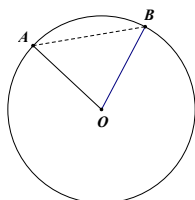


第 21 讲 圆心角

知识点梳理

一、圆心角与弧的定义

1. 圆心角定义：顶点在圆心的角叫做圆心角。如图所示， $\angle AOB$ 就是一个圆心角。

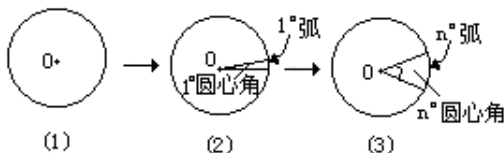


要点：(1) 一个角要是圆心角，必须具备顶点在圆心这一特征；

(2) 圆心角 $\angle AOB$ 所对的弦为线段 AB ，所对的弧为弧 AB 。

2. 1° 的弧的定义

1° 的圆心角所对的弧叫做 1° 的弧。如下图，



要点：

(1) 圆心角的度数和它所对的弧的度数相等。注意不是角与弧相等，即不能写成圆心角 $\angle AOB = \widehat{AB}$ 。

(2) 在同圆或等圆中，能够互相重合的弧叫等弧。等弧的长度相等，所含度数相等（即弯曲程度相等）。

二、圆心角定理及推论

1. 圆心角定理：

在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等。

要点：(1) 圆心到圆的一条弦的距离叫做弦心距。

(2) 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对两条弦的弦心距相等。

(3) 注意定理中不能忽视“同圆或等圆”这一前提。

2. 圆心角定理的推论：

在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦、两个弦心距中有一对量相等，那么它们所对应的其余各对应量都相等。

要点：

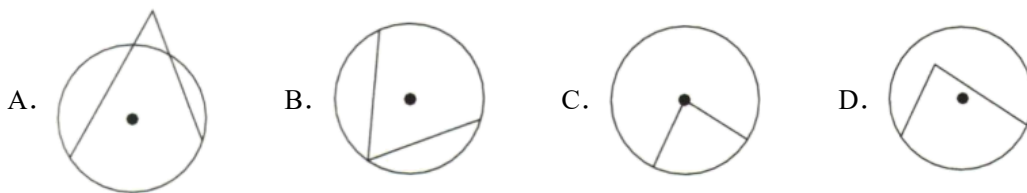
在同圆或等圆中，弦，弧，圆心角，弦心距等几何量之间是相互关联的，即它们中间只要有一组量相等，（例如圆心角相等），那么其它各组量也分别相等（即相对应的弦、弦心距以及弦所对的弧也分别相等）。

*如果它们中间有一组量不相等，那么其它各组量也分别不等

典例与范例



例 1. 下图中心是圆心角的是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】

根据圆心角的概念：圆心角是指在中心为 O 的圆中,过弧 AB 两端的半径构成的 $\angle AOB$, 称为弧 AB 所对的圆心角进行判断.

解：A、不是圆心角，故不符合题意；

B、不是圆心角，故不符合题意；

C、是圆心角，故符合题意；

D、不是圆心角，故不符合题意；

故选：C.

【点睛】

本题考查的是圆心角的概念，掌握顶点在圆心的角叫作圆心角是解题的关键.



例 2. “顶点在圆内的角叫做圆心角”是_____的. （选填“正确”或“错误”）

【答案】错误

【解析】

【分析】

顶点在圆心的角是圆心角，根据圆心角的定义即可求解.

$\therefore$ 顶点在圆心的角是圆心角，

$\therefore$ 顶点在圆内的角叫做圆心角说法错误，

故答案为：错误.

【点睛】

本题主要考查圆心角的定义，解决本题的关键是要熟练掌握圆心角的定义.



例 3. 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧_____，所对的弦也_____.

同样，还可以得到：

在同圆或等圆中，如果两条弧相等，那么它们所对的圆心角_____，所对的弦_____；
在同圆或等圆中，如果两条弦相等，那么他们所对的圆心角_____，所对的弧_____.

