四川省宜宾市三中教育集团2024-2025学年高二上学期10月月考数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．已知直线l过点$\left(-2,1\right)$，且倾斜角是$\dfrac{\pi}{2}$，则直线l的方程是（　）.

A．$x+y+1=0$　　B．$y=-\dfrac{1}{2}x$　　C．$x+2=0$　　D．$y-1=0$

2．已知直线l的方向向量为$\vec{a}=\left(4,k-1,-k\right)$，平面$\alpha$的法向量为$\vec{b}=\left(k,\dfrac{3}{2},k+1\right)$，若直线$l\perp$平面$\alpha$，则$k$的值为（　）

A．-2　　B．3　　C．-2或3　　D．$\dfrac{1}{2}$或-2

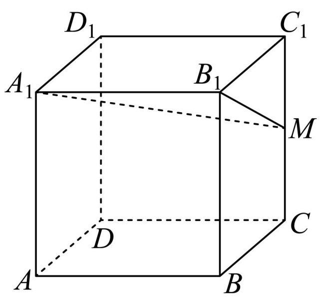
3．若$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$为两两垂直的三个空间单位向量，则$\left|2\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}\right|=$（　）

A．$2\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{17}$　　C．$\sqrt{14}$　　D．$\sqrt{13}$

4．已知直线$mx+4y-2=0$与$2x-5y+n=0$垂直，垂足为$\left(1,p\right)$，则$m-n+p$的值为（　）

A．24　　B．20　　C．0　　D．-10

5．在棱长为2的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点M为棱CC_1的中点，则点B到直线A_1M的距离为（　）



A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

6．已知点$A\left(2,-3\right)$，$B\left(-3,-2\right)$，直线l：$mx+y-m-1=0$与线段AB相交，则实数m的取值范围是（　）

A．$m\leq-4$或$m\geq\dfrac{3}{4}$　　B．$m\leq-\dfrac{3}{4}$或$m\geq4$

C． $-4 \le m \le \frac{3}{4}$　　　　　　　　D． $-\frac{3}{4} \le m \le 4$

7．某节物理课上，物理老师讲解光线的入射、反射与折射，为了更好地解释光线的路径，物理老师将此问题坐标化如下：已知入射光线从$A(-6,-4)$射出，经过直线$x-y=0$的点B后第一次反射，若此反射光线经过直线$x=1$上的点C时再次反射，反射后经过点$D(0,12)$，则可以求得直线BC的斜率为（　　）

A． $\frac{7}{2}$　　　　B． $\frac{5}{2}$　　　　C．4　　　　D．3

8．阅读下面材料：在空间直角坐标系$Oxyz$中，过点$P(x_0,y_0,z_0)$且一个法向量为$\vec{m}=(a,b,c)$的平面α的方程为$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$，过点$P(x_0,y_0,z_0)$且方向向量为$\vec{n}=(u,v,w)(uvw\ne 0)$的直线$l$的方程为$\frac{x-x_0}{u}=\frac{y-y_0}{v}=\frac{z-z_0}{w}$．根据上述材料，解决下面问题：已知平面$\alpha$的方程为$2x-y+z-7=0$，直线$l$是两个平面$x-y+2=0$与$2x-z+1=0$的交线，则直线$l$与平面$\alpha$所成角的正弦值为（　　）

A． $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　　　B． $\frac{1}{3}$　　　　C． $\frac{\sqrt{2}}{3}$　　　　D． $\frac{1}{2}$

二、多选题

9．已知空间中三个向量$\vec{a}=(1,2,0)$，$\vec{b}=(-1,2,1)$，$\vec{c}=(-1,-2,1)$，则下列说法正确的是（　　）

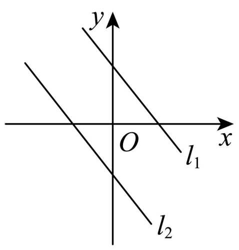
A． $\vec{a}$与$\vec{c}$是共线向量

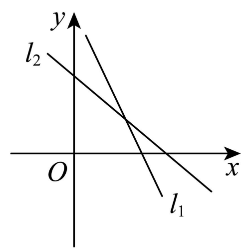
B．与$\vec{a}$同向的单位向量是$\left(\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{2\sqrt{5}}{5},0\right)$

