云南省普洱市二中2024届高三上数学期末预测试题

注意事项：
1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2．答题时请按要求用笔。
3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．正方形$ABCD$的边长为2，E是正方形内部（不包括正方形的边）一点，且$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC}=2$，则$\left(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC}\right)^2$的最小值为（　　）

A．$\frac{23}{2}$　　B．12　　C．$\frac{25}{2}$　　D．13

2．阿波罗尼斯（约公元前**262~190**年）证明过这样的命题：平面内到两定点距离之比为常数$k\left(k>0,k\neq 1\right)$的点的轨迹是圆.后人将这个圆称为阿氏圆.若平面内两定点A，B间的距离为**2**,动点P与A，B的距离之比为$\frac{\sqrt{2}}{2}$,当P，A，B不共线时，ΔPAB的面积的最大值是（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{3}$

3．国务院发布《关于进一步调整优化结构、提高教育经费使用效益的意见》中提出，要优先落实教育投入．某研究机构统计了2010年至2018年国家财政性教育经费投入情况及其在GDP中的占比数据，并将其绘制成下表，由下表可知下列叙述错误的是（　　）

A．随着文化教育重视程度的不断提高，国在财政性教育经费的支出持续增长

B．2012年以来，国家财政性教育经费的支出占GDP比例持续7年保持在4%以上

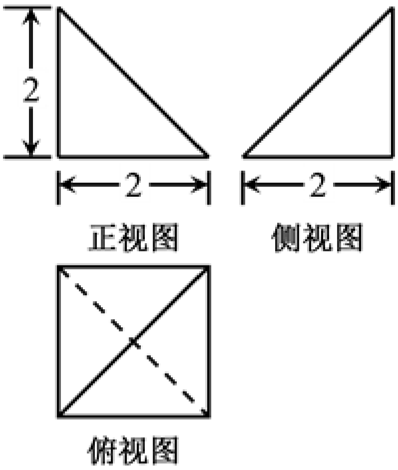
C．从 2010 年至 2018 年，中国 GDP 的总值最少增加 60 万亿

D．从 2010 年到 2018 年，国家财政性教育经费的支出增长最多的年份是 2012 年

4．定义域为 R 的偶函数 $f(x)$ 满足任意 $x\in\mathbf{R}$，有 $f(x+2)=f(x)-f(1)$，且当 $x\in[2,3]$ 时，$f(x)=-2x^2+12x-18$.若函数 $y=f(x)-\log_a(x+1)$ 至少有三个零点，则 a 的取值范围是（　　）

A．$\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　B．$\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$　　C．$\left(0,\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)$　　D．$\left(0,\dfrac{\sqrt{6}}{6}\right)$

5．某几何体的三视图如图所示，则此几何体的体积为（　　）



A．$\dfrac{2}{3}$　　B．1　　C．$\dfrac{4}{3}$　　D．$\dfrac{8}{3}$

6．已知 F 是双曲线 $C:kx^2+y^2=4|k|$（k 为常数）的一个焦点，则点 F 到双曲线 C 的一条渐近线的距离为（　　）

A．$2k$　　B．$4k$　　C．4　　D．2

7．某中学有高中生 1500 人，初中生 1000 人为了解该校学生自主锻炼的时间，采用分层抽样的方法从高生和初中生中抽取一个容量为 n 的样本.若样本中高中生恰有 30 人，则 n 的值为（　　）

A．20　　B．50　　C．40　　D．60

8．中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题："三百七十八里关，初行健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关，要见次日行里数，请公仔细算相还."意思为有一个人要走 378 里路，第一天健步行走，从第二天起脚痛，每天走的路程为前一天的一半，走了六天恰好到达目的地，请问第二天比第四天多走了（　　）

A．96 里　　B．72 里　　C．48 里　　D．24 里

9．函数 $□(□)=\sqrt{2□-3}+\frac{1}{□-3}$ 的定义域为（　　）

A．$[\frac{3}{2}$，3）∪（3，+∞）　　B．（-∞，3）∪（3，+∞）

C．$[\frac{3}{2}$，+∞）　　D．（3，+∞）

10．已知集合 $A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid x^2-x+2>0\}$，则 $A\cap B=$(　　)

