

2023-2024 学年山西省朔州市怀仁第一中学高三下学期联合考试数学试题

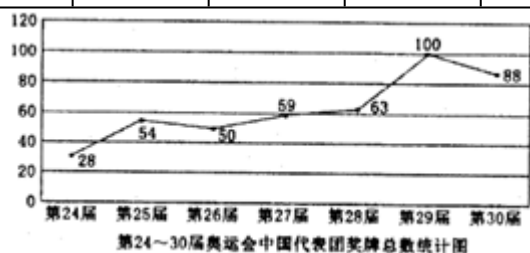
考生请注意：

1. 答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。
2. 第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。
3. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下图是我国第 24~30 届奥运奖牌数的回眸和中国代表团奖牌总数统计图，根据表和统计图，以下描述正确的是 ()。

	金牌 (块)	银牌 (块)	铜牌 (块)	奖牌 总数
24	5	11	12	28
25	16	22	12	54
26	16	22	12	50
27	28	16	15	59
28	32	17	14	63
29	51	21	28	100
30	38	27	23	88



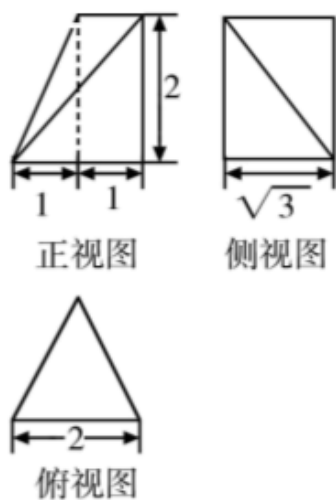
- A. 中国代表团的奥运奖牌总数一直保持上升趋势
 - B. 折线统计图中的六条线段只是为了便于观察图象所反映的变化，不具有实际意义
 - C. 第 30 届与第 29 届北京奥运会相比，奥运金牌数、银牌数、铜牌数都有所下降
 - D. 统计图中前六届奥运会中国代表团的奥运奖牌总数的中位数是 54.5
2. 金庸先生的武侠小说《射雕英雄传》第 12 回中有这样一段情节，“……洪七公道：肉只五种，但猪羊混咬是一般滋味，獐牛同嚼又是一般滋味，一共有几般变化，我可算不出了”。现有五种不同的肉，任何两种（含两种）以上的肉混合后的滋味都不一样，则混合后可以组成的所有不同的滋味种数为 ()

- A. 20 B. 24 C. 25 D. 26

3. 已知集合 $A = \{x|x < 1\}$, $B = \{x|e^x < 1\}$, 则 ()

- A. $A \cap B = \{x|x < 1\}$ B. $A \cup B = \{x|x < e\}$
 C. $A \cup B = \{x|x < 1\}$ D. $A \cap B = \{x|0 < x < 1\}$

4. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的最长棱的长为 ()



- A. $2\sqrt{5}$ B. 4 C. 2 D. $2\sqrt{2}$

5. 设双曲线 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ 的一条渐近线为 $y = -2x$, 且一个焦点与抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点相同, 则此双曲线的方程为

()

- A. $\frac{5}{4}x^2 - 5y^2 = 1$ B. $5y^2 - \frac{5}{4}x^2 = 1$ C. $\frac{5}{4}y^2 - 5x^2 = 1$ D. $5x^2 - \frac{5}{4}y^2 = 1$

6. 已知复数 $z = \frac{3-i}{1-i}$, 则 \bar{z} 的虚部为 ()

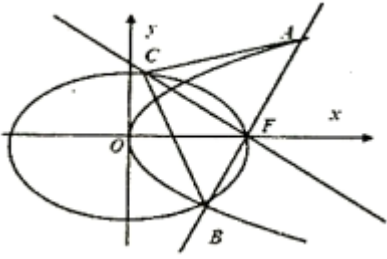
- A. $-i$ B. i C. -1 D. 1

7. 已知函数 $f(x)$ 是 R 上的偶函数, $g(x)$ 是 R 的奇函数, 且 $g(x) = f(x-1)$, 则 $f(2019)$ 的值为 ()

- A. 2 B. 0 C. -2 D. ± 2

8. 要得到函数 $f(x) = \sin(3x + \frac{\pi}{3})$ 的导函数 $f'(x)$ 的图像, 只需将 $f(x)$ 的图像 ()

- A. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把各点的纵坐标伸长到原来的 3 倍
 B. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再把各点的纵坐标缩短到原来的 $\frac{1}{3}$ 倍
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把各点的纵坐标缩短到原来的 $\frac{1}{3}$ 倍



(I) 求椭圆 C_1 的标准方程;

(II) 过 F 作直线 l 交抛物线 C_2 于 A, B 两点, 过 F 且与直线 l 垂直的直线交椭圆 C_1 于另一点 C , 求 $\triangle ABC$ 面积的最小值, 以及取到最小值时直线 l 的方程.

