

华师一附中 2024 届高三数列专题《数列与不等式》

一、单选题

1. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_2 = 3$, 且 $(n+1)S_{n+1} = (n+1)S_n + (n+2)a_n$, 若存在 $n \in \mathbb{N}^*$,

使得 $2S_n + 22 < ka_n$ 成立, 则实数 k 的最小值为()

- A. $4\sqrt{5} + 1$ B. 8 C. $\frac{32}{3}$ D. 10

2. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{10}{9} a_n$, 则使得“对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 都有 $a_{n+1} > a_n$ ”成立的一个充分条件是 ()

- A. $a_1 \in (0, 2)$ B. $a_1 \in (2, \frac{5}{2})$ C. $a_1 \in (\frac{5}{2}, \frac{9}{2})$ D. $a_1 \in (\frac{9}{2}, 5)$

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, 其前 n 项和为 S_n , 且满足 $S_n = 2 - a_n$, 数列 $\{a_n^2\}$ 的前 n 项和为 T_n , 若 $S_n^2 - \lambda(-1)^n T_n > 0$ 对 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立, 则实数 λ 的取值范围是()

- A. $(3, +\infty)$ B. $(-1, 3)$ C. $(2, \frac{9}{5})$ D. $(-1, \frac{9}{5})$

4. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n^2 + tn + 2$, 已知其为单调递增数列, 则 t 的取值范围为()

- A. $[-4, +\infty)$ B. $(-6, +\infty)$ C. $[-6, +\infty)$ D. $(-\infty, -4)$

5. 对于数列 $\{a_n\}$, 若 $\forall m, n \in \mathbb{N}^* (m < n)$, 都有 $\frac{a_m - a_n}{m - n} > t$ (t 为常数) 成立, 则称数列 $\{a_n\}$ 具有性质 $P(t)$. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n^2 - \frac{a}{n}$, 且具有性质 $P(5)$, 则实数 a 的取值范围

是 ()

- A. $[5, +\infty)$ B. $[4, +\infty)$ C. $(-\infty, 4]$ D. $(-\infty, 5]$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{3}$, $a_{n+1} = a_n + \frac{a_n^2}{n^2} (n \in \mathbb{N}^*)$, 则下列选项正确的是()

- A. $a_{2021} < a_{2020}$ B. $\frac{2021}{4043} < a_{2021} < 1$ C. $0 < a_{2021} < \frac{2021}{4043}$ D. $a_{2021} > 1$

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = a > 0, a_{n+1} = -a_n^2 + ta_n (n \in \mathbb{N}^*)$, 若存在实数 t , 使 $\{a_n\}$ 单调递增, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(3, 4)$

二、多选题

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2$, $b_n = (-1)^n a_n a_{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 满足

$T_n > n^2 - 2n$ 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立，则下列命题正确的是 ()

A. $a_n = 2n - 1$

B. 当 n 为奇数时， $T_n = -3n^2 + 2n - 2$

C. $T_{2n} = 8n^2 + 4n$

D. t 的取值范围为 $(-\infty, -2)$

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $\frac{1}{\sqrt{S_n}} - \sqrt{S_n} = \sqrt{a_n}$ ，下列结论正确的是 ()

A. $S_n = \frac{1}{2^{n-1}} S_{n-1} \quad (n > 2)$

B. $\left\{ \frac{1}{S_n - 1} \right\}$ 为等差数列

C. $S_1^2 S_3^2 \dots S_{2n-1}^2 > \frac{1}{4n}$

D. $a_n = \frac{n}{n+1}$

10. 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，数列 $\{a_n^2\}$ 的前 n 项和为 T_n ，若 $a_1 = \frac{1}{2}$ ，点 (a_n, a_{n+1}) 在函数

$f(x) = x^2 - x + 1$ 的图像上，则下列结论正确的是 ()

A. 数列 $\{a_n\}$ 递增

B. $\frac{1}{2} < a_n < 1$

C. $a_{n+1} > \frac{1}{2}(a_n + 1)$

D. $S_n < \frac{1}{2}(T_n + n)$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n \cdot e^{a_{n+1}} = e^{a_n} - 1$ ，且 $a_1 = 1$ ， S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则下列结论正确的是 ()

A. $a_n > 0$

B. $a_{n+1} > a_n$

C. $a_{2021} + a_{2023} > 2a_{2022}$

D. $S_{2023} > 2$

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 0$ ， $a_{n+1} = \ln(e^{a_n} + 1) - a_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$)，前 n 项和为 S_n (参考数据： $\ln 2 \sim 0.693$ ， $\ln 3 \sim 1.099$)，则下列选项正确的是 ()

