上海市黄埔区大境中学2024年高三下学期三模考试数学试题文试题

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

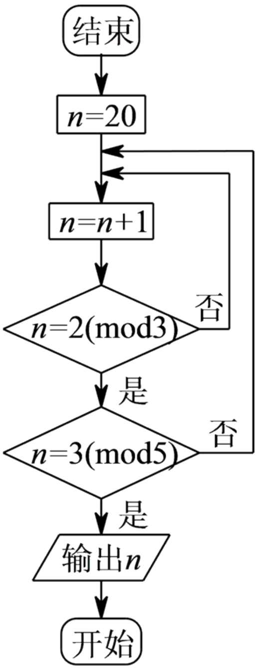
4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线的倾斜角为$\theta$，且$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，则该双曲线的离心率为（　　）

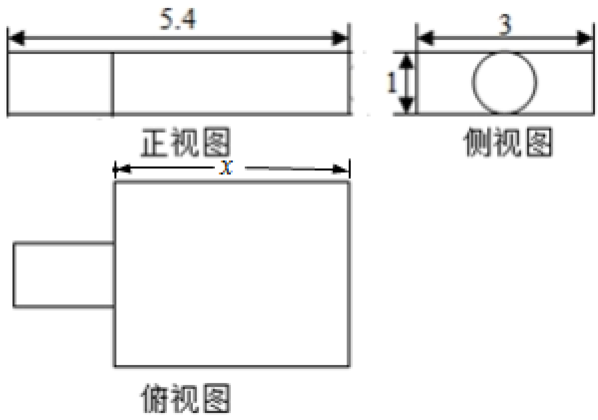
A． $\sqrt{5}$　　　　**B．** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　　　**C．2**　　　　**D．4**

2．中国古代数学著作《孙子算经》中有这样一道算术题：“今有物不知其数，三三数之余二，五五数之余三，问物几何？”人们把此类题目称为“中国剩余定理”，若正整数N除以正整数m后的余数为n，则记为$N=n(\bmod m)$，例如$11=2(\bmod 3)$．现将该问题以程序框图的算法给出，执行该程序框图，则输出的n等于（　　）．



A． 21　　　　**B．** 22　　　　**C．** 23　　　　**D．** 24

3．中国古代数学名著《九章算术》中记载了公元前**344**年商鞅督造的一种标准量器——商鞅铜方升，其三视图如图所示（单位：寸），若π取**3**，当该量器口密闭时其表面积为**42.2**（平方寸），则图中x的值为(　　)



A．3 **B．3.4** **C．3.8** **D．4**

4．复数的 $z=-1-2i$（i为虚数单位）在复平面内对应的点位于（ ）

A．第一象限 B．第二象限 C．第三象限 D．第四象限

5．已知等边ΔABC内接于圆τ：$x^2+y^2=1$，且P是圆τ上一点，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$的最大值是（　　）

A．$\sqrt{2}$ B．1 C．$\sqrt{3}$ D．2

6．已知函数$f\left(x\right)=\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$，$g\left(x\right)=-x+m+2$，若对任意$x_1\in\left[1,3\right]$，总存在$x_2\in\left[1,3\right]$，使得$f\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)$成立，则实数$m$的取值范围为（　　）

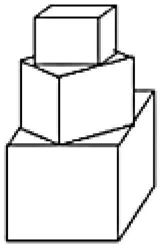
A．$\left[\dfrac{17}{2},9\right]$

B．$\left(-\infty,\dfrac{17}{2}\right]\cup\left[9,+\infty\right)$

C．$\left[\dfrac{17}{4},\dfrac{9}{2}\right]$

D．$\left(-\infty,\dfrac{17}{4}\right]\cup\left[\dfrac{9}{2},+\infty\right)$

7．有一改形塔几何体由若干个正方体构成，构成方式如图所示，上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各边的中点.已知最底层正方体的棱长为8，如果改形塔的最上层正方体的边长小于1，那么该塔形中正方体的个数至少是（　　）



A．8 B．7 C．6 D．4

8．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=1,\ a_{n+1}=\begin{cases}a_n+3, a_n\text{为奇数}\\ 2a_n+1, a_n\text{为偶数}\end{cases}$，则$a_6=$（　）

