# 2022-2023 学年安徽省池州市东至二中高三下学期考试数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．要排出高三某班一天中，语文、数学、英语各$2$节，自习课$1$节的功课表，其中上午$5$节，下午$2$节，若要求$2$节语文课必须相邻且$2$节数学课也必须相邻（注意：上午第五节和下午第一节不算相邻），则不同的排法种数是（　　）

A．84　　B．54　　C．42　　D．18

2．已知命题$p:\forall x\in R$，$x^2>0$，则$\neg p$是（　　）

A．$\forall x\in \mathbf{R}$，$x^2\le 0$

B．$\exists x_0\in \mathbf{R}$，$x_0^2\le 0$．

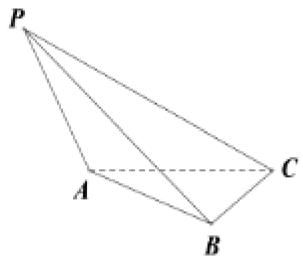
C．$\exists x_0\in \mathbf{R}$，$x_0^2>0$

D．$\forall x\notin \mathbf{R}$，$x^2\le 0$．

3．设$a=\log_2 3$，$b=\log_4 6$，$c=5^{-0.1}$，则（　　）

A．$a>b>c$　　B．$b>a>c$　　C．$c>a>b$　　D．$c>b>a$

4．如图示，三棱锥$P-ABC$的底面$ABC$是等腰直角三角形，$\angle ACB=90^\circ$，且$PA=PB=AB=\sqrt{2}$，$PC=\sqrt{3}$，则$PC$与面$PAB$所成角的正弦值等于（　　）




A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

5．设双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的一个焦点为$F$（$c$,0）（$c>0$），且离心率等于$\sqrt{5}$，若该双曲线的一条渐近线被圆$x^2+y^2-2cx=0$截得的弦长为$2\sqrt{5}$，则该双曲线的标准方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　B．$\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{100}=1$

C．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　D．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{25}=1$

6．正$\Delta ABC$的边长为**2**，将它沿$BC$边上的高$AD$翻折，使点$B$与点$C$间的距离为$\sqrt{3}$，此时四面体$A-BCD$的外接球表面积为（　　）

A．$\frac{10\pi}{3}$　　B．$4\pi$　　C．$\frac{13\pi}{3}$　　D．$7\pi$

7．已知集合$A=\left\{x\left|y=\lg\sin x+\sqrt{9-x^2}\right.\right\}$，则$f(x)=\cos 2x+2\sin x$，$x\in A$的值域为（　　）

A．$\left[1,\frac{3}{2}\right]$　　B．$\left(1,\frac{3}{2}\right]$　　C．$\left(-1,\frac{1}{2}\right]$　　D．$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},2\right)$

8．复数$z=\left(a^2-1\right)+\left(a-1\right)i\left(a\in R\right)$为纯虚数，则$z=$(　　)

A．$i$　　B．﹣$2i$　　C．$2i$　　D．﹣$i$

9．已知双曲线$E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，***P***是双曲线***E***上的一点，且$|PF_2|=2|PF_1|$．若直线$PF_2$与双曲线***E***的渐近线交于点***M***，且***M***为$PF_2$的中点，则双曲线***E***的渐近线方程为(　　)

A．$y=\pm\frac{1}{3}x$　　B．$y=\pm\frac{1}{2}x$　　C．$y=\pm 2x$　　D．$y=\pm 3x$

10．已知数列$\{a_n\}$是公差为$d(d\neq 0)$的等差数列，且$a_1,a_3,a_6$成等比数列，则$\frac{a_1}{d}=$（　　）

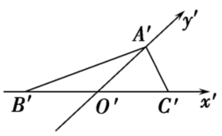
A．4　　B．3　　C．2　　D．1

11．已知$\vee ABC$是边长为$3$的正三角形，若$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，则$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}=$