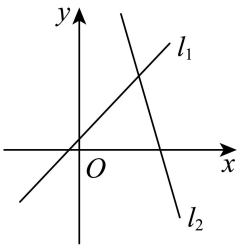
C． $\vec{c}$在$\vec{a}$方向上的投影向量是$(-1,-2,0)$

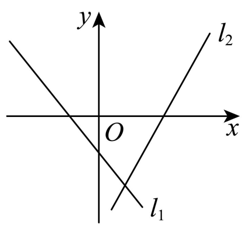
D． $\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为90°

10．已知直线l_1：$ax-y-b=0$，l_2：$bx-y+a=0$，当a，b满足一定的条件时，它们的图形可能是（　　）

A．


B．


C. 

D. 

11．在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AA_1=1$，点 P 满足 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\mu\overrightarrow{BB_1}$，其中 $\lambda\in[0,1]$，$\mu\in[0,1]$，则（　）

A．当 $\lambda=1$ 时，$\triangle AB_1P$ 的周长为定值

B．当 $\mu=1$ 时，三棱锥 $P-A_1BC$ 的体积为定值

C．当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时，有且仅有一个点 P，使得 $A_1P\perp BP$

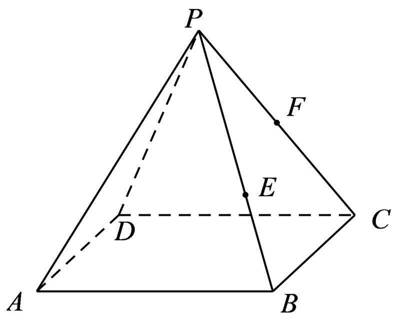
D．当 $\mu=\frac{1}{2}$ 时，有且仅有一个点 P，使得 $A_1B\perp$ 平面 AB_1P

三、填空题

12．已知直线 $l_1:x+(1+m)y+m-2=0$ 与直线 $l_2:mx+2y+8=0$ 平行，则 $m=$__________.

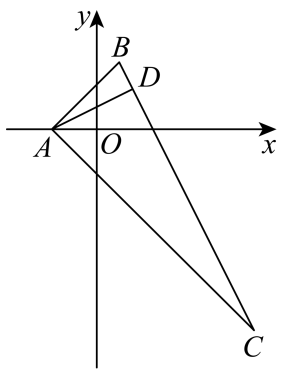
13．在棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，F 分别为棱 DA，BB_1 的中点，M，N 分别为线段 D_1A_1，A_1B_1 上的动点（不包括端点），且 $EN\perp FM$，则线段 MN 的长度的最小值为__________.

14．在通用技术课上，老师给同学们提供了一个如图所示的木质正四棱锥模型 $P-ABCD$，并要求同学们将该四棱锥切割成三个小四棱锥.某小组经讨论后给出如下方案：第一步，过点 A 作一个平面分别交 PB，PC，PD 于点 E，F，G，得到四棱锥 $P-AEFG$；第二步，将剩下的几何体沿平面 ACF 切开，得到另外两个小四棱锥.在实施第一步的过程中，为方便切割，需先在模型表面画出截面四边形 $AEFG$，若 $\frac{PE}{PB}=\frac{3}{5}$，$\frac{PF}{PC}=\frac{1}{2}$，则 $\frac{PG}{PD}$ 的值为___________.



四、解答题

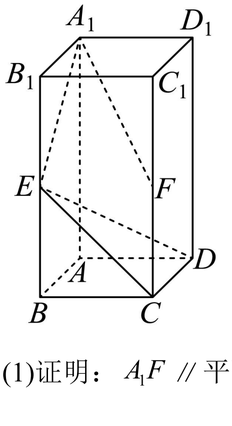
15．在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^{\circ}$，BC 边上的高 AD 所在直线的方程为 $x-2y+2=0$，$\angle A$ 的平分线所在直线的方程为 $y=0$，点 B 的坐标为 $(1,3)$.



(1)求直线 BC 的方程；

(2)求直线 AC 的方程及点 C 的坐标.