【答案】 相等 相等 相等 相等 相等 相等

【解析】

略



例 4. 若一条弦把圆周分成 2:3 的两段弧，则劣弧所对圆心角的度数是_____.

【答案】 144°

【解析】

【分析】

一条弦把圆周分成 2:3 的两段弧，所以圆的中心角 360° 被分成了 5 份，每一份占 72° ，劣弧对应的圆心角占了 2 份，即 144° .

解：∵一条弦把圆周分成 2:3 的两段弧，

∴劣弧所对圆心角的度数为 $\frac{2}{5} \times 360^\circ = 144^\circ$,

故答案为： 144° .

【点睛】

本题考查了优弧与劣弧的概念，本题的关键找到隐藏条件，圆的中心角 360° .



例 5. 已知 $\odot O$ 中， $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ ，则弦 AB 和 $2CD$ 的大小关系是 ()

A. $AB > 2CD$ B. $AB = 2CD$ C. $AB < 2CD$ D. 不能确定

【答案】 C

【解析】

【分析】

根据弦和弧之间关系和三角形三边关系即可求证.

如图，取 $\widehat{AB}$ 的中点 E ，则 $\overline{AE} = \overline{BE}$ ，

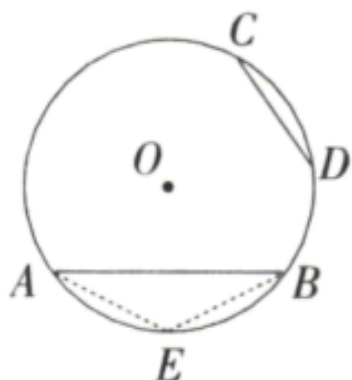
∵ $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ ，

∴ $\widehat{AE} = \widehat{BE} = \widehat{CD}$ ，

∴ $AE = BE = CD$ ，

$$\because AE + BE > AB,$$

$$\therefore 2CD > AB.$$



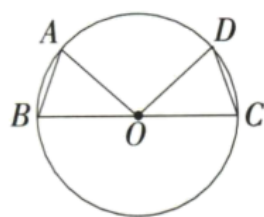
故选 C.

【点睛】

本题主要考查弦和弧之间关系和三角形三边关系，解决本题的关键是要熟练掌握弦和弧之间关系和三角形三边关系.



例 6. 如图，已知在 $\odot O$ 中， BC 是直径， $AB = DC$ ，则下列结论不一定成立的是（ ）



A. $OA = OB = AB$

B. $\angle AOB = \angle COD$

C. $\widehat{AB} = \widehat{DC}$

D. O 到 AB 、 CD 的距离相等

【答案】A

【解析】

【分析】

根据圆心角、弧、弦之间的关系即可得出答案.

在 $\odot O$ 中，弦 $AB =$ 弦 DC ，则其所对圆心角相等，即 $\angle AOB = \angle COD$ ，所对优弧和劣弧分别相等，所以有

$\widehat{AB} = \widehat{DC}$ ，故 B 项和 C 项结论正确，

$$\because AB = DC, AO = DO = BO = CO$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle DCO \text{ (SSS)}$$

可得出点 O 到弦 AB , DC 的距离相等, 故 D 项结论正确;

而由题意不能推出 $AB = OA$, 故 A 项结论错误.

故选: A

【点睛】

此题主要考查圆的基本性质, 解题的关键是熟知圆心角、弧、弦之间的关系.



例 7. 如果在两个圆中有两条相等的弦, 那么 ()

- A. 这两条弦所对的圆心角相等
- B. 这两条弦所对的弧相等
- C. 若两圆为等圆, 则这两条弦所对的圆心角相等
- D. 这两条弦所对的弦心距相等

【答案】C

【解析】

【分析】

在同圆和等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等, 所对的弦也相等, 但在不同圆中则应另当别论.

解: A、这两条弦所对的圆心角不一定相等, 原说法错误, 故本选项错误;

B、这两条弦所对的弧不一定相等, 原说法错误, 故本选项错误;

C、若两圆为等圆, 则这两条弦所对的圆心角相等, 原说法正确, 故本选项正确;

D、这两条弦所对的弦心距不一定相等, 原说法错误, 故本选项错误;

故选 C.

