2024届内蒙古翁牛特旗乌丹二中高三下学期入学考试试数学试题理试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．胡夫金字塔是底面为正方形的锥体，四个侧面都是相同的等腰三角形．研究发现，该金字塔底面周长除以2倍的塔高，恰好为祖冲之发现的密率$\frac{355}{113}\approx\pi$．设胡夫金字塔的高为$h$，假如对胡夫金字塔进行亮化，沿其侧棱和底边布设单条灯带，则需要灯带的总长度约为

A． $(4\pi+\frac{\sqrt{2\pi^2+4}}{2})h$　　**B．** $(2\pi+\frac{\sqrt{\pi^2+16}}{4})h$

C． $(8\pi+4\sqrt{2\pi^2+1})h$　　**D．** $(2\pi+\sqrt{2\pi^2+16})h$

2．过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ \ (a>0,b>0)$的左焦点$F$作直线交双曲线的两天渐近线于$A$，$B$两点，若$B$为线段$FA$的中点，且$OB\perp FA$（$O$为坐标原点），则双曲线的离心率为（　　）

A． $\sqrt{2}$　　**B．** $\sqrt{3}$　　**C．** 2　　**D．** $\sqrt{5}$

3．公比为2的等比数列$\{a_n\}$中存在两项a_m，a_n，满足$a_m a_n=32a_1^2$，则$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}$的最小值为（　　）

A． $\frac{9}{7}$　　**B．** $\frac{5}{3}$　　**C．** $\frac{4}{3}$　　**D．** $\frac{13}{10}$

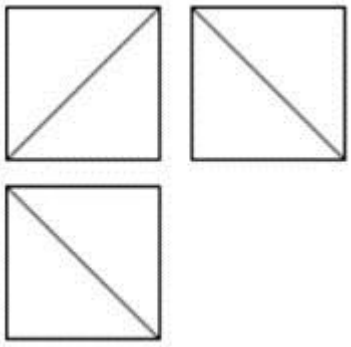
4．已知集合$M=\{(x,y)\,|\,x+y<4,x、\ y\in N^*\}$，则集合$M$的非空子集个数是（　　）

A．2　　**B．3**　　**C．7**　　**D．8**

5．已知命题p：　$m=1$" 是"直线$x-my=0$和直线$x+my=0$互相垂直"的充要条件；命题q：函数$f(x)=x+\frac{4}{x}$的最小值为4. 给出下列命题：①$p\wedge q$；②$p\vee q$；③$p\wedge(\neg q)$；④$(\neg p)\wedge(\neg q)$，其中真命题的个数为(　　)

A．1　　**B．2**　　**C．3**　　**D．4**

6．一个正方体被一个平面截去一部分后,剩余部分的三视图如下图,则截去部分体积与剩余部分体积的比值为（　）



A．$\frac{1}{8}$　　B．$\frac{1}{7}$　　C．$\frac{1}{6}$　　D．$\frac{1}{5}$

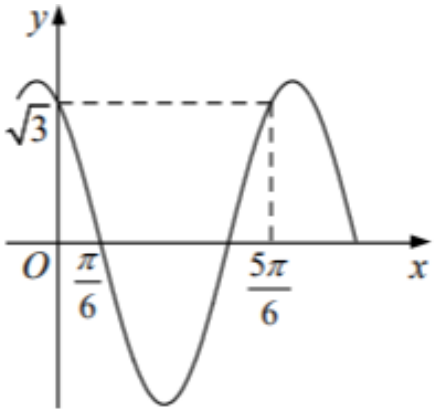
7．已知复数$z=a^2i-2a-i$是正实数，则实数a的值为(　　)

A．0　　B．1　　C．-1　　D．±1

8．已知集合$A=\{x\mid x^2\leqslant 1\},B=\{x\mid 3^x<1\}$，则$A\cup(\complement_{\mathbb{R}}B)=$（　　）

A．$\{x\mid x<0\}$　　B．$\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$　　C．$\{x\mid -1\leqslant x<0\}$　　D．$\{x\mid x\geqslant -1\}$

9．函数$g(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,0<\varphi<2\pi)$的部分图象如图所示，已知$g(0)=g\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$，函数$y=f(x)$的图象可由$y=g(x)$图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度而得到，则函数$f(x)$的解析式为（　　）



A．$f(x)=2\sin 2x$　　B．$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$

C．$f(x)=-2\sin x$　　D．$f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

10．已知抛物线$y^2=2px(p>0)$上一点$(5,t)$到焦点的距离为6，P、Q分别为抛物线与圆$(x-6)^2+y^2=1$上的动点，则$|PQ|$的最小值为（　）

A．$\sqrt{21}-1$　　B．$2-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．$2\sqrt{5}$　　D．$2\sqrt{5}-1$

11．已知曲线$x^2=4y$，动点P在直线$y=-3$上，过点P作曲线的两条切线l_1,l_2，切点分别为A,B，则直线AB截圆$x^2+y^2-6y+5=0$所得弦长为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．2　　C．4　　D．$2\sqrt{3}$

12．数列$\{a_n\}$满足$a_n+a_{n+2}=2a_{n+1}\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，且$a_1+a_2+a_3=9$，$a_4=8$，则$a_5=$（　　）

A．$\frac{21}{2}$　　B．9　　C．$\frac{17}{2}$　　D．7

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．记等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n和T_n，若$\frac{S_n}{T_n}=\frac{3n+5}{n+7}$，则$\frac{a_7}{b_7}=$_____.