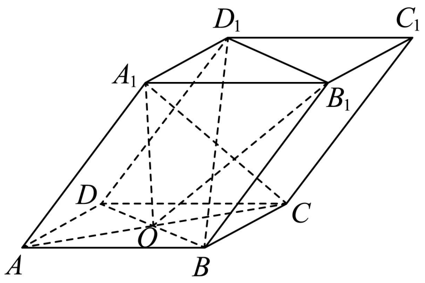
16．如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=2AB=4,E,F$ 分别为 BB_1,CC_1 的中点.



(1)证明：A_1F // 平面 CDE；

(2)求三棱锥 A_1-CDE 的体积；

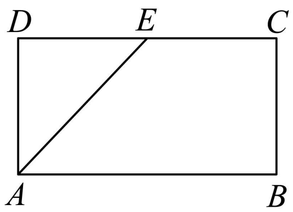
17. 如图，已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是矩形，且 $\angle A_1AD=\angle A_1AB=60^{\circ}$，$AB=AA_1=2$，$AD=1$，$O$ 为 AC 与 BD 的交点，设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$.



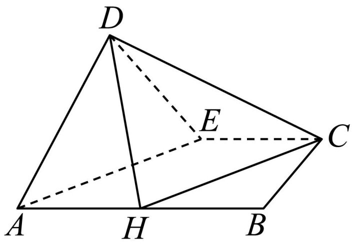
(1)用$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$表示$\overrightarrow{A_1O}$，$\overrightarrow{BD_1}$；

(2)求异面直线A_1O与BD_1所成角的余弦值.

18．如图甲，在矩形$ABCD$中，$AB=2AD=2\sqrt{2},E$为线段DC的中点，V ADE沿直线AE折起，使得$DC=\sqrt{6}$，如图乙.



甲

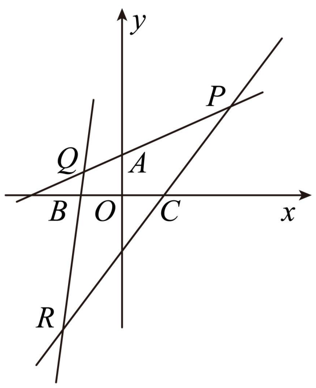


乙

(1)求证：$BE\perp$平面ADE；

(2)线段AB上是否存在一点H，使得平面ADE与平面DHC所成的角为$\frac{\pi}{4}$？若不存在，说明理由；若存在，求出H点的位置.

19．已知点P和非零实数λ，若两条不同的直线l_1、l_2均过点P，且斜率之积为λ，则称直线l_1、l_2是一组“P_λ共轭线对”，如直线$l_1: y=2x$和$l_2: y=-\frac{1}{2}x$是一组“O_{-1}共轭线对”，其中O是坐标原点.



（1）已知l_1、l_2是一组“O_{-3}共轭线对”，且知直线$l_1: y=2x$，求直线l_2的方程；

（2）如图，已知点$A(0,1)$、点$B(-1,0)$和点$C(1,0)$分别是三条倾斜角为锐角的直线PQ、QR、RP上的点（A、B、C与P、Q、R均不重合），且直线PR、PQ是“P_1共轭线对”，直线QP、QR是“Q_4共轭线对”，直线RP、RQ是“R_9共轭线对”，求点P的坐标；

（3）已知点$Q(-1,-\sqrt{2})$，直线l_1、l_2是“Q_{-2}共轭线对”，当l_1的斜率变化时，求原点O到直线l_1、l_2的距离之积的取值范围.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	B	C	B	D	D	BC	ACD
题号	11									
答案	BD									

1．C

【分析】根据直线l过点$\left(-2,1\right)$，且倾斜角是$\frac{\pi}{2}$，可求得直线l的方程.

【详解】由于直线l过点$\left(-2,1\right)$，且倾斜角是$\frac{\pi}{2}$，则直线l的方程为$x=-2$，即$x+2=0$.

故选：C.

【点睛】本题考查直线方程的求解，考查计算能力，属于基础题.

2．A

【分析】由题意可得$\vec{a}\,//\,\vec{b}$，从而利用向量共线的坐标运算列出方程求解即可.

【详解】因为直线$l\perp$平面α，所以$\vec{a}\,//\,\vec{b}$，则$\frac{4}{k}=\frac{k-1}{\frac{3}{2}}=\frac{-k}{k+1}$，解得$k=-2$.

故选：A

3．B

【分析】利用空间向量的数量积性质即可求解.