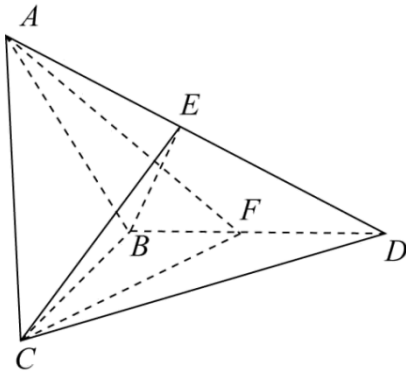
18. (12分) 已知 $f(x) = kx^2 + e^{-kx}$ ($k > 0$)

(1) 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, 判断函数 $f(x)$ 的极值点的个数;

(2) 记 $g(x) = f(x) + x^2 - m \ln x$ ($x > \frac{1}{2}$), 若存在实数 t , 使直线 $y = t$ 与函数 $g(x)$ 的图象交于不同的两点

$A(x_1, t), B(x_2, t)$, 求证: $m > 2x_1x_2$.

19. (12分) 如图所示, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = BC = BD = 2$, $AD = 2\sqrt{3}$, $\angle CBA = \angle CBD = \frac{\pi}{2}$, 点 E 为 AD 中点.



(1) 求证: 平面 $ACD \perp$ 平面 BCE ;

(2) 若点 F 为 BD 中点, 求平面 BCE 与平面 ACF 所成锐二面角的余弦值.

20. (12分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1 和 F_2 , 右顶点为 A , 且 $|AF_1| = 3$, 短轴长为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 若过点 A 作垂直 x 轴的直线 l , 点 T 为直线 l 上纵坐标不为零的任意一点, 过 F_2 作 TF_2 的垂线交椭圆 E 于点 P 和

Q , 当 $\frac{|TF_2|}{|PQ|} = \frac{7\sqrt{2}}{24}$ 时, 求此时四边形 TPF_1Q 的面积.

21. (12分) 已知集合 $A_n = \{1, 2, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$, 将 A_n 的所有子集任意排列, 得到一个有序集合组

(M_1, M_2, \dots, M_m) , 其中 $m = 2^n$. 记集合 M_k 中元素的个数为 a_k , $k \in \mathbb{N}^*$, $k \leq m$, 规定空集中元素的个数为 0.

(1) 当 $n = 2$ 时, 求 $a_1 + a_2 + \dots + a_m$ 的值;

(2) 利用数学归纳法证明: 不论 $n (n \geq 2)$ 为何值, 总存在有序集合组 (M_1, M_2, \dots, M_m) , 满足任意 $i \in \mathbb{N}^*$,

$i \leq m-1$, 都有 $|a_i - a_{i+1}| = 1$.

22. (10分) 已知函数 $f(x) = (x+2)\ln(x+1) - ax (a \in \mathbb{R})$

(I) 若 $a = 1$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(II) 若 $f(x) \geq 0$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围;

(III) 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 + 3n - 1$, $b_n = \frac{4}{a_n}$, 求证: 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n < \ln(n+1)(n+2)$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

根据表格和折线统计图逐一判断即可.

【详解】

A. 中国代表团的奥运奖牌总数不是一直保持上升趋势, 29 届最多, 错误;

B. 折线统计图中的六条线段只是为了便于观察图象所反映的变化, 不表示某种意思, 正确;

C. 30 届与第 29 届北京奥运会相比, 奥运金牌数、铜牌数有所下降, 银牌数有所上升, 错误;

D. 统计图中前六届奥运会中国代表团的奥运奖牌总数按照顺序排列的中位数为 $\frac{54+59}{2} = 56.5$, 不正确;

故选：B

【点睛】

此题考查统计图，关键点读懂折线图，属于简单题目.

2、D

【解析】

利用组合的意义可得混合后所有不同的滋味种数为 $C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$ ，再利用组合数的计算公式可得所求的种数.