A．16　　B．25　　C．28　　D．33

9．已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\left[x\right], & x\geq 0\\ \dfrac{1}{x}, & x<0\end{cases}$（$\left[x\right]$表示不超过 **x** 的最大整数），若 $f\left(x\right)-ax=0$ 有且仅有 **3** 个零点，则实数 **a** 的取值范围是（　　）

A．$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{3}\right]$　　B．$\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{2}{3}\right)$　　C．$\left[\dfrac{2}{3},\dfrac{3}{4}\right)$　　D．$\left(\dfrac{2}{3},\dfrac{3}{4}\right]$

10．若函数 $y=2sin\left(2x+\varphi\right)\left(\left|\varphi\right|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象经过点 $\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$，则函数 $f\left(x\right)=sin\left(2x-\varphi\right)+cos\left(2x-\varphi\right)$ 图象的一条对称轴的方程可以为(　　)

A．$x=-\dfrac{\pi}{24}$　　B．$x=\dfrac{37\pi}{24}$　　C．$x=\dfrac{17\pi}{24}$　　D．$x=-\dfrac{13\pi}{24}$

11．已知集合 $A=\left\{(x,y)\left|x^2+y^2=4\right.\right\},B=\left\{(x,y)\left|y=2^x\right.\right\}$，则 $A\cap B$ 元素个数为(　　)

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

12．已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的焦距为 $2c$，焦点到双曲线 C 的渐近线的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}c$，则双曲线的渐近线方程为（）

A．$y=\pm\sqrt{3}x$　　B．$y=\pm\sqrt{2}x$　　C．$y=\pm x$　　D．$y=\pm 2x$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知向量 $\vec{m}=(-2,1)$，$\vec{n}=(4,y)$，若 $\vec{m}\perp\vec{n}$，则 $\left|2\vec{m}+\vec{n}\right|=$________.

14．某班星期一共八节课（上午、下午各四节，其中下午最后两节为社团活动），排课要求为：语文、数学、外语、物理、化学各排一节，从生物、历史、地理、政治四科中选排一节.若数学必须安排在上午且与外语不相邻（上午第四节和下午第一节不算相邻），则不同的排法有__________种.

15．已知正方形 $ABCD$ 边长为 3，空间中的动点 P 满足 $PA=2$，$PC=2PD$，则三棱锥 $A-PCD$ 体积的最大值是______.

16．若将函数 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象沿 x 轴向右平移 $\varphi\left(\varphi>0\right)$ 个单位后所得的图象与 $f\left(x\right)$ 的图象关于 x 轴对称，则 φ 的最小值为________________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知△***ABC*** 三内角 ***A***、***B***、***C*** 所对边的长分别为 ***a***，***b***，***c***，且 $3sin^2A+3sin^2B=4sinAsinB+3sin^2C$.

（1）求 ***cosC*** 的值；

（2）若 $a=3$，$c=\sqrt{6}$，求ΔABC的面积.

18.（12 分）运输一批海鲜，可在汽车、火车、飞机三种运输工具中选择，它们的速度分别为 60 千米/小时、120 千米/小时、600 千米/小时，每千米的运费分别为 20 元、10 元、50 元.这批海鲜在运输过程中每小时的损耗为 m 元（$m>0$），运输的路程为 S（千米）.设用汽车、火车、飞机三种运输工具运输时各自的总费用（包括运费和损耗费）分别为 y_1（元）、y_2（元）、y_3（元）.

（1）请分别写出 y_1、y_2、y_3 的表达式；

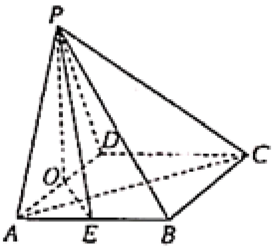
（2）试确定使用哪种运输工具总费用最省.

19.（12 分）已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$过点$\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$，过坐标原点 O 作两条互相垂直的射线与椭圆 C 分别交于 M，N 两点.

（1）证明：当 a^2+9b^2 取得最小值时，椭圆 C 的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

（2）若椭圆 C 的焦距为 2，是否存在定圆与直线 MN 总相切？若存在，求定圆的方程；若不存在，请说明理由.

20.（12 分）在四棱椎 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为菱形，$PA=5$，$PB=\sqrt{43}$，$AB=6$，$PO\perp AD$，O，E 分别为 AD，AB 中点.$\angle BAD=60^\circ$.