A．$\{-1,0\}$　　B．$\{0,1\}$　　C．$\{-1,0,1\}$　　D．$\{-2,-1,0,1,2\}$

11．已知函数 $y=\begin{cases}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi-\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\right)(k\in z),\\ -\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi+\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}\right)(k\in z),\end{cases}$ 的图象与直线 $y=m(x+2)(m>0)$ 恰有四个公共点 $A(x_1,y_1),B(x_1,y_2),C.(x_3,y_3),D(x_4,y_4)$，其中 $x_1<x_2<x_3<x_4$，则 $(x_4+2)\tan x_4=$（　　）

A．-1　　B．0　　C．1　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}+2$

12．已知函数 $f(x)=ax^2-4ax-\ln x$，则 $f(x)$ 在 $(1,4)$ 上不单调的一个充分不必要条件可以是（　　）

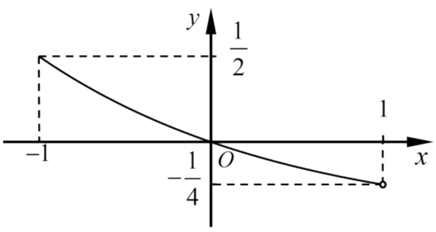
A．$a>-\dfrac{1}{2}$　　B．$0<a<\dfrac{1}{16}$　　C．$a>\dfrac{1}{16}$ 或 $-\dfrac{1}{2}<a<0$　　D．$a>\dfrac{1}{16}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知 $(2x-1)^7=a_o+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_7x^7$，则 $a_2=$____.

14．已知 $z\cdot \mathrm{i}=1+2\mathrm{i}$（$\mathrm{i}$ 为虚数单位），则复数 $z=$________.

15．函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,1)$，其图象如图所示．函数 $g(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，满足 $g(2-x)+g(x)=0$，且当 $x\in(0,1)$ 时，$g(x)=f(x)$．给出下列三个结论：



①$g(0)=0$；

②函数 $g(x)$ 在 $(-1,5)$ 内有且仅有 3 个零点；

③不等式 $f(-x)<0$ 的解集为 $\{x|-1<x<0\}$．

其中，正确结论的序号是________.

16．已知向量 $\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(x,1),\vec{u}=\vec{a}+2\vec{b},\vec{v}=2\vec{a}-\vec{b}$，且 $\vec{u}//\vec{v}$，则实数 x 的值是__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）定义：若数列$\{a_n\}$满足所有的项均由$-1,1$构成且其中-1有m个，1有p个$(m+p\geq 3)$，则称$\{a_n\}$为“(m,p)－数列”.

（1）$a_i,a_j,a_k\ (i<j<k)$为“$(3,4)$－数列”$\{a_n\}$中的任意三项，则使得$a_ia_ja_k=1$的取法有多少种？

（2）$a_i,a_j,a_k\ (i<j<k)$为“(m,p)－数列”$\{a_n\}$中的任意三项，则存在多少正整数(m,p)对使得$1\leq m\leq p\leq 100$,且$a_ia_ja_k=1$的概率为$\dfrac{1}{2}$.

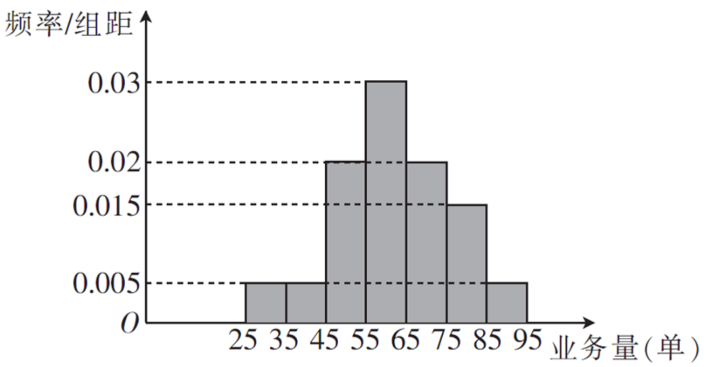
18.（12 分）已知等差数列$\{a_n\}$的前 ***n*** 项和为S_n，$a_2^2=8a_1+1$，公差$d>0$，S_1、S_4、S_{16}成等比数列，数列$\{b_n\}$满足$\log_2 b_n=(a_n-1)\log_2\sqrt{x}$.