14．在直角坐标系xOy中，已知点$A(0,1)$和点$B(-3,4)$，若点C在$\angle AOB$的平分线上，且$|\overrightarrow{OC}|=3\sqrt{10}$，则向量$\overrightarrow{OC}$的坐标为_____.

15．已知函数$f(x)=e^{2x}$，则过原点且与曲线$y=f\left(x\right)$相切的直线方程为_____.

16．角α的顶点在坐标原点，始边与x轴的非负半轴重合，终边经过点P（1，2），则$\sin(\pi-\alpha)$的值是_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>1)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，椭圆$E$上两动点$P,Q$使得四边形$PF_1QF_2$为平行四边形，且平行四边形$PF_1QF_2$的周长和最大面积分别为8和$2\sqrt{3}$.

（1）求椭圆E的标准方程；

（2）设直线PF_2与椭圆E的另一交点为M，当点F_1在以线段PM为直径的圆上时，求直线PF_2的方程.

18．（12分）某商店举行促销反馈活动，顾客购物每满200元，有一次抽奖机会（即满200元可以抽奖一次，满400元可以抽奖两次，依次类推）.抽奖的规则如下：在一个不透明口袋中装有编号分别为1，2，3，4，5的5个完全相同的小球，顾客每次从口袋中摸出一个小球，共摸三次，每次摸出的小球均不放回口袋，若摸得的小球编号一次比一次大（如1，2，5），则获得一等奖，奖金40元；若摸得的小球编号一次比一次小（如5，3，1），则获得二等奖，奖金20元；其余情况获得三等奖，奖金10元.

（1）某人抽奖一次，求其获奖金额X的概率分布和数学期望；

（2）赵四购物恰好满600元，假设他不放弃每次抽奖机会，求他获得的奖金恰好为60元的概率.

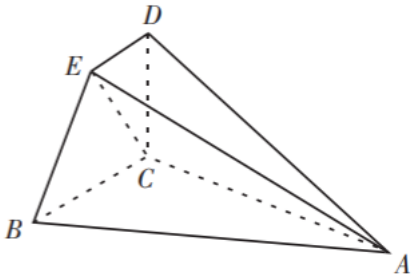
19．（12分）在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆$C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左顶点为$A$，右焦点为$F$，$P,Q$为椭圆$C$

上两点，圆 $O: x^2+y^2=r^2(r>0)$.

（1）若 $PF \perp x$ 轴，且满足直线 AP 与圆 O 相切，求圆 O 的方程；

（2）若圆 O 的半径为 $\sqrt{3}$ ，点 P, Q 满足 $k_{OP} \cdot k_{OQ}=-\frac{3}{4}$ ，求直线 PQ 被圆 O 截得弦长的最大值.

20.（12 分）如图，在四棱锥 $A-BCDE$ 中，平面 $BCDE \perp$ 平面 ABC ， $BE \perp EC, BC=1, AB=2, \angle ABC=60°$.



（Ⅰ）求证： $BE \perp$ 平面 ACE ；

（Ⅱ）若锐二面角 $E-AB-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{7}$ ，求直线 CE 与平面 ABC 所成的角.

21.（12 分）已知矩阵 $M=\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & a\end{bmatrix}$ 的一个特征值为 3，求另一个特征值及其对应的一个特征向量.

22.（10 分）贫困人口全面脱贫是全面建成小康社会的标志性指标.党的十九届四中全会提出“坚决打赢脱贫攻坚战，建立解决相对贫困的长效机制”对当前和下一个阶段的扶贫工作进行了前瞻性的部署，即 2020 年要通过精准扶贫全面消除绝对贫困，实现全面建成小康社会的奋斗目标.为了响应党的号召，某市对口某贫困乡镇开展扶贫工作.对某种农产品加工生产销售进行指导，经调查知，在一个销售季度内，每售出一吨该产品获利 5 万元，未售出的商品，每吨亏损 2 万元.经统计 A ， B 两市场以往 100 个销售周期该产品的市场需求量的频数分布如下表：

A 市场：

需求量(吨)	90	100	110
频数	20	50	30

B 市场：

需求量(吨)	90	100	110
频数	10	60	30

把市场需求量的频率视为需求量的概率，设该厂在下个销售周期内生产 n 吨该产品，在 A 、 B 两市场同时销售，以 X （单位：吨）表示下一个销售周期两市场的需求量， Y （单位：万元）表示下一个销售周期两市场的销售总利润.