A．$-\frac{3}{2}$　　B．$\frac{15}{2}$

C．$\frac{3}{2}$　　D．$-\frac{15}{2}$

12．已知水平放置的△***ABC***是按“斜二测画法”得到如图所示的直观图，其中***B′O′***＝***C′O′***＝**1**，***A′O′***＝$\frac{\sqrt{3}}{2}$，那么原△***ABC***的面积是(　　)




A．$\sqrt{3}$　　B．$2\sqrt{2}$

C． $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　　　　　　　D． $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\left\{x \mid x^{2}-2x<0\right\}$，$B=\{x \mid x>1\}$，则集合 $A\cap(\complement_{U}B)=$______．

14．甲、乙、丙、丁四人参加冬季滑雪比赛，有两人获奖.在比赛结果揭晓之前，四人的猜测如下表，其中“√”表示猜测某人获奖，“×”表示猜测某人未获奖，而“○”则表示对某人是否获奖未发表意见.已知四个人中有且只有两个人的猜测是正确的，那么两名获奖者是_______．

| | 甲获奖 | 乙获奖 | 丙获奖 | 丁获奖 |
|---|---|---|---|---|
| 甲的猜测 | √ | × | × | √ |
| 乙的猜测 | × | ○ | ○ | √ |
| 丙的猜测 | × | √ | × | √ |
| 丁的猜测 | ○ | ○ | √ | × |

15．设函数 $f(x)(x\in R)$ 满足 $f(-x)=f(x), f(x)=f(2-x)$,且当 $x\in[0,1]$ 时 $f(x)=x^{3}$,又函数 $g(x)=|x\cos(\pi x)|$,则函数 $h(x)=g(x)-f(x)$ 在 $[-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}]$ 上的零点个数为__________．

16．若复数 $z$ 满足 $2z+\overline{z}=3+i$，其中 i 是虚数单位，$\overline{z}$ 是 $z$ 的共轭复数，则 $z=$________．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）记抛物线 $C: y^{2}=2px(p>0)$ 的焦点为 $F$，点 $D,E$ 在抛物线 $C$ 上，且直线 $DE$ 的斜率为 **1**，当直线 $DE$ 过点 $F$ 时，$|DE|=4$．

（**1**）求抛物线 $C$ 的方程；

（**2**）若 $G(2,2)$，直线 $DO$ 与 $EG$ 交于点 $H$，$\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{EI}=\overrightarrow{0}$，求直线 $HI$ 的斜率.

18．（12 分）定义：若数列 $\{a_n\}$ 满足所有的项均由 $-1,1$ 构成且其中 $-1$ 有 $m$ 个，$1$ 有 $p$ 个 $(m+p\geq 3)$，则称 $\{a_n\}$ 为“$(m,p)-$ 数列”.

（**1**）$a_i,a_j,a_k\ (i<j<k)$ 为“$(3,4)-$ 数列”$\{a_n\}$ 中的任意三项，则使得 $a_ia_ja_k=1$ 的取法有多少种？

（**2**）$a_i,a_j,a_k\ (i<j<k)$ 为“$(m,p)-$ 数列”$\{a_n\}$ 中的任意三项，则存在多少正整数 $(m,p)$ 对使得 $1\leq m\leq p\leq 100$, 且 $a_ia_ja_k=1$ 的概率为 $\dfrac{1}{2}$．

19．（12 分）在$\Delta ABC$中，角$A$，$B$，$C$的对边分别为$a$，$b$，$c$，$\left(\sin A+\sin B\right)\left(a-b\right)=c\left(\sin C-\sin B\right)$，$a=2\sqrt{7}$， 且$\triangle ABC$的面积为$6\sqrt{3}$.