（1）求数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的通项公式；

（2）已知$c_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{c_n+b_n\}$的前 ***n*** 项和$T_n$.

19.（12 分）已知正数 ***x***，***y***，***z*** 满足 ***x+y+z=t***（***t*** 为常数），且$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}+z^2$的最小值为$\dfrac{8}{7}$，求实数 ***t*** 的值.

20.（12 分）某大学开学期间，该大学附近一家快餐店招聘外卖骑手，该快餐店提供了两种日工资结算方案：方案(a)规定每日底薪 **100** 元，外卖业务每完成一单提成 **2** 元；方案(b)规定每日底薪 **150** 元，外卖业务的前 **54** 单没有提成，从第 **55** 单开始，每完成一单提成 **5** 元.该快餐店记录了每天骑手的人均业务量，现随机抽取 **100** 天的数据，将样本数据分为$[25,35),[35,45),[45,55),[55,65),[65,75),[75,85),[85,95]$七组，整理得到如图所示的频率分布直方图.



（1）随机选取一天，估计这一天该快餐店的骑手的人均日外卖业务量不少于 **65** 单的概率；

（2）从以往统计数据看，新聘骑手选择日工资方案(a)的概率为$\dfrac{1}{3}$，选择方案(b)的概率为$\dfrac{2}{3}$.若甲、乙、丙、丁四名骑手分别到该快餐店应聘，四人选择日工资方案相互独立，求至少有两名骑手选择方案(a)的概率，

（3）若仅从人日均收入的角度考虑，请你为新聘骑手做出日工资方案的选择，并说明理由.（同组中的每个数据用该组区间的中点值代替）

21.（12 分）已知变换 T 将平面上的点 $\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$，$(0,1)$ 分别变换为点 $\left(\dfrac{9}{4},-2\right)$，$\left(-\dfrac{3}{2},4\right)$．设变换 T 对应的矩阵为 M．

（1）求矩阵 M；

（2）求矩阵 M 的特征值.

22.（10 分）已知曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=3+2\cos\alpha \\ y=1+2\sin\alpha \end{cases}$ （α 为参数),以直角坐标系原点为极点,以 x 轴正半轴为极轴并取相同的单位长度建立极坐标系.

（1）求曲线 C 的极坐标方程,并说明其表示什么轨迹;

（2）若直线 l 的极坐标方程为 $\sin\theta-2\cos\theta=\dfrac{1}{\rho}$,求曲线 C 上的点到直线 l 的最大距离.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

分别以直线 AB 为 x 轴，直线 AD 为 y 轴建立平面直角坐标系，设 $E(x,y)$，根据 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC}=2$，可求 $x+y=1$，而 $(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC})^2=(x+2)^2+(y+2)^2$，化简求解.

【详解】

解: 建立以 A 为原点，以直线 AB 为 x 轴，直线 AD 为 y 轴的平面直角坐标系.设 $E(x,y)$，$x\in(0,2)$，$y\in(0,2)$，则 $\overrightarrow{AE}=(x,y)$，$\overrightarrow{AC}=(2,2)$，由 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AC}=2$，即 $2x+2y=2$，得 $x+y=1$.所以

$(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC})^2=(x+2)^2+(y+2)^2=x^2+y^2+4(x+y)+8$

$=2x^2-2x+13=2(x-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{25}{2}$，所以当 $x=\dfrac{1}{2}$ 时，$(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AC})^2$ 的最小值为 $\dfrac{25}{2}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查向量的数量积的坐标表示，属于基础题.

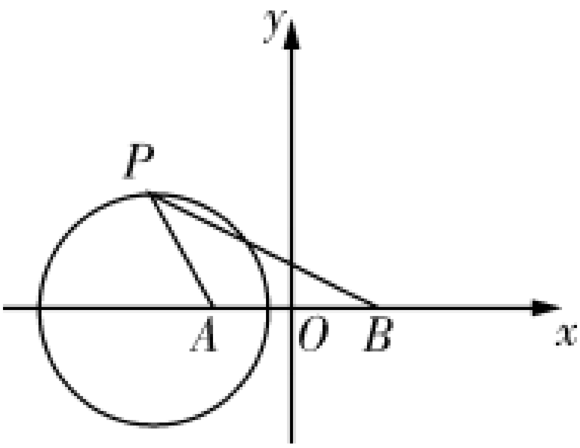
2、**A**

【解析】

根据平面内两定点A，B间的距离为**2**，动点P与A，B的距离之比为$\frac{\sqrt{2}}{2}$，利用直接法求得轨迹，然后利用数形结合求解.

