版本要求

本课件需用office2010及以上版本打开，如果您的电脑是office2007及以下版本或者WPS软件，可能会出现不可编辑的文档。

乱码问题

如您在使用过程中遇到公式不显示或者乱码的情况，可能是因为您的电脑缺少字体，请登录网站www.canpointgz.cn/faq 下载。

联系我们

如您还有其他方面的问题，请登录网站www.canpointgz.cn/faq ，点击“常见问题”，或致电010-58818058。

全品

学 坼 考

高中数学

选择性必修第一册 RJA

第三章圆锥曲线的方程

录

CONTENTS

3.2 双曲线

3.2.1 双曲线及其标准方程

【学习目标】

1. 能直观认识双曲线的几何特征，会识别双曲线的定义和相关概念.

2. 能根据双曲线的几何特征选择适当的平面直角坐标系，根据双曲线定义的代数表达类比导出双曲线的标准方程.

3. 能识别焦点在不同坐标轴上的双曲线的标准方程，能说出标准方程中特征量的关系，能初步应用双曲线的定义和标准方程解决一些相关问题.

课 前 预 习

◆ 知识点一双曲线的定义

1. 双曲线的定义：平面内与两个定点F_1,F_2 的距离的 差的绝对值 等于非零常数(小于$|F_1F_2|$)的点的轨迹叫作双曲线. 这两个定点叫作双曲线的焦点，两焦点间 的距离叫作双曲线的 焦 距

2. 双曲线上动点M的集合表示：P= $\{M||MF_1|-|MF_2||=2a,0<2a<|F_1F_2|\}$,

焦距常用 2c 表示 .

课 前 预 习

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打“ √ ”或“×”)

(1)已知两定点$F_1(-3,0)$,$F2(3,0)$, 满足条件$|PF_1|-|PF_2|=5$ 的动点P 的轨

迹是双曲线.(×)

[解析] ∵$|F_1F_2|=6$, ∴$|PF_1|-|PF_2|=5<|F_1F_2|$, 但条件中没有绝对值，故动

点P 的轨迹是双曲线的一支.

(2)已知两定点$F_1(-3,0)$,$F_2(3,0)$, 满足条件$||PF_1|-|PF2||=6$ 的动点P 的

轨迹是双曲线.(×)

[解析] ∵$|F_1F_2|=6$, ∴$||PF_1|-|PF_2||=6=|F_1F_2|$, ∴ 动 点P 的轨迹是两条射线

(包含端点).

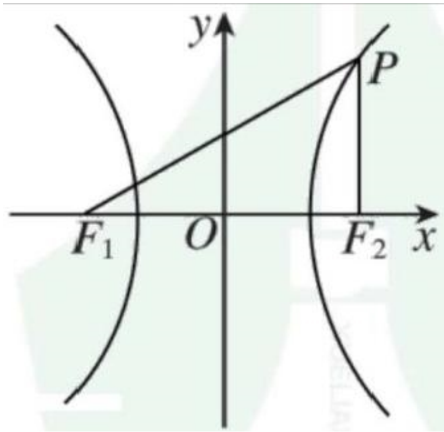
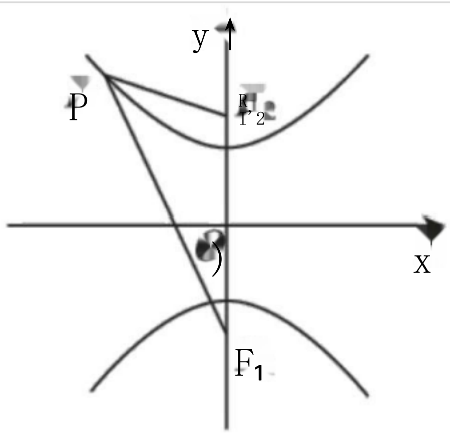
课 前 预 习

(3) 已知两定点$F_1(-3,0)$,$F_2(3,0)$,满足条件$\big||PF_1|-|PF_2|\big|=7$的动点P的轨迹是双曲线.(×)

[解析] ∵$|F_1F_2|=6$,∴$\big||PF_1|-|PF_2|\big|=7>|F_1F_2|$,∴动点P的轨迹不存在.