【详解】依题意得，$\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|=\left|\vec{c}\right|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{b}=0$；

所以

$$\left|2\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}\right|=\sqrt{\left(2\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}\right)^2}=\sqrt{4\vec{a}^2+4\vec{b}^2+9\vec{c}^2+8\vec{a}\cdot\vec{b}-12\vec{a}\cdot\vec{c}-12\vec{b}\cdot\vec{c}}=\sqrt{4+4+9}=\sqrt{1}$$，

故选：B.

4．B

【分析】根据两直线垂直的充要条件求出m，再把点$\left(1,p\right)$代入直线，可把p值求出，再把已知点代入另一直线中，求出n得解.

【详解】因为直线：$mx+4y-2=0$与直线：$2x-5y+n=0$互相垂直，

则$m\times2-4\times5=0$，解得$m=10$，

又因两直线垂足为$\left(1,p\right)$，则$10+4p-2=0$，解得$p=-2$，

将$\left(1,-2\right)$代入直线$2x-5y+n=0$，则$2+5\times2+n=0$，

解之得$n=-12$，

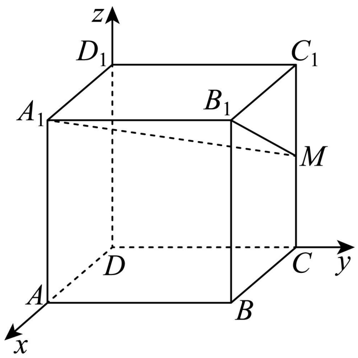
所以$m-n+p=10-(-12)+(-2)=20$.

故选：B.

5．C

【分析】建立空间直角坐标系，写出点的坐标，利用空间点到直线的向量距离公式求出答案

【详解】以D为原点，DA,DC,DD_1所在直线分别为x,y,z轴，建立空间直角坐标系，



$B(2,2,0),A_1(2,0,2),M(0,2,1)$，

则$\vec{u}=\dfrac{\overrightarrow{A_1M}}{\left|\overrightarrow{A_1M}\right|}=\dfrac{(-2,2,-1)}{\sqrt{4+4+1}}=\left(-\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$，

点B到直线A_1M的距离为$\sqrt{\overrightarrow{A_1B}^2-\left(\overrightarrow{A_1B}\cdot\vec{u}\right)^2}=\sqrt{0+4+4-\left((0,2,-2)\left(-\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)\right)^2}$

$=\sqrt{8-\left(\dfrac{4}{3}+\dfrac{2}{3}\right)^2}=2$.

故选：C

6．B

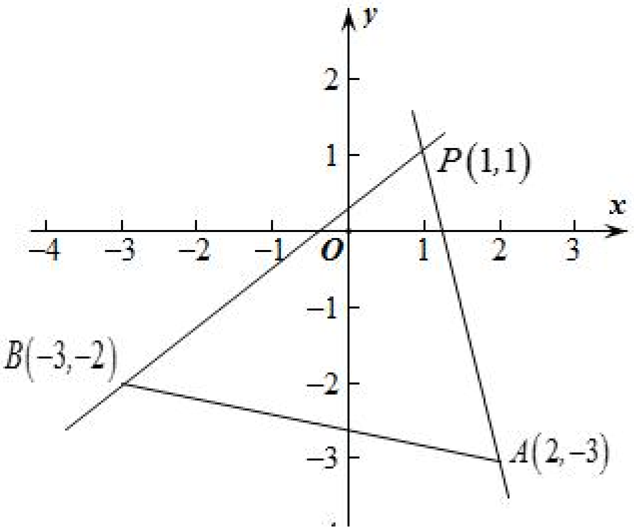
【分析】由$y=-m(x-1)+1$可求出直线l过定点$P(1,1)$，作出图象，求出k_{PA}和k_{PB}，数形结合可得$-m\le k_{PA}$或$-m\ge k_{PB}$，即可求解.

