

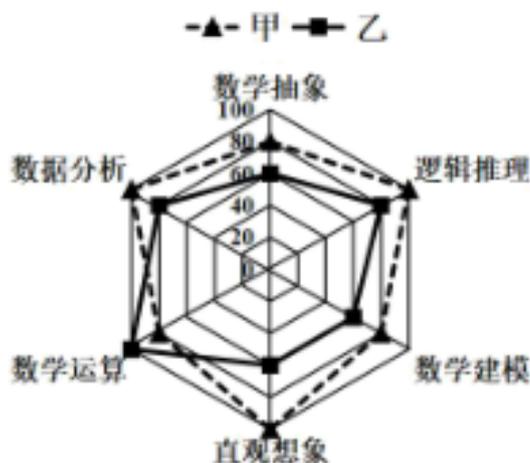
2023-2024 学年湖南省邵阳市育英高级中学高三第六次模拟考试数学试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 为比较甲、乙两名高中学生的数学素养，对课程标准中规定的数学六大素养进行指标测验（指标值满分为 100 分，分值高者为优），根据测验情况绘制了如图所示的六大素养指标雷达图，则下面叙述不正确的是（ ）



- A. 甲的数据分析素养优于乙
 B. 乙的数据分析素养优于数学建模素养
 C. 甲的六大素养整体水平优于乙
 D. 甲的六大素养中数学运算最强

2. 已知复数 $z = \frac{1-i}{2-i}$ (i 为虚数单位) 在复平面内对应的点的坐标是（ ）

- A. $\left(\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}\right)$ B. $\left(-\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}\right)$ C. $\left(\frac{3}{5}, \frac{1}{5}\right)$ D. $\left(-\frac{3}{5}, \frac{1}{5}\right)$

3. 下列判断错误的是（ ）

- A. 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1, \sigma^2)$, $P(\xi \leq 4) = 0.78$, 则 $P(\xi \leq -2) = 0.22$
- B. 已知直线 $l \perp$ 平面 α , 直线 $m \parallel$ 平面 β , 则“ $\alpha \parallel \beta$ ”是“ $l \perp m$ ”的充分不必要条件
- C. 若随机变量 ξ 服从二项分布: $\xi: B\left(4, \frac{1}{4}\right)$, 则 $E(\xi) = 1$
- D. $am > bm$ 是 $a > b$ 的充分不必要条件

4. 函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ $\left(0 \leq x \leq \frac{5\pi}{12}\right)$ 的值域为 ()

- A. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ B. $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ C. $[0, 1]$ D. $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$

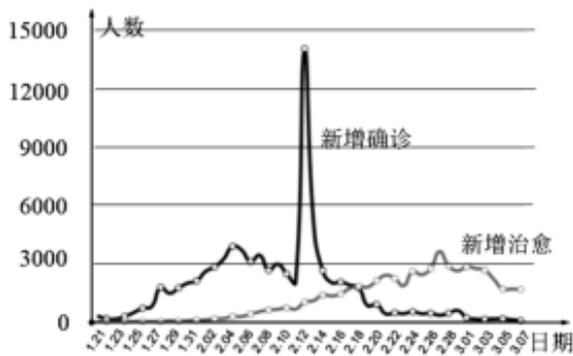
5. 已知函数 $f(x) = \frac{x}{\ln x} - 3 + \frac{3a \ln x}{x} - a$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上恰有四个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(e, 3) \cup (3, +\infty)$ B. $[0, e)$ C. $(e^2, +\infty)$ D. $(-\infty, e) \cup \{3\}$

6. 复数满足 $z + |z| = 4 + 8i$, 则复数 z 在复平面内所对应的点在 ()

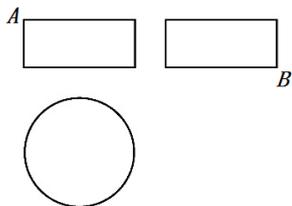
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. 2020年初, 湖北出现由新型冠状病毒引发的肺炎. 为防止病毒蔓延, 各级政府相继启动重大突发公共卫生事件一级响应, 全国人心抗击疫情. 下图表示1月21日至3月7日我国新型冠状病毒肺炎单日新增治愈和新增确诊病例数, 则下列中表述错误的是 ()