课前预习

◆ 知识点二双曲线的标准方程

焦点位置	焦点在x轴上	焦点在y轴上
图形		
标准方程	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ -c, U), (c, 0)	$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ (0, -c), (0, c)
焦点坐标	$c^2=a$	$^2+b^2$
a, b, c的关系		

课 前 预 习

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打“ √”或“×”)

(1)已知方程 $\frac{x^2}{3-m}-\frac{y^2}{m-5}=1$表示焦点在y轴上的双曲线，则m 的取值范围是 3<m<5.(√)

[解析]依题意有$\begin{cases}3-m<0,\\ m-5<0,\end{cases}$解得3 <m<5.

(2)在双曲线的标准方程中，a, b, c 的关系是$a^2=b^2+c^2$.(×)

[解析]在双曲线的标准方程中， a, b, c 满足$a^2+b^2=c^2$.

(3)双曲线.$x^2-\frac{y^2}{3}=1$的焦点在y轴上.(^)

[解析]根据双曲线的标准方程的特点，双曲线$x^2-\frac{y^2}{3}=1$的焦点在x轴上.

课 中 探 究

◆探究点一双曲线的标准方程

例1 求满足下列条件的双曲线的标准方程.

(1) a=4, 经过点A1$\left(1,-\frac{4\sqrt{10}}{3}\right)$

解： 当双曲线的焦点在x 轴上时，

设双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ ，

把点A 的坐标代入，得$b^2=-\frac{16}{15}\times\frac{160}{9}<0$ ，不符合题意；

当双曲线的焦点在y 轴上时，设双曲线的标准方程为$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{b^2}=1(b>0)$ ，把点A的坐标代入，得b²=9，

所以所求双曲线的标准方程为$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$.

课 中 探 究

(2)经过点(3,0),(-6,-3).

解:设双曲线的方程为$mx^2+ny^2=1(mn<0)$,

因为双曲线经过点(3,0),(-6,-3),

所以$\begin{cases}9m+0=1,\\36m+9n=1\end{cases}$ 得$\begin{cases}m=\frac{1}{9},\\n=-\frac{1}{3}\end{cases}$

所以所求双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$.

课中探究

变式根据下列条件，求双曲线的标准方程.

(1) $a=4$, $c=6$, 且焦点在x轴上；

解：根据题意可知， $a^2=16$, $b^2=c^2-a^2=20$,

又焦点在x轴上，∴双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$.

(2) 焦点为 $F_1(0,-5)$ 和 $F_2(0,5)$, 且经过点 $A(-3,4\sqrt{2})$;

解：∵焦点为 $F_1(0,-5)$ 和 $F_2(0,5)$, ∴ 焦点在y 轴上，且 $c=5$. 设双曲线的标准方程为 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$，∴双曲线经过点 $A(-3,4\sqrt{2})$，∴ $\frac{32}{a^2}-\frac{9}{25-a^2}=1$

设 $t=a^2<25$, 可得 $t^2-66t+800=0$, 解得 $t=16$ 或 $t=50$ （舍去），

∴ $a^2=16$, $b^2=9$, 则双曲线的标准方程为 $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$.

课 中 探 究

(3)经过点P(−3, 2 √7), Q(−6√2, −7).

解：依题意，设双曲线的方程为$Ax^2-By^2=1\ (AB>0)$,

∵双曲线经过点P(-3,2√7)和Q(-6√2,-7),

$$\begin{cases}9A-28B=1,\\72A-49B=1,\end{cases}\quad 得\begin{cases}A=-\dfrac{1}{75},\\B=-\dfrac{1}{25}.\end{cases}$$

故双曲线的标准方程为 $\dfrac{y^2}{25}-\dfrac{x^2}{75}=1$.