【点睛】

本题考查了圆心角、弧、弦的关系, 注意在同圆和等圆这个条件, 不要盲目解答.



例 8. 下列说法错误的是 ()

- A. 等弧所对的圆心角相等
- B. 弧的度数等于该弧所对的圆心角的度数
- C. 长度相等的两段弧是等弧
- D. 半径相等的两个半圆是等弧

【答案】C

【解析】

【分析】

根据圆的相关性质, 圆心角、弧、弦的关系判定即可.

解：A 等弧所对的圆心角相等，故正确；

B、弧的度数等于该弧所对的圆心角的度数，故正确；

C.等弧的概念是在只能完全重合的两段弧，错误；

D、半径相等的两个半圆是等弧，正确，

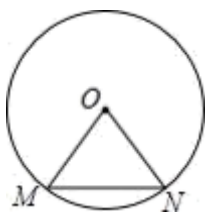
故选：C.

【点睛】

此题主要考查圆心角、弧、弦的关系，正确的理解题意是解题的关键.



例 9. 如图所示，MN 为 $\odot O$ 的弦， $\angle N=52^\circ$ ，则 $\angle MON$ 的度数为 ()



A. 38°

B. 52°

C. 76°

D. 104°

【答案】C

【解析】

【分析】

根据半径相等得到 $OM=ON$ ，则 $\angle M=\angle N=52^\circ$ ，然后根据三角形内角和定理计算 $\angle MON$ 的度数.

$\because OM=ON$,

$\therefore \angle M=\angle N=52^\circ$,

$\therefore \angle MON=180^\circ-2\times 52^\circ=76^\circ$.

故选 C.

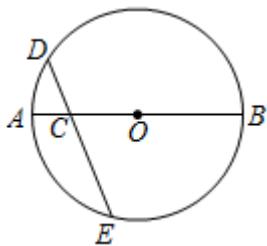
【点睛】

本题考查了圆的认识：掌握与圆有关的概念（弦、直径、半径、弧、半圆、优弧、劣弧、等圆、等弧等）.



例 10. 如图，已知点 C 是 $\odot O$ 的直径 AB 上的一点，过点 C 作弦 DE，使 $CD=CO$. 若 $\widehat{AD}$ 的度数为

35° ，则 $\widehat{BE}$ 的度数是_____.



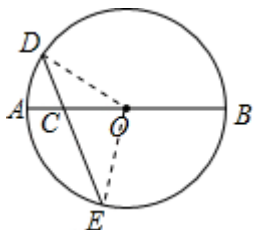
【答案】 105° .

【解析】

【分析】

连接 OD 、 OE ，根据圆心角、弧、弦的关系定理求出 $\angle AOD=35^\circ$ ，根据等腰三角形的性质和三角形内角和定理计算即可．

解：连接 OD 、 OE ，



$\because \widehat{AD}$ 的度数为 35° ，

$\therefore \angle AOD=35^\circ$ ，

$\because CD=CO$ ，

$\therefore \angle ODC=\angle AOD=35^\circ$ ，

$\because OD=OE$ ，

$\therefore \angle ODC=\angle E=35^\circ$ ，

$\therefore \angle DOE=180^\circ-\angle ODC-\angle E=180^\circ-35^\circ-35^\circ=110^\circ$ ，