- A. 2月下旬新增确诊人数呈波动下降趋势
 B. 随着全国医疗救治力度逐渐加大, 2月下旬单日治愈人数超过确诊人数
 C. 2月10日至2月14日新增确诊人数波动最大
 D. 我国新型冠状病毒肺炎累计确诊人数在2月12日左右达到峰值

8. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图所示, 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为 ()



- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 3 D. 2

9. 下列结论中正确的个数是 ()

①已知函数 $f(x)$ 是一次函数，若数列 $\{a_n\}$ 通项公式为 $a_n = f(n)$ ，则该数列是等差数列；

②若直线 l 上有两个不同的点到平面 α 的距离相等，则 $l // \alpha$ ；

③在 $\triangle ABC$ 中，“ $\cos A > \cos B$ ”是“ $B > A$ ”的必要不充分条件；

④若 $a > 0, b > 0, 2a + b = 4$ ，则 ab 的最大值为 2.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 0

10. 设复数 $z_1 = 1 + i, z_2 = 1 - i$ ，则 $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = (\quad)$

A. 1 B. -1 C. i D. -i

11. 某校为提高新入职教师的教学水平，实行“老带新”的师徒结对指导形式，要求每位老教师都有徒弟，每位新教师都有一位老教师指导，现选出 3 位老教师负责指导 5 位新入职教师，则不同的师徒结对方式共有 () 种.

A. 360 B. 240 C. 150 D. 120

12. 半径为 2 的球 O 内有一个内接正三棱柱，则正三棱柱的侧面积的最大值为 ()

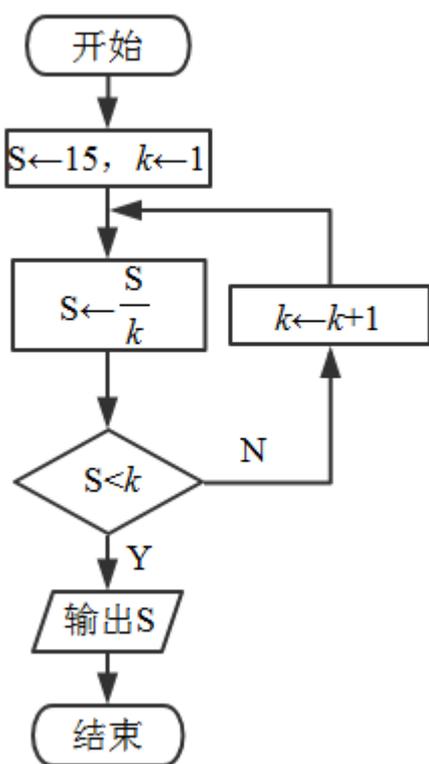
A. $9\sqrt{3}$ B. $12\sqrt{3}$ C. $16\sqrt{3}$ D. $18\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ， P 为双曲线上任一点，且 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}$ 的最小值为 -7 ，则该双曲线的离心率是_____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，且 $a + \sqrt{2}b = 2c$ ，设角 C 的角平分线交 AB 于点 D ，则 $\cos C$ 的值最小时， $\frac{BD}{AD} = \underline{\quad}$.

15. 下图是一个算法流程图，则输出的 S 的值是_____.



16. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid -3 < x \leq 1, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid x^2 - x - 2 \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap \complement_U B = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 手工艺是一种生活态度和对传统的坚持, 在我国有很多手工艺品制作村落, 村民的手工技艺世代相传, 有些村落制造出的手工艺品不仅全国闻名, 还大量远销海外. 近年来某手工艺品村制作的手工艺品在国外备受欢迎, 该村村民成立了手工艺品外销合作社, 为严把质量关, 合作社对村民制作的每件手工艺品都请 3 位行家进行质量把关, 质量把关程序如下: (i) 若一件手工艺品 3 位行家都认为质量过关, 则该手工艺品质量为 A 级; (ii) 若仅有 1 位行家认为质量不过关, 再由另外 2 位行家进行第二次质量把关, 若第二次质量把关这 2 位行家都认为质量过关, 则该手工艺品质量为 B 级, 若第二次质量把关这 2 位行家中有 1 位或 2 位认为质量不过关, 则该手工艺品质量为 C 级; (iii) 若有 2 位或 3 位行家认为质量不过关, 则该手工艺品质量为 D 级. 已知每一次质量把关中一件手工艺品被 1 位行家认为质量不过关的概率为 $\frac{1}{3}$, 且各手工艺品质量是否过关相互独立.