**(1)**求$A$；

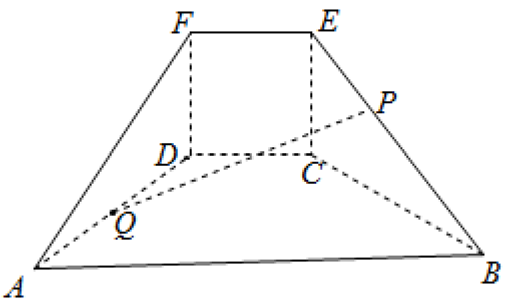
**(2)**求$\triangle ABC$的周长 .

20．（12 分）在平面直角坐标系$xOy$中，$M$为直线$y=x-2$上动点，过点作$M$抛物线$C:x^{2}=y$的两条切线$MA$，$MB$，切点分别为$A$，$B$，$N$为$AB$的中点.

（1）证明:$MN\perp x$轴；

（2）直线$AB$是否恒过定点?若是，求出这个定点的坐标；若不是，请说明理由.

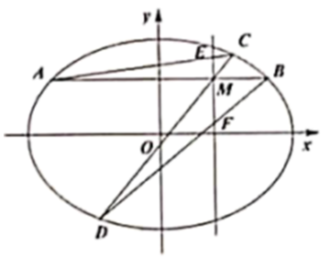
21．（12 分）已知在多面体$ABCDEF$中，平面$CDFE\perp$平面$ABCD$，且四边形$ECDF$为正方形，且$DC\,//\,AB$，$AB=3DC=6$，$AD=BC=5$，点$P$，$Q$分别是$BE$，$AD$的中点.




（1）求证：$PQ\,//$平面$FECD$；

（2）求平面$AEF$与平面$PCD$所成的锐二面角的余弦值.

22．（10 分）如图，过点$M\left(2,2\right)$且平行与 **x** 轴的直线交椭圆$\dfrac{x^{2}}{2}+y^{2}=m\left(m>0\right)$于 ***A***、***B*** 两点，且$\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{MB}$.




（1）求椭圆的标准方程；

（2）过点 ***M*** 且斜率为正的直线交椭圆于段 ***C***、***D***，直线 ***AC***、***BD*** 分别交直线$x=2$于点 ***E***、***F***，求证：$\dfrac{1}{|ME|}-\dfrac{1}{|MF|}$是定值.

# 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

**【解析】**

根据题意，分两种情况进行讨论：①语文和数学都安排在上午；②语文和数学一个安排在上午，一个安排在下午.分别求出每一种情况的安排方法数目，由分类加法计数原理可得答案.

**【详解】**

根据题意，分两种情况进行讨论：

①语文和数学都安排在上午，要求 2 节语文课必须相邻且 2 节数学课也必须相邻，将 2 节语文课和 2 节数学课分别捆绑，然后在剩余 $3$ 节课中选 $1$ 节到上午，由于 2 节英语课不加以区分，此时，排法种数为 $\frac{C_3^1A_2^2A_3^3}{A_2^2}=18$ 种；

②语文和数学都一个安排在上午，一个安排在下午.

语文和数学一个安排在上午，一个安排在下午，但 2 节语文课不加以区分，2 节数学课不加以区分，2 节英语课也不加以区分，此时，排法种数为 $\frac{C_2^1A_4^4}{A_2^2}=24$ 种.

综上所述，共有 $18+24=42$ 种不同的排法.

故选：**C**.

**【点睛】**

本题考查排列、组合的应用，涉及分类计数原理的应用，属于中等题.

2、**B**

**【解析】**

根据全称命题的否定为特称命题，得到结果.

**【详解】**

根据全称命题的否定为特称命题，可得 $\neg p:\exists x_0\in R$， $x_0^2\leq 0$

本题正确选项：$B$

**【点睛】**

本题考查含量词的命题的否定，属于基础题.

3、A

【解析】

先利用换底公式将对数都化为以 2 为底,利用对数函数单调性可比较$a,b$,再由中间值 1 可得三者的大小关系.