$\therefore \angle AOE=\angle DOE-\angle AOD=110^\circ-35^\circ=75^\circ$ ，

$\therefore \angle BOE=180^\circ-\angle AOE=180^\circ-75^\circ=105^\circ$ ，

$\therefore \widehat{BE}$ 的度数是 105° ．

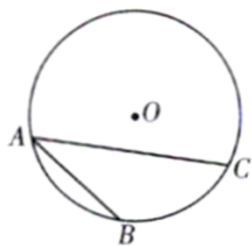
故答案为 105° ．

【点睛】

本题考查了圆心角、弧、弦的关系定理：在同圆和等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等．



例 11. 如图，在 $\odot O$ 中， $\widehat{AC} = 2\widehat{AB}$ ，则弦 AC 与 AB 的关系是（ ）



- A. $AB=AC$ B. $AC=2AB$ C. $AC<2AB$ D. $AC>2AB$

【答案】 C

【解析】

【分析】

由已知条件 $\widehat{AC} = 2\widehat{AB}$ ，得出点 B 是 $\widehat{AC}$ 的中点，根据圆心角、弧、弦关系定理的推论得到 $AB=BC$ ，又在 $\triangle ABC$ 中，根据三角形三边关系定理得出 $AB+BC>AC$.

解：连接 BC

$$\because \widehat{AC} = 2\widehat{AB},$$

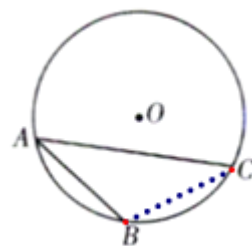
$$\therefore \text{弧 } AB = \text{弧 } BC,$$

$$\therefore AB = BC,$$

$$\because \text{在 } \triangle ABC \text{ 中, } AB + BC > AC,$$

$$\therefore AC < 2AB.$$

故选 C.



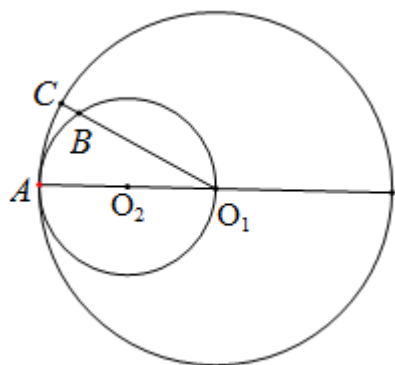
【点睛】

本题主要考查了圆心角、弧、弦的关系及三角形三边关系定理，准确作出辅助线，得出 $AB=BC$ 是解题的关键.



例 12. 如图， $\odot O_1$ 的半径是 $\odot O_2$ 的直径， $\odot O_1$ 的半径 O_1C 交 $\odot O_2$ 于 B ，若 $\widehat{AB}$ 的度数是 48° ，那么

$\widehat{AC}$ 的度数是_____.



【答案】 24°

【解析】

【分析】

连接 BO_2 ，得到等腰 $\triangle O_2O_1B$ ，结合已知条件求解 $\angle O_2O_1B$ ，从而可得答案.

解：如图，连接 BO_2 ，

$\because \widehat{AB}$ 的度数是 48° ，

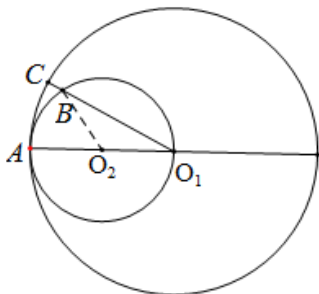
$\therefore \angle AO_2B = 48^\circ$ ，

$\because O_2O_1 = O_2B$ ，

$\therefore \angle O_2O_1B = \angle O_2BO_1 = 24^\circ$ ，

$\therefore \widehat{AC}$ 的度数是 24° ，

故答案是： 24° .



【点睛】

本题考查的是等腰三角形的性质，弧的度数等于它所对的圆心角的度数，掌握以上知识点是解题的关键.



例 13. 在 $\odot O$ 中, AB, CD 为两条弦, 下列说法: ①若 $AB = CD$, 则 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$; ②若 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$,

则 $AB = 2CD$; ③若 $AB = 2CD$, 则弧 $AB = 2$ 弧 CD ; ④若 $\angle AOB = 2\angle COD$, 则 $AB = 2CD$. 其中正确的有

()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 A

【解析】

【分析】

根据圆心角、弧、弦的关系逐一分析即可.