【详解】

混合后可以组成的所有不同的滋味种数为 $C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5 = 20 + 5 + 1 = 26$ （种），

故选：D.

【点睛】

本题考查组合的应用，此类问题注意实际问题的合理转化，本题属于容易题.

3、C

【解析】

求出集合 B ，计算出 $A \cap B$ 和 $A \cup B$ ，即可得出结论.

【详解】

∵ $A = \{x | x < 1\}$ ， $B = \{x | e^x < 1\} = \{x | x < 0\}$ ，∴ $A \cap B = \{x | x < 0\}$ ， $A \cup B = \{x | x < 1\}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查交集和并集的计算，考查计算能力，属于基础题.

4、D

【解析】

先根据三视图还原几何体是一个四棱锥，根据三视图的数据，计算各棱的长度.

【详解】

根据三视图可知，几何体是一个四棱锥，如图所示：

解得 $a = -\frac{1}{5}$, $b = \frac{4}{5}$.

即双曲线的方程为 $\frac{5y^2}{4} - 5x^2 = 1$.

故选: C

【点睛】

本题主要考查了求双曲线的方程, 属于中档题.

6、C

【解析】

先将 $z = \frac{3-i}{1-i}$, 化简转化为 $z = 2+i$, 再得到 $\bar{z} = 2-i$ 下结论.

【详解】

已知复数 $z = \frac{3-i}{1-i} = \frac{(3-i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = 2+i$,

所以 $\bar{z} = 2-i$,

所以 \bar{z} 的虚部为-1.

故选: C

【点睛】

本题主要考查复数的概念及运算, 还考查了运算求解的能力, 属于基础题.

7、B

【解析】

根据函数的奇偶性及题设中关于 $g(x)$ 与 $f(x-1)$ 关系, 转换成关于 $f(x)$ 的关系式, 通过变形求解出 $f(x)$ 的周期, 进而算出 $f(2019)$.

【详解】

Q $g(x)$ 为 R 上的奇函数, $\therefore g(0) = f(-1) = 0, g(-x) = -g(x)$

$\therefore f(-1) = 0, f(-x-1) = -f(x-1), \therefore f(-x) = -f(x-2)$

而函数 $f(x)$ 是 R 上的偶函数, $\therefore f(x) = f(-x), \therefore f(x) = -f(x-2)$

$\therefore f(x-2) = -f(x-4), \therefore f(x) = f(x-4)$

故 $f(x)$ 为周期函数, 且周期为4

$$\therefore f(2019) = f(-1) = 0$$

故选：B

【点睛】

本题主要考查了函数的奇偶性，函数的周期性的应用，属于基础题.

8、D

【解析】

先求得 $f'(x)$ ，再根据三角函数图像变换的知识，选出正确选项.

【详解】

依题意 $f'(x) = 3\cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = 3\cos\left[\left(3x + \frac{5\pi}{6}\right) - \frac{\pi}{2}\right] = 3\sin\left(3x + \frac{5\pi}{6}\right) = 3\sin\left[3\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{3}\right]$ ，所以由

$f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right)$ 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再把各点的纵坐标伸长到原来的 3 倍得到 $f'(x)$ 的图像.

故选：D

【点睛】

本小题主要考查复合函数导数的计算，考查诱导公式，考查三角函数图像变换，属于基础题.

9、D

【解析】

利用数列的递推关系式判断求解数列的通项公式，然后求解数列的和，判断选项的正误即可.

【详解】

当 $n \geq 2$ 时， $S_{n+1} + S_{n-1} = 2(S_n + 1) \Rightarrow S_{n+1} - S_n = S_n - S_{n-1} + 2 \Rightarrow a_{n+1} = a_n + 2$.

所以数列 $\{a_n\}$ 从第 2 项起为等差数列， $a_n = \begin{cases} 1, n=1 \\ 2n-2, n \geq 2 \end{cases}$

所以， $a_4 = 6$ ， $a_{10} = 18$.

$S_n = a_1 + \frac{(a_2 + a_n)(n-1)}{2} = n(n-1) + 1$ ， $S_{16} = 16 \times 15 + 1 = 241$ ，

$S_{20} = 20 \times 19 + 1 = 381$.

故选：D.

【点睛】

本题考查数列的递推关系式的应用、数列求和以及数列的通项公式的求法，考查转化思想以及计算能力，是中档题.

10、C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/095321332112012101>