（1）求 $X>200$ 的概率；

（2）以销售利润的期望为决策依据，确定下个销售周期内生产量 $n=190$ 吨还是 $n=200$ 吨?并说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

设胡夫金字塔的底面边长为a，由题可得$\frac{4a}{2h}=\pi$，所以$a=\frac{\pi h}{2}$，

该金字塔的侧棱长为$\sqrt{h^2+(\frac{\sqrt{2}a}{2})^2}=\sqrt{h^2+\frac{\pi^2h^2}{8}}=\frac{h\sqrt{2\pi^2+16}}{4}$，

所以需要灯带的总长度约为$4\times\frac{h\sqrt{2\pi^2+16}}{4}+4\times\frac{\pi h}{2}=(2\pi+\sqrt{2\pi^2+16})h$，故选 D.

2、C

【解析】

由题意可得双曲线的渐近线的方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$.

$\because B$ 为线段FA的中点，$OB\perp FA$

$\therefore OA=OF=c$，则ΔAOF为等腰三角形.

$\therefore\angle BOF=\angle BOA$

由双曲线的的渐近线的性质可得$\angle BOF=\angle xOA$

$\therefore\angle BOF=\angle BOA=\angle xOA=60°$

$\therefore\frac{b}{a}=\tan 60°=\sqrt{3}$，即$b^2=3a^2$.

∴双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\frac{2a}{a}=2$

故选 C.

点睛：本题考查了椭圆和双曲线的定义和性质，考查了离心率的求解，同时涉及到椭圆的定义和双曲线的定义及三角形的三边的关系应用，对于求解曲线的离心率(或离心率的取值范围)，常见有两种方法：①求出a,c，代入公式$e=\frac{c}{a}$；②只需要根据一个条件得到关于a,b,c的齐次式，转化为a,c的齐次式，然后转化为关于e的方程(不等式)，解方程(不等式)，即可得e(e的取值范围).

3、D

【解析】

根据已知条件和等比数列的通项公式，求出 m,n 关系，即可求解.

【详解】

$a_m a_n = a_1^2 2^{m+n-2} = 32a_1^2, \therefore m+n=7$，

当 $m=1,n=6$ 时，$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=\frac{5}{3}$，当 $m=2,n=5$ 时，$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=\frac{13}{10}$，

当 $m=3,n=4$ 时，$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=\frac{4}{3}$，当 $m=4,n=3$ 时，$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=\frac{19}{12}$，

当 $m=5,n=2$ 时，$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=\frac{11}{5}$，当 $m=6,n=1$ 时，$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}=\frac{25}{6}$，

$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}$ 最小值为 $\frac{13}{10}$.

故选:D.

【点睛】

本题考查等比数列通项公式，注意 m,n 为正整数，如用基本不等式要注意能否取到等号，属于基础题.

4、C

【解析】

先确定集合 M 中元素，可得非空子集个数.

【详解】

由题意 $M=\{(1,1),(1,2),(2,1)\}$，共 3 个元素，其子集个数为 $2^3=8$，非空子集有 7 个.

故选：C.

【点睛】

本题考查集合的概念，考查子集的概念，含有 n 个元素的集合其子集个数为 2^n，非空子集有 2^n-1 个.

5、A

【解析】

先由两直线垂直的条件判断出命题 *p* 的真假，由基本不等式判断命题 *q* 的真假，从而得出 *p*,*q* 的非命题的真假，继而判断复合命题的真假，可得出选项.

【详解】

已知对于命题 p，由 $1\times 1-m^2=0$ 得 $m=\pm 1$，所以命题 p 为假命题；

关于命题 q，函数 $f(x)=x+\frac{4}{x}$，

当 $x>0$ 时，$f(x)=x+\frac{4}{x}\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{4}{x}}=4$，当 $x=\frac{4}{x}$ 即 $x=2$ 时，取等号，

当$x<0$时，函数$f(x)=x+\frac{4}{x}$没有最小值，

所以命题q为假命题.

所以$\neg p$和$\neg q$是真命题，

所以$p\wedge q$为假命题，$p\vee q$为假命题，$p\wedge \neg q$为假命题，$\neg p\wedge \neg q$为真命题，所以真命题的个数为1个.

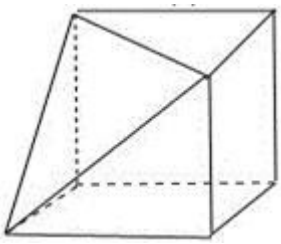
故选：A.