【详解】

如图所示：



设$A(-1,0)$，$B(1,0)$，$P(x,y)$，则$\frac{\sqrt{(x+1)^2+y^2}}{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

化简得$(x+3)^2+y^2=8$，

当点P到AB（x轴）距离最大时，ΔPAB的面积最大，

$\therefore \Delta PAB$面积的最大值是$\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题主要考查轨迹的求法和圆的应用，还考查了数形结合的思想和运算求解的能力，属于中档题.

3、**C**

【解析】

观察图表，判断四个选项是否正确.

【详解】

由表易知 A、B、D 项均正确，2010年中国 GDP 为 $\dfrac{1.4670}{3.55\%}\approx 41$ 万亿元，2018年中国 GDP 为 $\dfrac{3.6990}{4.11\%}=90$ 万亿元，则从2010年至2018年，中国 GDP 的总值大约增加49万亿，故 **C** 项错误.

【点睛】

本题考查统计图表，正确认识图表是解题基础.

4、**B**

【解析】

由题意可得 $f(x)$ 的周期为 2，当 $x\in[2,3]$ 时，$f(x)=-2x^2+12x-18$，令 $g(x)=\log_a(x+1)$，则 $f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点，画出图像，数形结合，根据 $g(2)>f(2)$，求得 a 的取值范围.

【详解】

$f(x)$ 是定义域为 $\boldsymbol{R}$ 的偶函数，满足任意 $x\in\mathbf{R}$，

$f(x+2)=f(x)-f(1)$，令 $x=-1, f(1)=f(-1)-f(1)$，

又 $f(-1)=f(1),\therefore f(1)=0, f(x+2)=f(x)$，

$\therefore f(x)$ 为周期为 2 的偶函数，

当 $x\in[2,3]$ 时，$f(x)=-2x^2+12x-18=-2(x-3)^2$，

当 $x\in[0,1], x+2\in[2,3], f(x)=f(x+2)=-2(x-1)^2$，

当 $x\in[-1,0], -x\in[0,1], f(x)=f(-x)=-2(x+1)^2$，

作出 $f(x), g(x)$ 图像，如下图所示：

函数 $y=f(x)-\log_a(x+1)$ 至少有三个零点，

则 $f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点，

$\because f(x)\le 0$，若 $a>1$，

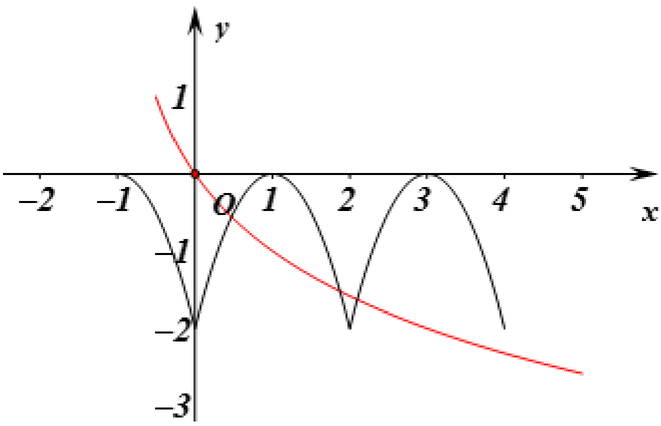
$f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像只有 **1** 个交点，不合题意，

所以 $0<a<1$，$f(x)$ 的图像和 $g(x)$ 的图像至少有 3 个交点，

则有 $g(2)>f(2)$，即 $\log_a(2+1)>f(2)=-2,\therefore \log_a 3>-2$，

$\therefore \dfrac{1}{a^2}>3, a^2<\dfrac{1}{3}, \because 0<a<1, \therefore 0<a<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

故选:B.