A. $\{a_{2n-1}\}$ 是单调递增数列， $\{a_{2n}\}$ 是单调递减数列

B. $a_n + a_{n+1} < \ln 3$

C. $S_{2020} < 670$

D. $a_{2n-1} > a_{2n}$

三、解答题

13. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $S_n = \frac{3^{n+1} - 3}{2}$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若数列 $\left\langle \frac{S_{2n}+15}{a_n} \right\rangle$ 的最小项为第 m 项，求 m ；

(3) 设 $b_n = \frac{2a_n}{(a_n - 2)^2}$, 数 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 证明: $T_n < \frac{13}{2}$

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 首项 $a_1 = \frac{3}{5}$, 且满足 $a_{n+1} = \frac{3a_n}{2a_n + 1}$.

(1) 求证: 数列 $\left\{\frac{1}{a_n} - 1\right\}$ 为等比数列, 并求 $\{a_n\}$ 的通项;

$$\frac{1}{a_n} - 1$$

(2) 若不等式 $\lambda a_n < a_{n+1}$ ($n = *$) 恒成立, 求实数 λ 的取值范围.

15. 已知单调递增的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 2$, _____. 给出以下条件:

① $\frac{1}{a_5}$ 是 $\frac{1}{a_2}$ 与 $\frac{1}{a_3}$ 的等差中项; ② $S_2, a_6, S_4 + 4$ 成等比数列; ③ $a_2, a_3 + 2, a_6 + 4$ 成等比数列. 从中任选一个, 补充在上面的横线上, 再解答.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 令 $\begin{cases} b_n \\ a_n \end{cases}$ 是以 2 为首项, 2 为公比的等比数列, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n . 若 $n \in \mathbb{N}^*$,

$\lambda(T_n + 2^{n+2} - 4) > 8S_n - 26a_n$, 求实数 λ 的取值范围. (注: 如选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分)

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_1 + \frac{a_2}{2} + \frac{a_3}{3} + \dots + \frac{a_n}{n} = a_{n+1} - 2$, $n \in \mathbb{N}^*$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 2$, $b_2 = 4$, $b_{n+1}^2 = b_n b_{n+2}$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \frac{a_n}{b_n}$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 不等式 $(-1)^n \lambda < S_n + \frac{n}{2^{n-1}}$ 对一切

$n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立, 求实数 λ 的取值范围.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_n > 0$, 且 $a_2 + 2a_n = 4S_n - 1$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{S_n}{a_n a_{n+1}}$ 的前 n 项和为 P_n , 求 P_n .

(3) 记数列 $\left\langle \left| \left(-\frac{1}{2} \right)^{\frac{a_n+1}{2}} \right| \right\rangle$ 的前 n 项和为 T_n , 若 $\lambda < T_n - \frac{1}{T_n} < t$ 恒成立, 求 $t - \lambda$ 的最小值.

18. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$.

(1) 若 $a_2 + a_4 = a_3^2$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \sqrt{a_{n+1}^2 - 2a_n - 3}$, $n \in \mathbb{N}^*$, 且 $\{b_n\}$ 是等差数列, 记 T_n 是数列 $\left\langle \frac{1}{a_n b_n} \right\rangle$ 的

前 n 项和. 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 不等式 $4T_n < \lambda$ 恒成立, 求整数 λ 的最小值.

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_{n+1}a_{n+2} - a_n^2$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 求证: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列;

(2) 设数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 的公差均为 d ($d > 0$), 且存在正整数 s, t , 使得 $a_s + b_t - 3 = -\frac{16}{3(s+t)}$,

求 a_1 的最大值;

(3) 在 (2) 的条件下, 当 a_1 取得最大值时, 设 $c_n = 3a_n + \frac{1}{3}$, 记数列 $\left\langle \frac{1}{2^{c_n}} \right\rangle$ 的前 n 项和为 T_n ,

问: 是否存在自然数 c, k , 使得 $\frac{T_{k+1} - c}{T_k - c} > 2$ 成立? 说明理由.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 4$, S_n 是 a_{n+1} 与 $2n - 4$ 的等差中项.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = 4^n + (-1)^{n+1} t a_n$, 若数列 $\{b_n\}$ 是递增数列, 求 t 的取值范围.

(3) 设 $c_n = \frac{1}{a_n} - \frac{1}{3}$, 且数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求证: $T_n < \frac{9}{16}$.

21. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 对一切正整数 n , 点 $P_n(a_n, \sqrt{S_n})$ 都在函数 $f(x) = \frac{x+1}{2}$

的图象上.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 且 $b_n = 2^n a_{n+1}$, 若 $\frac{T_n - 2}{2^{n+1}} > \lambda \sqrt{a_{n+1}} - 16$ 恒成立, 求实数 λ 的

取值范围.

22. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = 2a_n - 2^{n+1}$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \log_2 \frac{a_n}{n+1}$, 其中 $n \in \mathbb{N}^*$.

(1) 证明 $\left\langle \frac{a_n}{2^n} \right\rangle$ 为等差数列, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\langle \frac{a_n^2}{n+1} \right\rangle$ 的前 n 项和为 T ;

$|n+1|$

(3) 求使不等式 $(1 + \frac{1}{b_1}) \cdot (1 + \frac{1}{b_2}) \cdots (1 + \frac{1}{b_{2n-1}}) > m \cdot \sqrt{b_{2n+1}}$, 对任意正整数 n 都成立的最大实数 m 的值.

23. 已知函数 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 =$

$$\frac{1}{2}, a_{n+1} = \sin\left(\frac{\pi}{2} a_n\right), n \in \mathbb{N}^*.$$

(1) 证明: $\frac{1}{2} < a_n < a_{n+1} < 1$.

(2) 设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 证明: $S_n > n - \frac{3}{2}$.

24. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = a, a_{n+1} a_n - a_n^2 = 1 (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 若 $a_3 = \frac{5}{2}$, 求实数 a 的值;

(2) 设 $b_n = \frac{a_n}{n}$, 若 $a = 1$, 证明: $\sqrt{2} < b_n < \frac{3}{2} (n \geq 2)$.

25. 已知每一项都是正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n n + 1}{12a_n} (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 证明: $a_{2n+1} < a_{2n-1}$.

(2) 证明: $\frac{1}{6} < a_n < 1$.

(3) 记 S_n 为数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 的前 n 项和, 证明: $S_n < 6$.

26. 甲、乙、丙三个小学生相互抛沙包, 第一次由甲抛出, 每次抛出时, 抛沙包者等可能的将沙包抛给另外两个人中的任何一个, 设第 $n (n \in \mathbb{N}^*)$ 次抛沙包后沙包在甲手中的方法数为 a_n , 在丙手中的方法数为 b_n .

(1) 求证: 数列 $\{a_{n+1} + a_n\}$ 为等比数列, 并求出 $\{a_n\}$ 的通项;

(2) 求证: 当 n 为偶数时, $a_n > b_n$.

27. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足: $\frac{2S_n}{n} = a_n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$.

(1) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 为等差数列;

(2) 若 $a_2 = 3$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1, b_3 = a_3 - 1, \lg b_n + \lg b_{n+2} = 2\lg b_{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$, 记 T_n 为 $\{b_n\}$ 的

前 n 项和 , 求证 : $T_n \cdot T_{n+2} < T_{n+1}^2$;

(3) 在(2)的前提下, 记 $c_n = \begin{cases} \frac{(6n-7)b^n}{a_n a_{n+2}}, & n \text{ 为奇数} \\ \log_2 b_{n+1}, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和为 K_{2n} , 若不等

式 $(-1)^n \lambda + \frac{4^n}{4n+1} < K_{2n}$ 对一切 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立, 求 λ 的取值范围.

28. 已知函数 $f(x) = x \cos x - \sin x + 1 (x > 0)$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间.

(2) 记 x_i 为 $f(x)$ 从小到大的第 $i (i \in \mathbf{N}^*)$ 个零点, 证明:

① 当 i 取 $1, 3, 5, \dots, 2k+1 (k \in \mathbf{N})$ 时, 有 $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_3^2} + \dots + \frac{1}{x_{2k+1}^2} < \frac{9}{2\pi^2}$.

② 对一切 $n \in \mathbf{N}^*$, 有 $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} + \dots + \frac{1}{x_n^2} < \frac{23}{4\pi^2}$.

29. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 点 (a_n, S_n) 都在函数 $f(x) = 2x - 2$ 的图象上.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 已知数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \frac{1}{a_n} - \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) (n \in \mathbf{N}^*)$, 若对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 存在 $x_0 \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$,

使得 $c_1 + c_2 + \dots + c_n = f(x_0) - a$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

30. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 2, S_6 = 22$.

(1) 求 S_n ;

(2) 若从 $\{a_n\}$ 中抽取一个公比为 q 的等比数列 $\{a_{k_n}\}$, 其中 $k_1 = 1$, 且 $k_1 < k_2 < \dots < k_n < \dots, k_n \in \mathbf{N}^*$.