(1) 求一件手工艺品质量为 B 级的概率;

(2) 若一件手工艺品质量为 A, B, C 级均可外销, 且利润分别为 900 元, 600 元, 300 元, 质量为 D 级不能外销, 利润记为 100 元.

① 求 10 件手工艺品中不能外销的手工艺品最有可能是多少件;

② 记 1 件手工艺品的利润为 X 元, 求 X 的分布列与期望.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - xe^x + ax (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递减, 求实数 a 的取值范围;

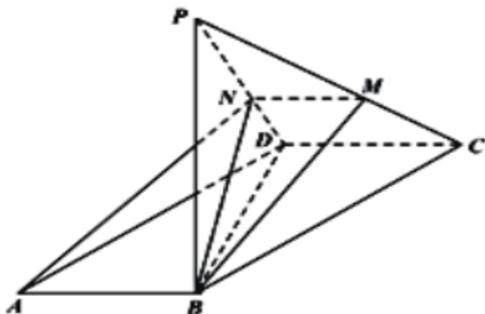
(2) 若 $a=1$, 求 $f(x)$ 的最大值.

19. (12分) 在数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1=0$, $a_3=2$, $b_n=2^{a_n+1}$ ($n \in N^*$).

(1) 求数列 $\{b_n\}$ 及 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $c_n = \frac{1}{2}a_nb_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. (12分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD=2AB$, $\angle A=60^\circ$, 现沿对角线 BD 将 $\triangle ABD$ 折起, 使点 A 到达点 P , 点 M, N 分别在直线 PC, PD 上, 且 A, B, M, N 四点共面.



(1) 求证: $MN \perp BD$;

(2) 若平面 $PBD \perp$ 平面 BCD , 二面角 $M-AB-D$ 平面角大小为 30° , 求直线 PC 与平面 BMN 所成角的正弦值.

21. (12分) 如图, 设 A 是由 $n \times n$ 个实数组成的 n 行 n 列的数表, 其中 a_{ij} ($i, j=1, 2, 3, \dots, n$) 表示位于第 i 行第 j 列的实数, 且 $a_{ij} \in \{1, -1\}$. 记 $S(n, n)$ 为所有这样的数表构成的集合. 对于 $A \in (n, n)$, 记 $r_i(A)$ 为 A 的第 i 行各数之积,

$c_j(A)$ 为 A 的第 j 列各数之积. 令 $l(A) = \sum_{i=1}^n r_i(A) + \sum_{j=1}^n c_j(A)$

a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}
a_{21}	a_{22}		a_{2n}
...
a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nn}

(I) 请写出一个 $A \in S(4, 4)$, 使得 $l(A)=0$;

(II) 是否存在 $A \in S(9, 9)$, 使得 $l(A)=0$? 说明理由;

(III) 给定正整数 n , 对于所有的 $A \in S(n, n)$, 求 $l(A)$ 的取值集合.

22. (10分) 设首项为 1 的正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{a_n^2\}$ 的前 n 项和为 T_n , 且 $T_n = \frac{4 - (S_n - p)^2}{3}$, 其中 p

为常数.

(1) 求 p 的值;

(2) 求证: 数列 $\{a_n\}$ 为等比数列;

(3) 证明: “数列 $a_n, 2^x a_{n+1}, 2^y a_{n+2}$ 成等差数列, 其中 x, y 均为整数”的充要条件是“ $x=1$, 且 $y=2$ ”.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

根据所给的雷达图逐个选项分析即可.