①若 $AB = CD$, 则 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 正确;

②若 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 则 $AB = CD$, 故不正确;

③由 $AB = 2CD$ 不能得到 $\widehat{AB} = 2\widehat{CD}$, 故不正确;

④若 $\angle AOB = 2\angle COD$, 则 $AB > 2CD$, 故不正确;

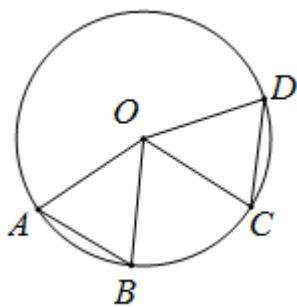
故选 A.

【点睛】

本题考查的是圆心角、弧、弦的关系, 熟练掌握三者之间的关系是解本题的关键.



例 14. 已知, 如图, $\angle AOB = \angle COD$, 下列结论不一定成立的是 ()



A. $AB = CD$

B. $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

C. $\triangle AOB \cong \triangle COD$

D. $\triangle AOB, \triangle COD$ 都是等边三角形

【答案】 D

【解析】

【分析】

由题意根据圆心角、弧、弦之间的关系, 由 $\angle AOB = \angle COD$, 可得弦相等, 弧相等以及三角形全等, 以此进

行分析判断即可.

解: $\because \angle AOB = \angle COD$,

$\therefore AB = CD, \widehat{AB} = \widehat{CD}$.

$\because OA = OB = OC = OD$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$,

$\therefore A、B、C$ 成立, D 不成立.

故选: D .

【点睛】

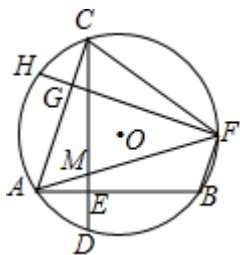
本题考查弧, 弦, 圆心角之间的关系, 注意掌握三组量中, 只要有一组相等, 其余的都对应相等.



例 15. 如图, $\odot O$ 中, 弦 $AB \perp CD$, 垂足为 E , F 为 $\widehat{CBD}$ 的中点, 连接 $AF、BF、AC$, AF 交 CD 于

M , 过 F 作 $FH \perp AC$, 垂足为 G , 以下结论: ① $\widehat{CF} = \widehat{DF}$; ② $HC = BF$; ③ $MF = FC$;

④ $\widehat{DF} + \widehat{AH} = \widehat{BF} + \widehat{AF}$, 其中成立的个数是 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 C

【解析】

【分析】

根据弧, 弦, 圆心角之间的关系, 圆周角定理以及三角形内角和定理一一判断即可.

解: $\because F$ 为 $\widehat{CBD}$ 的中点,

$\therefore \widehat{CF} = \widehat{DF}$, 故①正确,

$\therefore \angle FCM = \angle FAC$,

$\because \angle FCG = \angle ACM + \angle FCM$, $\angle AME = \angle FMC = \angle ACM + \angle FAC$,

$\therefore \angle AME = \angle FMC = \angle FCG > \angle FCM$,

$\therefore FC > FM$, 故③错误,

$\because AB \perp CD$, $FH \perp AC$,

$$\therefore \angle AEM = \angle CGF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CFH + \angle FCG = 90^\circ, \angle BAF + \angle AME = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CFH = \angle BAF,$$

$$\therefore \widehat{CF} = \widehat{BF},$$

$$\therefore HC = BF, \text{ 故②正确,}$$

$$\therefore \angle AGF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAF + \angle AFH = 90^\circ,$$

$$\therefore \widehat{AH} + \widehat{CF} = 180^\circ,$$

$$\therefore \widehat{CH} + \widehat{AF} = 180^\circ,$$

$$\therefore \widehat{AH} + \widehat{CF} = \widehat{AH} + \widehat{DF} = \widehat{CH} + \widehat{AF} = \widehat{AF} + \widehat{BF}, \text{ 故④正确,}$$

故选：C.