（1）求证：$AC\perp PE$；

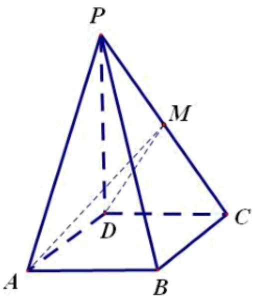
（2）求平面 POE 与平面 PBD 所成锐二面角的余弦值.

21.（12 分）甲、乙两班各派三名同学参加知识竞赛，每人回答一个问题，答对得 10 分，答错得 0 分，假设甲班三名同学答对的概率都是$\dfrac{2}{3}$，乙班三名同学答对的概率分别是$\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{2}{3}$，$\dfrac{1}{2}$，且这六名同学答题正确与否相互之间没有影响.

（1）记“甲、乙两班总得分之和是 60 分”为事件 A，求事件 A 发生的概率；

（2）用 X 表示甲班总得分，求随机变量 X 的概率分布和数学期望.

22.（10 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为正方形，$PD\perp$平面 $ABCD$，点 M 是棱 PC 的中点，$AB=2$，$PD=t\left(t>0\right)$.



（1）若 $t=2$，证明：平面 $DMA\perp$ 平面 PBC；

（2）若三棱锥 $C-DBM$ 的体积为 $\dfrac{4}{3}$，求二面角 $B-DM-C$ 的余弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

由倾斜角的余弦值，求出正切值，即 a,b 的关系，求出双曲线的离心率.

【详解】

解：设双曲线的半个焦距为 c，由题意 $\theta\in[0,\pi)$

又 $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，则 $\sin\theta=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，$\tan\theta=2$，$\dfrac{b}{a}=2$，所以离心率 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}=\sqrt{5}$，

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，属于基础题

2、C

【解析】

从 21 开始，输出的数是除以 3 余 2，除以 5 余 3，满足条件的是 23，故选 C.

3、D

【解析】

根据三视图即可求得几何体表面积，即可解得未知数.

【详解】

由图可知，该几何体是由一个长宽高分别为$x,3,1$和

一个底面半径为$\frac{1}{2}$，高为$5.4-x$的圆柱组合而成.

该几何体的表面积为

$2\left(x+3x+3\right)+\pi\cdot\left(5.4-x\right)=42.2$，

解得$x=4$，

故选：D.

【点睛】

本题考查由三视图还原几何体，以及圆柱和长方体表面积的求解，属综合基础题.

4、C

【解析】

所对应的点为（-1，-2）位于第三象限.

【考点定位】本题只考查了复平面的概念，属于简单题.

5、D

【解析】

如图所示建立直角坐标系，设$P\left(\cos\theta,\sin\theta\right)$，则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=1-\cos\theta$，计算得到答案.

【详解】

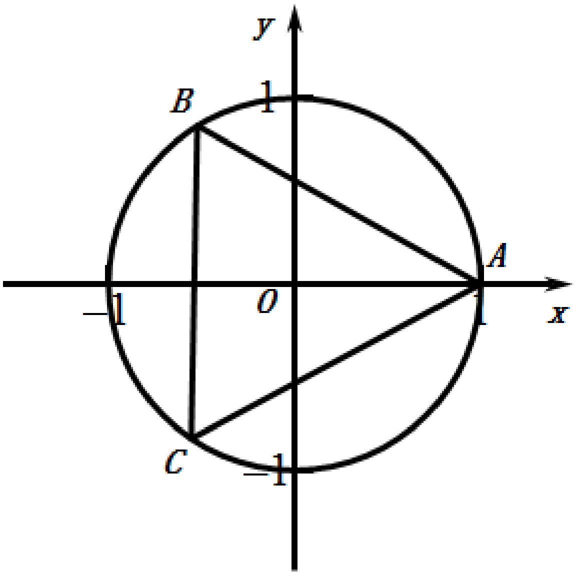
如图所示建立直角坐标系，则$A\left(1,0\right)$，$B\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，$C\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$，设$P\left(\cos\theta,\sin\theta\right)$，

则$\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=(1-\cos\theta,-\sin\theta)\cdot(-1-2\cos\theta,-2\sin\theta)$

$=(1-\cos\theta)(-1-2\cos\theta)+2\sin^2\theta=2\cos^2\theta-\cos\theta-1+2\sin^2\theta=1-\cos\theta\le 2$.

