $AK=\frac{AB\cdot AC}{BC}=\frac{3\times 4}{5}=\frac{12}{5}$，再利用 $S_{阴影部分}=S_{\triangle AEF}+S_{\triangle BGH}+S_{\triangle CDL}$，即可判断结论④错误.

【解答】解：①由正方形的性质可得：$S_{正方形AFGB}+S_{正方形ACDE}=AB^2+AC^2$，$S_{正方形BHLC}=BC^2$，

$\because \angle BAC$ 不一定是直角，

$\therefore AB^2+AC^2=BC^2$ 不一定成立，故结论①不正确；