【详解】

对于 A, 甲的数据分析素养为 100 分, 乙的数据分析素养为 80 分,

故甲的数据分析素养优于乙, 故 A 正确;

对于 B, 乙的数据分析素养为 80 分, 数学建模素养为 60 分,

故乙的数据分析素养优于数学建模素养, 故 B 正确;

对于 C, 甲的六大素养整体水平平均得分为

$$\frac{100+80+100+80+100+80}{6} = \frac{310}{3},$$

乙的六大素养整体水平平均得分为 $\frac{80+60+80+60+60+100}{6} = \frac{250}{3}$, 故 C 正确;

对于 D, 甲的六大素养中数学运算为 80 分, 不是最强的, 故 D 错误;

故选: D

【点睛】

本题考查了样本数据的特征、平均数的计算, 考查了学生的数据处理能力, 属于基础题.

2、A

【解析】

直接利用复数代数形式的乘除运算化简, 求得 z 的坐标得出答案.

【详解】

解: $Q z = \frac{1-i}{2-i} = \frac{(1-i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}i,$

$\therefore z$ 在复平面内对应的点的坐标是 $\left(\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}\right).$

故选: A.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算, 考查复数的代数表示法及其几何意义, 属于基础题.

3、D

【解析】

根据正态分布、空间中点线面的位置关系、充分条件与必要条件的判断、二项分布及不等式的性质等知识, 依次对四个选项加以分析判断, 进而可求解.

【详解】

对于 A 选项, 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1, \sigma^2), P(\xi \leq 4) = 0.78$, 根据正态分布曲线的对称性, 有

$P(\xi \leq -2) = P(\xi \geq 4) = 1 - P(\xi \leq 4) = 1 - 0.78 = 0.22$, 故 A 选项正确, 不符合题意;

对于 B 选项, 已知直线 $l \perp$ 平面 α , 直线 $m //$ 平面 β , 则当 $\alpha // \beta$ 时一定有 $l \perp m$, 充分性成立, 而当 $l \perp m$ 时, 不一定有 $\alpha // \beta$, 故必要性不成立, 所以“ $\alpha // \beta$ ”是“ $l \perp m$ ”的充分不必要条件, 故 B 选项正确, 不符合题意;

对于 C 选项, 若随机变量 ξ 服从二项分布: $\xi: B\left(4, \frac{1}{4}\right)$, 则 $E(\xi) = np = 4 \times \frac{1}{4} = 1$, 故 C 选项正确, 不符合题意;

对于 D 选项, $Q am > bm$, 仅当 $m > 0$ 时有 $a > b$, 当 $m < 0$ 时, $a > b$ 不成立, 故充分性不成立; 若 $a > b$, 仅当 $m > 0$ 时有 $am > bm$, 当 $m < 0$ 时, $am > bm$ 不成立, 故必要性不成立.

因而 $am > bm$ 是 $a > b$ 的既不充分也不必要条件, 故 D 选项不正确, 符合题意.

故选: D

【点睛】

本题考查正态分布、空间中点线面的位置关系、充分条件与必要条件的判断、二项分布及不等式的性质等知识, 考查理解辨析能力与运算求解能力, 属于基础题.

4、A

【解析】

由 $x \in \left[0, \frac{5\pi}{12}\right]$ 计算出 $2x + \frac{\pi}{3}$ 的取值范围, 利用正弦函数的基本性质可求得函数 $y = f(x)$ 的值域.

【详解】

$$Q \ x \in \left[0, \frac{5\pi}{12}\right], \therefore 2x + \frac{\pi}{3} \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{6}\right], \therefore -\frac{1}{2} \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1,$$

因此, 函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ $\left(0 \leq x \leq \frac{5\pi}{12}\right)$ 的值域为 $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$.

故选: A.

【点睛】

本题考查正弦型函数在区间上的值域的求解, 解答的关键就是求出对象角的取值范围, 考查计算能力, 属于基础题.

5、A

【解析】

函数 $f(x) = \frac{x}{\ln x} - 3 + \frac{3a \ln x}{x} - a$ 的零点就是方程 $\frac{x}{\ln x} - 3 + \frac{3a \ln x}{x} - a = 0$ 的解, 设 $g(x) = \frac{x}{\ln x}$, 方程可化为

$(g(x) - 3)(g(x) - a) = 0$, 即 $g(x) = 3$ 或 $g(x) = a$, 求出 $g(x)$ 的导数 $g'(x)$, 利用导数得出函数的单调性和最值, 由此可根据方程解的个数得出 a 的范围.