【点评】

本题考查圆心角，弧，弦之间的关系，三角形内角和定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考选择题中的压轴题．

跟踪训练

一、单选题

1. 下列说法中，正确的是（ ）

A. 等弦所对的弧相等

B. 等弧所对的弦相等

C. 圆心角相等，所对的弦相等

D. 弦相等所对的圆心角相等

【答案】B

【解析】

【分析】

根据圆心角，弦，弧之间的关系判断，注意条件．

A 中，等弦所对应的弧可以相等也可以互补构成新圆；

B 中，等弧所对应的弦相等，故选 B

C 中，圆心角相等所对应的弦可能互补；

D 中，弦相等，圆心角可能互补；

故选 B

【点睛】

本题考查了圆心角，弧，弦之间的观，此类试题属于难度较大的试题，其中，弦和圆心角等一些基本知识容易混淆，从而很难把握.

2. 下列说法中，不正确的是（ ）

- A. 在同圆或等圆中，若两弧相等，则它们所对的弦相等
- B. 在同一个圆中，若弦长等于半径，则该弦所对的劣弧的度数为 60°
- C. 在同一个圆中，若两弧不等，则优弧所对的圆心角较大
- D. 若两弧的度数相等，则这两条弧是等弧

【答案】D

【解析】

【分析】

圆心角、弧、弦的关系是在同圆或等圆中发生的，因此在大小不等的两圆中，即使位于两圆中的两弧的度数相等，这两条弧也不是等弧，由此可知答案.

- A. 在同圆或等圆中，若两弧相等，则它们所对的弦相等，此项说法正确，不符合题意；
- B. 在同一个圆中，若弦长等于半径，则该弦所对的劣弧的度数为 60° ，此项说法正确，不符合题意；
- C. 在同一个圆中，若两弧不等，则优弧所对的圆心角较大，此项说法正确，不符合题意；
- D. 在大小不等的两圆中，即使位于两圆中的两弧的度数相等，这两条弧也不是等弧，符合题意.

故选：D.

【点睛】

本题主要考查圆心角、弧、弦的关系，掌握圆的有关概念和性质是解题关键，要特别注意题干的要求.

3. 若 C 、 D 为半圆 AB 上三等分点,那么 $CD:AB$ 为()

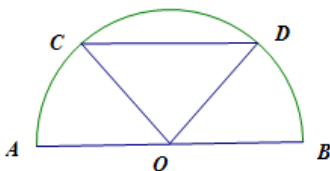
- A. $2:\sqrt{3}$
- B. $1:\sqrt{3}$
- C. $2:1$
- D. $1:2$

【答案】D

【解析】

【分析】

根据圆心角定理可得 $\angle AOC = \angle COD = \angle BOD = 60^\circ$ ，则 $\triangle OCD$ 为等边三角形，即 CD 等于半径.



$\because C、D$ 为半圆 AB 上三等分点,

$\therefore \angle AOC = \angle COD = \angle BOD = 60^\circ$,

$\therefore \triangle OCD$ 为等边三角形,

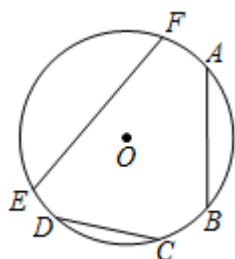
则 $CD = OC = \frac{1}{2} AB$.

故选 D.

【点睛】

本题主要考查圆心角定理：在同圆或等圆中，如果两条弧相等，那么他们所对的圆心角相等.

4. 如图，在一个圆内有 $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{CD}$ 、 $\widehat{EF}$ ，若 $\widehat{AB} + \widehat{CD} = \widehat{EF}$ ，则 $AB + CD$ 与 EF 的大小关系是（ ）



- A. $AB + CD = EF$ B. $AB + CD < EF$ C. $AB + CD \leq EF$ D. $AB + CD > EF$

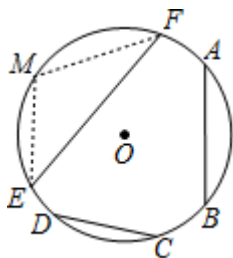
【答案】D

【解析】

【分析】

在弧 EF 上取一点 M ，使 $\widehat{EM} = \widehat{CD}$ ，推出 $\widehat{FM} = \widehat{AB}$ ，根据圆心角、弧、弦的关系得到 $AB = FM$ ， $CD = EM$ ，根据三角形的三边关系定理求出 $FM + EM > FE$ 即可.