【详解】

$a=\log_2 3\in\left(1,2\right)$，$b=\log_4 6=\log_2\sqrt{6}\in\left(1,\log_2 3\right)$，$c=5^{-0.1}\in\left(0,1\right)$，因此$a>b>c$，故选：A.

【点睛】

本题主要考查了利用对数函数和指数函数的单调性比较大小,属于基础题.

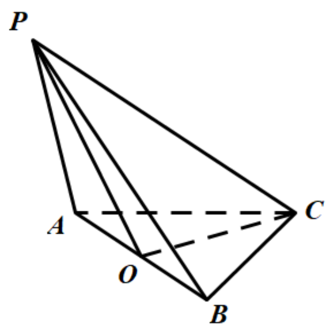
4、A

【解析】

首先找出$PC$与面$PAB$所成角，根据所成角所在三角形利用余弦定理求出所成角的余弦值，再根据同角三角函数关系求出所成角的正弦值.

【详解】

由题知$\vee ABC$是等腰直角三角形且$\angle ACB=90°$，$\triangle ABP$是等边三角形，




设$AB$中点为$O$，连接$PO$，CO，可知$PO=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$CO=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

同时易知$AB\perp PO$，$AB\perp CO$，

所以$AB\perp$面$POC$，故$\angle POC$即为$PC$与面$PAB$所成角，

有$\cos\angle POC=\dfrac{PO^2+CO^2-PC^2}{2PO\cdot CO}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，

故$\sin\angle POC=\sqrt{1-\cos\angle POC}=\dfrac{1}{3}$.

故选：A.

【点睛】

本题主要考查了空间几何题中线面夹角的计算，属于基础题.

5、**C**

【解析】

由题得$\dfrac{c}{a}=\sqrt{5}$，$\dfrac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=b=\sqrt{c^2-5}$，又$a^2+b^2=c^2$，联立解方程组即可得$a^2=5$，$b^2=20$，进而得出双曲线方程.

【详解】

由题得$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{5}$　　　①

又该双曲线的一条渐近线方程为$bx-ay=0$，且被圆 $x^2+y^2-2cx=0$ 截得的弦长为 $2\sqrt{5}$，

所以$\dfrac{bc}{\sqrt{a^2+b^2}}=b=\sqrt{c^2-5}$　　　②

又$a^2+b^2=c^2$　　　③

由①②③可得：$a^2=5$，$b^2=20$，

所以双曲线的标准方程为$\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{20}=1$.

故选：C

【点睛】

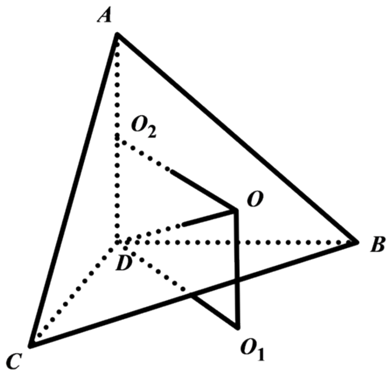
本题主要考查了双曲线的简单几何性质，圆的方程的有关计算，考查了学生的计算能力.

6、**D**

【解析】

如图所示，设$AD$的中点为$O_2$，$\Delta BCD$的外接圆的圆心为$O_1$，四面体$A-BCD$的外接球的球心为$O$，连接$OO_1,OO_2,OD$，利用正弦定理可得$DO_1=1$，利用球心的性质和线面垂直的性质可得四边形$OO_2DO_1$为平行四边形，最后利用勾股定理可求外接球的半径，从而可得外接球的表面积.

【详解】




如图所示，设 $AD$ 的中点为 $O_2$，$\Delta BCD$ 外接圆的圆心为 $O_1$，四面体 $A-BCD$ 的外接球的球心为 $O$，连接 $OO_1,OO_2,OD$，则 $OO_1\perp$ 平面 $BCD$，$OO_2\perp AD$.