当$\theta=-\pi$，即$P\left(-1,0\right)$时等号成立.

故选：D.



【点睛】

本题考查了向量的计算，建立直角坐标系利用坐标计算是解题的关键.

6、C

【解析】

将函数 $f\left(x\right)$ 解析式化简，并求得 $f'\left(x\right)$，根据当 $x_1\in\left[1,3\right]$ 时 $f'\left(x\right)>0$ 可得 $f\left(x_1\right)$ 的值域;由函数 $g\left(x\right)=-x+m+2$ 在 $x_2\in\left[1,3\right]$ 上单调递减可得 $g\left(x_2\right)$ 的值域，结合存在性成立问题满足的集合关系，即可求得 m 的取值范围.

【详解】

依题意 $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}=\dfrac{x^2+x+2\left(x+1\right)+1}{x+1}$

$=x+\dfrac{1}{x+1}+2$，

则 $f'\left(x\right)=1-\dfrac{1}{\left(x+1\right)^2}$，

当 $x\in\left[1,3\right]$ 时，$f'\left(x\right)>0$，故函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[1,3\right]$ 上单调递增，

当 $x_1\in\left[1,3\right]$ 时，$f\left(x_1\right)\in\left[\dfrac{7}{2},\dfrac{21}{4}\right]$；

而函数 $g\left(x\right)=-x+m+2$ 在 $\left[1,3\right]$ 上单调递减，

故 $g\left(x_2\right)\in\left[m-1,m+1\right]$，

则只需 $\left[\dfrac{7}{2},\dfrac{21}{4}\right]\subseteq\left[m-1,m+1\right]$，

故$\begin{cases} m-1\le \dfrac{7}{2} \\ m+1\ge \dfrac{21}{4} \end{cases}$，解得$\dfrac{17}{4}\le m\le \dfrac{9}{2}$，

故实数m的取值范围为$\left[\dfrac{17}{4},\dfrac{9}{2}\right]$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了导数在判断函数单调性中的应用，恒成立与存在性成立问题的综合应用，属于中档题.

7、A

【解析】

则从下往上第二层正方体的棱长为：$\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，从下往上第三层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=4$，从下往上第四层正方体的棱长为：$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，以此类推，能求出改形塔的最上层正方体的边长小于1时该塔形中正方体的个数的最小值的求法.

【详解】

最底层正方体的棱长为8，

则从下往上第二层正方体的棱长为：$\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$，

从下往上第三层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=4$，

从下往上第四层正方体的棱长为：$\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

从下往上第五层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{2}\right)^2}=2$，

从下往上第六层正方体的棱长为：$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

从下往上第七层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=1$，

从下往上第八层正方体的棱长为：$\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

∴改形塔的最上层正方体的边长小于1，那么该塔形中正方体的个数至少是8.

故选：A.

【点睛】

本小题主要考查正方体有关计算，属于基础题.

8、**C**

【解析】

依次递推求出 a_6 得解.

【详解】

n=1 时，$a_2=1+3=4$，

n=2 时，$a_3=2\times 4+1=9$，

n=3 时，$a_4=9+3=12$，

n=4 时，$a_5=2\times 12+1=25$，

n=5 时，$a_6=25+3=28$.

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查递推公式的应用，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

9、**A**

【解析】

根据**[x]**的定义先作出函数 **f（x）**的图象，利用函数与方程的关系转化为 **f（x）**与 **g（x）=ax** 有三个不同的交点，利用数形结合进行求解即可.

【详解】

当 $0\le x<1$ 时，$\left[x\right]=0$，

当 $1\le x<2$ 时，$\left[x\right]=1$，

当 $2\le x<3$ 时，$\left[x\right]=2$，

当 $3\le x<4$ 时，$\left[x\right]=3$，

若 $f\left(x\right)-ax=0$ 有且仅有 **3** 个零点，

则等价为 $f\left(x\right)=ax$ 有且仅有 **3** 个根，

即 $f\left(x\right)$ 与 $g\left(x\right)=ax$ 有三个不同的交点，

作出函数 $f\left(x\right)$ 和 $g\left(x\right)$ 的图象如图，

当 **a=1** 时，$g\left(x\right)=x$ 与 $f\left(x\right)$ 有无数多个交点，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/096100022222011002