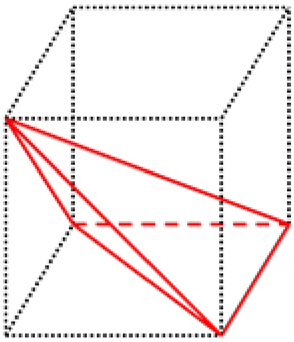
【点睛】

本题考查函数周期性及其应用，解题过程中用到了数形结合方法，这也是高考常考的热点问题，属于中档题.

5、C

【解析】

该几何体为三棱锥，其直观图如图所示，体积$V=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\right)\times2=\frac{4}{3}$．故选$C$.



6、D

【解析】

分析可得$k<0$,再去绝对值化简成标准形式,进而根据双曲线的性质求解即可.

【详解】

当$k\geq0$时,等式$kx^2+y^2=4|k|$不是双曲线的方程；当$k<0$时,$kx^2+y^2=4|k|=-4k$,可化为$\frac{y^2}{-4k}-\frac{x^2}{4}=1$,可得虚半轴长$b=2$,所以点 F 到双曲线 C 的一条渐近线的距离为 2.

故选：D

【点睛】

本题考查双曲线的方程与点到直线的距离.属于基础题.

7、B

【解析】

利用某一层样本数等于某一层的总体个数乘以抽样比计算即可.

【详解】

由题意，$30=1500\times\dfrac{n}{1500+1000}$，解得 $n=50$.

故选：B.

【点睛】

本题考查简单随机抽样中的分层抽样，某一层样本数等于某一层的总体个数乘以抽样比，本题是一道基础题.

8、B

【解析】

人每天走的路程构成公比为 $\dfrac{1}{2}$ 的等比数列，设此人第一天走的路程为 a_1，计算 $a_1=192$，代入得到答案.

【详解】

由题意可知此人每天走的路程构成公比为 $\dfrac{1}{2}$ 的等比数列，设此人第一天走的路程为 a_1，

则 $\dfrac{a_1\left[1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^6\right]}{1-\dfrac{1}{2}}=378$，解得 $a_1=192$，从而可得 $a_2=192\times\dfrac{1}{2}=96, a_4=192\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=24$，故

$a_2-a_4=96-24=72$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了等比数列的应用，意在考查学生的计算能力和应用能力.

9、A

【解析】

根据幂函数的定义域与分母不为零列不等式组求解即可.

【详解】

因为函数$\square=\sqrt{2\square-3}+\frac{1}{\square-3}$, $\therefore\begin{cases}2\square-3\geq 0\\ \square-3\neq 0\end{cases}$,

解得$\square\geq\frac{3}{2}$且$\square\neq 3$;

$\therefore$函数$\square(\square)=\sqrt{2\square-3}+\frac{1}{\square-3}$的定义域为$\left[\frac{3}{2},3\right)\cup(3,+\infty)$, 故选 A.

【点睛】

定义域的三种类型及求法：(1)已知函数的解析式，则构造使解析式有意义的不等式(组)求解；(2) 对实际问题：由实际意义及使解析式有意义构成的不等式(组)求解；(3) 若已知函数□(□)的定义域为[□, □]，则函数□(□(□))的定义域由不等式□ ≤ □(□) ≤ □求出.

10、D

【解析】

先求出集合 B，再与集合 A 求交集即可.

【详解】

由已知，$x^2-x+2=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{7}{4}>0$，故 $B=R$，所以 $A\cap B=\{-2,-1,0,1,2\}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查集合的交集运算，考查学生的基本运算能力，是一道容易题.

11、A

【解析】

先将函数解析式化简为 $y=|\cos x|$，结合题意可求得切点 x_4 及其范围 $x_4\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，根据导数几何意义，即可求得 $\left(x_4+2\right)\tan x_4$ 的值.

【详解】

函数 $y=\begin{cases}\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}\right)(k\in z),\\-\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right),x\in\left[2k\pi+\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3\pi}{2}\right)(k\in z),\end{cases}$

即 $y=|\cos x|$

直线 $y=m(x+2)(m>0)$ 与函数 $y=|\cos x|$ 图象恰有四个公共点，结合图象知直线 $y=m(x+2)(m>0)$ 与函数 $y=-\cos x$ 相切于 x_4，$x_4\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，

因为 $y'=\sin x$，

故 $k=\sin x_4=\frac{-\cos x_4}{x_4+2}$，