课中探究

[素养小结]

双曲线标准方程的两种求法:

(1)定义法：根据双曲线的定义得到相应的a, b, c,　　　再写出双曲线的标准方程.

(2)待定系数法：首先设出双曲线的标准方程为$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$或$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,然后根据条件求出待定的系数，代入方程即可.

特别地，若双曲线的焦点的位置不明确，应注意分类讨论，也可以设双曲线方程为$mx^2+ny^2=1$　　　的形式，注意标明条件$mn<0$.

课中探究

◆探究点二与双曲线有关的轨迹方程

例2设动圆M 的半径为r，分别求满足下列条件的圆心M 的轨迹方程.

(1)与圆C:$(x+2)^2+y^2=2$ 内切，且过点A(2,0)；

解：连接MC,MA,∵圆C与圆M 内切，点A 在圆C 外，∴$|MC|=r-\sqrt{2}$,

$|MA|=r$,∴$|MA|-|MC|=\sqrt{2}$,

即动点M 到两定点A(2,0),C(−2,0) 的距离之差为常数 $\sqrt{2}$, 且 $\sqrt{2}<|AC|=4$,

∴点M 的轨迹是以C,A 为焦点的双曲线的左支，∴点M 的轨迹方程是

$$2x^2-\frac{2y^2}{7}=1\left(x\le-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

课 中 探 究

(2) 与圆$C_1:(x+3)^2+y^2=9$ 外切，且与圆$C_2:(x-3)^2+y^2=1$ 内 切 .

解： 连接MC_1，MC_2，∵ 圆 M 与 圆C_1 外切，且圆M 与 圆C_2 内切，∴$|MC_1|=r+3$，$|MC_2|=r-1$，∴$|MC_1|-|MC_2|=4<|C_1C_2|=6$，∴ 点 M 的轨迹是以$C_1(-3,0)$，$C_2(3,0)$ 为焦点的双曲线的右支，$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1(x\geq 2)$.

∴点M 的轨迹方程是

课 中 探 究

变式 已知在△ABC中，内角A,B,C 所对的边分别为a,b,c, 若B(-1

> 课 中 探 究

解： 由题知$\sin C-\sin B=\frac{1}{2}\sin A$, $|BC|=2$,

由正弦定理，可得$c-b=\frac{1}{2}a=\frac{1}{2}\times 2=1$，即 |AB|-|AC|=1<|BC|=2, 由$|AB|>|AC|$, 可知点A 的轨迹是以B, C 为焦点的双曲线的右支，还需除去点$\left(\frac{1}{2},0\right)$

设双曲线的方程为$\frac{x^2}{a_1^2}-\frac{y^2}{b_1^2}=1(a_1>0,b_1>0)$，焦距为$2c_1$，

$\begin{cases}2a_1=1\\2c_1=2\end{cases}$ 得$\begin{cases}a_1=\frac{1}{2}\\c_1=1\end{cases}$, 则$b_1^2=c_1^2-a_1^2=\frac{3}{4}$

所以顶点A 的轨迹方程为$\frac{x^2}{\frac{1}{4}}-\frac{y^2}{\frac{3}{4}}=1\left(x>\frac{1}{2}\right)$，即$4x^2-\frac{4y^2}{3}=1\left(x>\frac{1}{2}\right)$

课 中 探 究

[素养小结]

1. 求解与双曲线有关的点的轨迹问题，常见的方法有两种：

(1) 列出等量关系，化简得到方程；

(2) 寻找几何关系，结合双曲线的定义，得出对应的方程.

2. 求解与双曲线有关的点的轨迹问题时要特别注意：

(1) 双曲线的焦点所在的坐标轴；

(2) 检验所求的轨迹是双曲线的一支还是两支