① 当 q 取最小值时, 求 $\{k_n\}$ 的通项公式;

② 若关于 $n (n \in \mathbf{N}^*)$ 的不等式 $6S_n > k_{n+1}$ 有解, 试求 q 的值.

华师一附中高三数列专题（数列与不等式）

参考答案：

1. D

【分析】先由 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ 化简得递推关系 $\frac{a_{n+1}}{n+2} = \frac{a_n}{n+1} = \frac{a_2}{3} = 1$ ，从而求得 $\{a_n\}$ 通项 a_n 及前

n 项和 S_n ，要使 $2S_n + 22 < ka_n$ 能成立，即 $k > \frac{n(n+3)+22}{n+1}$ 能成立，令 $t = n + 1$ ，转化为求解

$g(t) = t + \frac{20}{t} + 1$ 的最小值即可。

【详解】由 $(n+1)S_{n+1} = (n+1)S_n + (n+2)a_n$

得 $(n+1)a_{n+1} = (n+1)S_{n+1} - (n+1)S_n = (n+2)a_n$ ，

则有 $\frac{a_{n+1}}{n+2} = \frac{a_n}{n+1}$ 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ 成立，

又 $a_2 = 3$ ，则 $\frac{a^n}{n+1} = \frac{a^2}{3} = 1$ ，

故 $a_n = n + 1$ ，且 $a_{n+1} - a_n = (n+1) - n = 1$

则数列 $\{a_n\}$ 是以 2 为首项，1 为公差的等差数列，

则 $S_n = \frac{n(2+n+1)}{2} = \frac{n(n+3)}{2}$ ，

由 $2S_n + 22 < ka_n$ 得， $n(n+3) + 22 < k(n+1)$ ，

分离参数得， $k > \frac{n(n+3)+22}{n+1}$ ，

令 $n+1 = t (t > 2, t \in \mathbb{N}^*)$

则 $g(t) = \frac{t^2 + t + 20}{t} = t + \frac{20}{t} + 1$

令 $g(x) = x + \frac{20}{x} + 1 (x > 0)$ ，则 $g'(x) = 1 - \frac{20}{x^2} = \frac{x^2 - 20}{x^2}$

当 $x \in (0, 2\sqrt{5})$ 时， $g'(x) < 0$ ， $g(x)$ 单调递减；

当 $x \in (2\sqrt{5}, +\infty)$ 时， $g'(x) > 0$ ， $g(x)$ 单调递增；

由 $t > 2, t \in \mathbb{N}^*$ ，则当 $t < 4$ 时， $g(2) > g(3) > g(4)$ ，

当 $t > 5$ 时，恒有 $g(t) < g(t+1)$ ，

又 $g(4) = g(5) = 10$, 故 $g(t)$ 的最小值为10 .

若存在 $n \in \mathbb{N}^*$ ，使得 $2S_n + 22 < ka_n$ 成立，则 $k > g(t)_{\min}$ ，

则有 $k > 10$ ，即实数 k 的最小值为 10.

故选：D.

2. A

【分析】根据给定条件，解不等式求出 a_n 的范围，结合排除法逐项判断即得.

【详解】数列 $\{a_n\}$ 中， $a_{n+1} = \frac{10}{9-2a_n}$ ，由 $a_{n+1} > a_n$ ，得 $\frac{10}{9-2a_n} > a_n$ ，即 $\frac{2a_n - 9a_n + 10}{9-2a_n} > 0$ ，

整理得 $\frac{(2a_n - 5)(a_n - 2)}{9 - 2a_n} > 0$ ，即 $(a_n - 2)(2a_n - 5)(2a_n - 9) < 0$ ，解得 $a_n \in (1, 2) \cup (\frac{5}{2}, \frac{9}{2})$ ，

因此任意 $n \in \mathbb{N}^*$ ，有 $a_n \in (1, 2) \cup (\frac{5}{2}, \frac{9}{2})$ ，显然 B，D 不是；

而当 $a_1 = 4$ 时， $a_2 = 10, a_3 = -\frac{10}{11} < a_2$ ，即 C 不是，选项 A 符合题意.

故选：A

3. D

【分析】由题意得出数列 $\{a_n\}$ ， $\{a_n^2\}$ 均为等比数列，从而求得 S_n 与 T_n ，代入 $S_n^2 - \lambda(-1)^n T_n > 0$

对 n 分奇偶分类讨论，将问题转化为恒成立问题，结合数列的单调性，即可求得 λ 的取值范围.