【详解】由$mx+y-m-1=0$可得：$m(x-1)+y-1=0$，

由$\begin{cases}x-1=0\\y-1=0\end{cases}$可得$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$，所以直线$l$：$mx+y-m-1=0$过定点$P(1,1)$，

由$mx+y-m-1=0$可得$y=-m(x-1)+1$，

作出图象如图所示：



$k_{PA}=\dfrac{-3-1}{2-1}=-4$，$k_{PB}=\dfrac{-2-1}{-3-1}=\dfrac{3}{4}$，

若直线l与线段AB相交，则$-m\le -4$或$-m\ge \dfrac{3}{4}$，解得$m\le -\dfrac{3}{4}$或$m\ge 4$，

所以实数m的取值范围是$m\le -\dfrac{3}{4}$或$m\ge 4$，

故选：B.

7．D

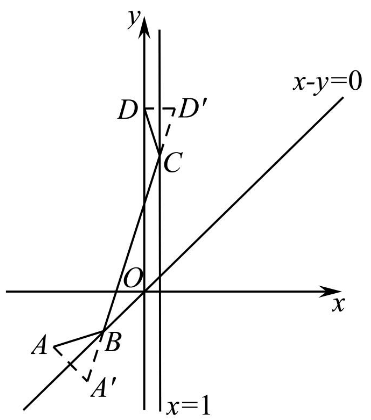
【分析】分别求出A关于$x-y=0$的对称点A'，D关于$x=1$的对称点$D¢$，所求斜率即为$A'D'$的斜率，

【详解】作出图形如图所示，分别作$A\left(-6,-4\right)$关于$y=x$的对称点$A'\left(-4,-6\right)$，

以及$D\left(0,12\right)$关于直线$x=1$的对称点$D'\left(2,12\right)$，

则$k_{BC}=k_{A'D'}=\dfrac{12+6}{2+4}=3$.

故选：D



8．D

【分析】由题意分别求出平面α，平面$x-y+2=0$与$2x-z+1=0$的法向量，再结合向量知识得到直线的方向向量，最后由线面角的公式求出结果即可.

【详解】因为平面α的方程为$2x-y+z-7=0$，

所以平面α的一个法向量为$\overrightarrow{m_0}=(2,-1,1)$，

同理可得平面$x-y+2=0$与$2x-z+1=0$的一个法向量为$\overrightarrow{m_1}=(1,-1,0)$和$\overrightarrow{m_2}=(2,0,-1)$，

设直线l的一个方向向量为$\overrightarrow{n_0}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\overrightarrow{m_1}\cdot\overrightarrow{n_0}=x-y=0\\ \overrightarrow{m_2}\cdot\overrightarrow{n_0}=2x-z=0\end{cases}$，

不妨取$x=1$，则$\overrightarrow{n_0}=(1,1,2)$，

直线l与平面α所成的角为θ，

则$\sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{m_0},\overrightarrow{n_0}\rangle\right|=\left|\dfrac{\overrightarrow{m_0}\times\overrightarrow{n_0}}{\left|\overrightarrow{m_0}\right|\left|\overrightarrow{n_0}\right|}\right|=\dfrac{|2-1+2|}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{1}{2}$，

故选：D.

9．BC

【分析】利用共线向量的定义可判断A选项；利用与$\vec{a}$同向的单位向量是$\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$可判断B选项；利用投影向量的定义可判断C选项；利用空间向量数量积的坐标运算可判断D选项.

【详解】已知空间中三个向量$\vec{a}=(1,2,0)$，$\vec{b}=(-1,2,1)$，$\vec{c}=(-1,-2,1)$，

对于A选项，因为$\dfrac{1}{-1}=\dfrac{2}{-2}\neq\dfrac{0}{1}$，故$\vec{a}$、$\vec{c}$不共线，A错；

对于B选项，与$\vec{a}$同向的单位向量是$\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}},\dfrac{2}{\sqrt{5}},0\right)=\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5},\dfrac{2\sqrt{5}}{5},0\right)$，B对；

对于C选项，$\vec{c}$在$\vec{a}$方向上的投影向量是$|\vec{c}|\cos\langle\vec{a},\vec{c}\rangle\cdot\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{c}}{|\vec{a}|^2}\cdot\vec{a}=-\dfrac{5}{5}(1,2,0)=(-1,-2,0)$，C对；

对于D选项，因为$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\neq0$，则$\vec{a}$、$\vec{b}$不垂直，D错.

故选：BC.

10．ACD

【分析】首先将直线的一般式方程化为斜截式，根据斜率和截距之间的关系，结合图形逐一