【点睛】

本题考查直线的垂直的判定和基本不等式的应用，以及复合命题的真假的判断，注意运用基本不等式时，满足所需的条件，属于基础题.

6、D

【解析】



试题分析：如图所示，截去部分是正方体的一个角,其体积是正方体体积的$\frac{1}{6}$,剩余部分体积是正方体体积的$\frac{5}{6}$,所以截去部分体积与剩余部分体积的比值为$\frac{1}{5}$,故选D.

考点：本题主要考查三视图及几何体体积的计算.

7、C

【解析】

将复数化成标准形式，由题意可得实部大于零，虚部等于零，即可得到答案.

【详解】

因为$z=a^2i-2a-i=-2a+(a^2-1)i$为正实数，

所以$-2a>0$且$a^2-1=0$，解得$a=-1$.

故选：C

【点睛】

本题考查复数的基本定义，属基础题.

8、D

【解析】

先求出集合 A，B，再求集合 B 的补集，然后求 $A\cup\left(\complement_{R}B\right)$

【详解】

$A=\{x\,|\,-1\leqslant x\leqslant 1\},B=\{x\,|\,x<0\}$，所以 $A\cup\left(\complement_{R}B\right)=\{x\,|\,x\geqslant -1\}$.

故选：D

【点睛】

此题考查的是集合的并集、补集运算，属于基础题.

9、A

【解析】

由图根据三角函数图像的对称性可得 $\frac{T}{2}=\frac{5\pi}{6}-2\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，利用周期公式可得 ω，再根据图像过 $\left(\frac{\pi}{6},0\right),\left(0,\sqrt{3}\right)$，即可求出 φ,A，再利用三角函数的平移变换即可求解.

【详解】

由图像可知 $\frac{T}{2}=\frac{5\pi}{6}-2\times\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，即 $T=\pi$，

所以 $T=\frac{2\pi}{\omega}$，解得 $\omega=2$，

又 $g\left(\frac{\pi}{6}\right)=A\sin\left(2\times\frac{\pi}{6}+\varphi\right)=0$，

所以 $\frac{\pi}{3}+\varphi=k\pi\left(k\in\mathbf{Z}\right)$，由 $0<\varphi<2\pi$，

所以 $\varphi=\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{5\pi}{3}$，

又 $g\left(0\right)=\sqrt{3}$，

所以 $A\sin\varphi=\sqrt{3}$，$\left(A>0\right)$，

所以 $\varphi=\frac{2\pi}{3}$，$A=2$，

即 $g\left(x\right)=2\sin\left(2x+\frac{2\pi}{3}\right)$，

因为函数 $y=f\left(x\right)$ 的图象由 $y=g\left(x\right)$ 图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度而得到，

所以 $y=f\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\frac{2\pi}{3}\right]=2\sin 2x$.

故选：A

【点睛】

本题考查了由图像求三角函数的解析式、三角函数图像的平移伸缩变换，需掌握三角形函数的平移伸缩变换原则，属于基础题.

10、D

【解析】

利用抛物线的定义，求得 p 的值，由利用两点间距离公式求得$|PM|$，根据二次函数的性质，求得$|PM|_{\min}$，由$|PQ|$取得最小值为$|PM|_{\min}-1$，求得结果.

【详解】

由抛物线$C:y^2=2px(p>0)$焦点在x轴上，准线方程$x=-\frac{p}{2}$，

则点$(5,t)$到焦点的距离为$d=5+\frac{p}{2}=6$，则$p=2$，

所以抛物线方程：$y^2=4x$，

设$P(x,y)$，圆$M:(x-6)^2+y^2=1$，圆心为$(6,1)$，半径为 1，

则$|PM|=\sqrt{(x-6)^2+y^2}=\sqrt{(x-6)^2+4x}=\sqrt{(x-4)^2+20}$，

当$x=4$时，$|PQ|$取得最小值，最小值为$\sqrt{20}-1=2\sqrt{5}-1$，

故选 D.

【点睛】

该题考查的是有关距离的最小值问题，涉及到的知识点有抛物线的定义，点到圆上的点的距离的最小值为其到圆心的距离减半径，二次函数的最小值，属于中档题目.

11、C

【解析】

设$A\left(x_1,\frac{x_1^2}{4}\right),B\left(x_2,\frac{x_2^2}{4}\right),P(t,-3)$，根据导数的几何意义，求出切线斜率，进而得到切线方程，将P点坐标代入切线方程，抽象出直线AB方程，且过定点为已知圆的圆心，即可求解.

【详解】

圆$x^2+y^2-6y+5=0$可化为$x^2+(y-3)^2=4$.

设$A\left(x_1,\frac{x_1^2}{4}\right),B\left(x_2,\frac{x_2^2}{4}\right),P(t,-3)$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/097022061155006141