因为 $CD=BD=1,BC=\sqrt{3}$，故 $\cos\angle BDC=\dfrac{2-3}{2\times1\times1}=-\dfrac{1}{2}$，

因为 $\angle BDC\in\left(0,\pi\right)$，故 $\angle BDC=\dfrac{2\pi}{3}$.

由正弦定理可得 $2DO_1=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin\dfrac{2\pi}{3}}=2$，故 $DO_1=1$，又因为 $AD=\sqrt{3}$，故 $DO_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

因为 $AD\perp DB,AD\perp CD,DB\cap CD=D$，故 $AD\perp$ 平面 $BCD$，所以 $OO_1//AD$，

因为 $AD\perp$ 平面 $BCD$，$DO_1\subset$ 平面 $BCD$，故 $AD\perp DO_1$，故 $OO_2//DO_1$，

所以四边形 $OO_2DO_1$ 为平行四边形，所以 $OO_1=DO_2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

所以 $OD=\sqrt{\dfrac{3}{4}+1}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，故外接球的半径为 $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，外接球的表面积为 $4\pi\times\dfrac{7}{4}=7\pi$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查平面图形的折叠以及三棱锥外接球表面积的计算，还考查正弦定理和余弦定理，折叠问题注意翻折前后的变量与不变量，外接球问题注意先确定外接球的球心的位置，然后把半径放置在可解的直角三角形中来计算，本题有一定的难度.

7、**A**

【解析】

先求出集合 $A=\left(0,3\right]$，化简 $f\left(x\right)=-2\sin^2x+2\sin x+1$，令 $\sin x=t\in\left(0,1\right]$，得 $g\left(t\right)=-2t^2+2t+1$ 由二次函数的性质即可得值域.

【详解】

由$\begin{cases}\sin x>0\\9-x^2\geq 0\end{cases}\Rightarrow 0<x\leq 3$，得$A=\left(0,3\right]$ ，$f\left(x\right)=\cos 2x+2\sin x=-2\sin^2 x+2\sin x+1$，令$\sin x=t$，

Q $x\in\left(0,3\right]$，$\therefore t\in\left(0,1\right]$，所以得$g\left(t\right)=-2t^2+2t+1$ ，$g\left(t\right)$ 在$\left(0,\frac{1}{2}\right)$ 上递增，在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上递减，

$g\left(1\right)=1,g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$ ，所以$g\left(t\right)\in\left[1,\frac{3}{2}\right]$，即 $f\left(x\right)$的值域为$\left[1,\frac{3}{2}\right]$

故选 **A**

【点睛】

本题考查了二次不等式的解法、二次函数最值的求法，换元法要注意新变量的范围，属于中档题

8、**B**

【解析】

复数$z=\left(a^2-1\right)+\left(a-1\right)i\left(a\in R\right)$为纯虚数，则实部为 **0**，虚部不为 **0**，求出$a$，即得$z$.

【详解】

$\because z=\left(a^2-1\right)+\left(a-1\right)i\left(a\in R\right)$为纯虚数，

$\therefore\begin{cases}a^2-1=0\\a-1\neq 0\end{cases}$，解得$a=-1$.

$\therefore z=-2i$.

故选：$B$.

【点睛】

本题考查复数的分类，属于基础题.

9、**C**

【解析】

由双曲线定义得$\left|PF_2\right|=4a$，$\left|PF_1\right|=2a$，***OM*** 是$\triangle PF_1F_2$的中位线，可得$\left|OM\right|=a$，在$\triangle OMF_2$中，利用余弦定理即可建立$a,c$关系，从而得到渐近线的斜率.

【详解】

根据题意，点 ***P*** 一定在左支上.

由$\left|PF_2\right|=2\left|PF_1\right|$及$\left|PF_2\right|-\left|PF_1\right|=2a$，得$\left|PF_1\right|=2a$，$\left|PF_2\right|=4a$，

再结合 ***M*** 为$PF_2$的中点，得$\left|PF_1\right|=\left|MF_2\right|=2a$，