【详解】

由题意得 $\frac{x}{\ln x} - 3 + \frac{3a \ln x}{x} - a = 0$ 有四个大于 1 的不等实根, 记 $g(x) = \frac{x}{\ln x}$, 则上述方程转化为

$$(g(x) - 3) + a \left(\frac{3}{g(x)} - 1 \right) = 0,$$

即 $(g(x) - 3)(g(x) - a) = 0$, 所以 $g(x) = 3$ 或 $g(x) = a$.

因为 $g'(x) = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$, 当 $x \in (1, e)$ 时, $g'(x) < 0$, $g(x)$ 单调递减; 当 $x \in (e, +\infty)$ 时, $g'(x) > 0$, $g(x)$ 单调递增;

所以 $g(x)$ 在 $x = e$ 处取得最小值, 最小值为 $g(e) = e$. 因为 $3 > e$, 所以 $g(x) = 3$ 有两个符合条件的实数解, 故

$f(x) = \frac{x}{\ln x} - 3 + \frac{3a \ln x}{x} - a$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上恰有四个不相等的零点, 需 $a > e$ 且 $a \neq 3$.

故选: A.

【点睛】

本题考查复合函数的零点. 考查转化与化归思想, 函数零点转化为方程的解, 方程的解再转化为研究函数的性质, 本题考查了学生分析问题解决问题的能力.

6、B

【解析】

设 $z = a + bi (a, b \in R)$, 则 $z + |z| = a + bi + \sqrt{a^2 + b^2} = 4 + 8i$, 可得 $\begin{cases} a + \sqrt{a^2 + b^2} = 4 \\ b = 8 \end{cases}$, 即可得到 z , 进而找到对应的点所

在象限.

【详解】

设 $z = a + bi (a, b \in R)$, 则 $z + |z| = a + bi + \sqrt{a^2 + b^2} = 4 + 8i$,

$$\therefore \begin{cases} a + \sqrt{a^2 + b^2} = 4 \\ b = 8 \end{cases}, \therefore \begin{cases} a = -6 \\ b = 8 \end{cases}, \therefore z = -6 + 8i,$$

所以复数 z 在复平面内所对应的点为 $(-6, 8)$, 在第二象限.

故选: B

【点睛】

本题考查复数在复平面内对应的点所在象限, 考查复数的模, 考查运算能力.

7、D

【解析】

根据新增确诊曲线的走势可判断 A 选项的正误; 根据新增确诊曲线与新增治愈曲线的位置关系可判断 B 选项的正误; 根据 2 月 10 日至 2 月 14 日新增确诊曲线的走势可判断 C 选项的正误; 根据新增确诊人数的变化可判断 D 选项的正误. 综合可得出结论.

【详解】

对于 A 选项, 由图象可知, 2 月下旬新增确诊人数呈波动下降趋势, A 选项正确;

对于 B 选项, 由图象可知, 随着全国医疗救治力度逐渐加大, 2 月下旬单日治愈人数超过确诊人数, B 选项正确;

对于 C 选项, 由图象可知, 2 月 10 日至 2 月 14 日新增确诊人数波动最大, C 选项正确;

对于 D 选项, 在 2 月 16 日及以前, 我国新型冠状病毒肺炎新增确诊人数大于新增治愈人数, 我国新型冠状病毒肺炎累计确诊人数不在 2 月 12 日左右达到峰值, D 选项错误.

故选: D.

【点睛】

本题考查统计图表的应用, 考查数据处理能力, 属于基础题.

8、B

【解析】

首先根据题中所给的三视图, 得到点 M 和点 N 在圆柱上所处的位置, 将圆柱的侧面展开图平铺, 点 M、N 在其四分之一的矩形的对角线的端点处, 根据平面上两点间直线段最短, 利用勾股定理, 求得结果.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/097030004033006065>