【详解】因为 $S_n = 2 - a_n$ ，所以当 $n = 1$ 时， $S_1 = 2 - a_1$ ，得 $a_1 = 1$ ，

当 $n > 2$ 时， $S_n = 2 - a_n$ ， $S_{n-1} = 2 - a_{n-1}$ ，两式相减得 $a_n = \frac{1}{2}$ （常数），

所以数列 $\{a_n\}$ 是以 1 为首项， $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列. 因为 $a_n = \frac{1}{2}$ ，则 $a_n^2 = \frac{1}{4}$ （常数），

又 $a_1^2 = 1$ ，所以 $\{a_n^2\}$ 是以 1 为首项， $\frac{1}{4}$ 为公比的等比数列，

$$\text{所以 } S_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 2 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \right], T_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n \right],$$

由 $S_n - \lambda(-1)^n T_n > 0$, 得 $4 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]^2 - \lambda(-1)^n \sqrt[4]{3} \left[1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n \right] > 0$,

所以 $3 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]^2 - \lambda(-1)^n \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{2n} \right] > 0$,

$$\text{所以 } 3 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right]^2 - \lambda(-1)^n \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right] \left[1 + \left(\frac{1}{2} \right)^n \right] > 0 .$$

$$\text{又 } n \in \mathbb{N}^* , \text{ 所以 } 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n > 0 , \text{ 所以 } 3 \left[1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right] - \lambda(-1)^n \left[1 + \left(\frac{1}{2} \right)^n \right] > 0 ,$$

即 $3(2^n - 1) - \lambda(-1)^n (2^n + 1) > 0$ 对 $n \in \mathbb{N}^*$ 恒成立 ,

$$\text{当 } n \text{ 为偶数时} , 3(2^n - 1) - \lambda(2^n + 1) > 0 , \text{ 则 } \lambda < \frac{3(2^n - 1)}{2^n + 1} , \text{ 即 } \lambda < \left[\frac{3(2^n - 1)}{2^n + 1} \right]_{\min} ,$$

$$\text{所以 } \lambda < \frac{3(2^n - 1)}{2^n + 1} = \frac{3(2^n + 1) - 6}{2^n + 1} = 3 - \frac{6}{2^n + 1} ,$$

$$\text{令 } b_n = 3 - \frac{6}{2^n + 1} , \text{ 则 } b_{n+1} - b_n = 3 - \frac{6}{2^{n+1} + 1} - \left(3 - \frac{6}{2^n + 1} \right) = \frac{6}{2^n + 1} - \frac{6}{2^{n+1} + 1} ,$$

因为 $2^{n+1} + 1 > 2^n + 1$, 所以 $\frac{6}{2^n + 1} - \frac{6}{2^{n+1} + 1} > 0$, 则 $b_{n+1} > b_n$, 所以数列 $\{b_n\}$ 是递增数列 , 则 $\{b_n\}$

的最小值为 b_2 , 则 $\lambda < b_2 = 3 - \frac{6}{2^2 + 1} = \frac{9}{5}$ 所以 $\lambda < b_2 = 3 - \frac{6}{2^2 + 1} = \frac{9}{5}$;

$$\text{当 } n \text{ 为奇数时} , 3(2^n - 1) + \lambda(2^n + 1) > 0 , \text{ 所以 } -\lambda < \left[\frac{3(2^n - 1)}{2^n + 1} \right]_{\min} ,$$

$$\text{则 } -\lambda < \frac{3(2^n - 1)}{2^n + 1} = \frac{3(2^n + 1) - 6}{2^n + 1} = 3 - \frac{6}{2^n + 1} ,$$

因为数列 $\{b_n\}$ 是递增数列 , 所以 $\{b_n\}$ 的最小值为 b_1 , 所以 $-\lambda < b_1 = 3 - \frac{6}{2 + 1} = 3 - 2 = 1$,

所以 $\lambda > -1$,

综上所述 , 实数 λ 的取值范围是 $\left(-1, \frac{9}{5} \right)$.

故选 : D.

4 . B

【分析】利用数列的单调性的定义及不等式恒成立的解决方法即可求解.

【详解】因为 $a_n = 2n^2 + tn + 2$,

$$\text{所以 } a_{n+1} = 2(n+1)^2 + t(n+1) + 2 = 2n^2 + (t+4)n + t + 4 .$$

因为数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列 ,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可
阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全
文，请访问：

<https://d.book118.com/097021140150006056>