如图，在弧 EF 上取一点 M ，使 $\widehat{EM} = \widehat{CD}$ ，



则 $\widehat{FM} = \widehat{AB}$ ，

所以 $AB = FM$ ， $CD = EM$ ，

在 $\triangle MEF$ 中， $FM + EM > EF$ ，

所以 $AB + CD > EF$ ，

故选：D.

【点睛】

本题考查了三角形的三边关系，圆心角、弧、弦的关系等知识点的理解和掌握，能正确作辅助线是解题的关键.

5. 在 $\odot O$ 中， AB ， CD 为两条弦，下列说法：①若 $AB=CD$ ，则 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$ ；②若 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$ ，则 $AB=2CD$ ；③若 $AB=2CD$ ，则弧 $AB=2$ 弧 CD ；④若 $\angle AOB=2\angle COD$ ，则 $AB=2CD$.其中正确的有（ ）

- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】A

【解析】

【分析】

根据圆心角、弧、弦之间的关系解答即可.

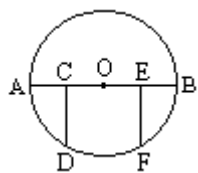
- ①若 $AB=CD$ ，则 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$ ，正确；
②若 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$ ，则 $AB=CD$ ，故不正确；
③由 $AB=2CD$ 不能得到弧 $AB=2$ 弧 CD ，故不正确；
④若 $\angle AOB=2\angle COD$ ，则 $AB=2CD$ ，错误.

故选 A.

【点睛】

本题考查了圆心角、弧、弦之间的关系，在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对的其余各组量都分别相等.也考查了等腰三角形的性质.

6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 AO 的垂直平分线, EF 是 OB 的垂直平分线,则下列结论正确的是 ()



- A. $\widehat{AD}=\widehat{DF}=\widehat{FB}$ B. $\widehat{AD}>\widehat{DF}$
C. $\widehat{DF}<\widehat{FB}$ D. $\widehat{AD}=\widehat{FB}\neq\widehat{DF}$

【答案】A

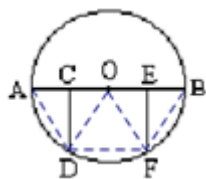
【解析】

【分析】

如图，连接 AD ， OD ， DF ， OF ， BF ，根据垂直平分线的性质易证 $AD=DO=DF=FO=FB$ ，再根据“在同圆或等圆中，

所对的弦相等的两段弧是等弧”即可判断.

如图, 连接 AD, OD, DF, OF, BF,



$\because CD$ 是 AO 的垂直平分线, EF 是 OB 的垂直平分线,

$\therefore DF=CE=\frac{1}{2}AB$, $AD=OD$, $OF=BF$,

$\therefore DF=DF=BF$,

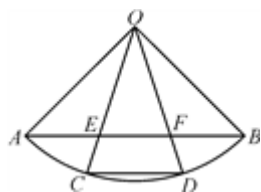
则 $\widehat{AD}=\widehat{DF}=\widehat{FB}$.

故选 A.

【点睛】

本题主要考查垂直平分线的性质, 等弧的判定, 解此题的关键在于熟练掌握其知识点.

7. 如图, 扇形 OAB 的圆心角为 90° , 点 C 、 D 是 $\widehat{AB}$ 的三等分点, 半径 OC 、 OD 分别与弦 AB 交于点 E 、 F , 下列说法错误的是()



A. $AE=EF=FB$

B. $AC=CD=DB$

C. $EC=FD$

D. $\angle DFB=75^\circ$

【答案】A

【解析】

试题分析: 利用点 C , D 是 $\widehat{AB}$ 的三等分点, 得出 $AC=CD=DB$, $\angle AOC=\angle COD=\angle BOD=\frac{1}{3}\angle AOB=30^\circ$, 再求出 $\angle OBA$ 的度数, 利用外角求出 $\angle BFD$ 的度数, 通过证 $\triangle AOE \cong \triangle BOF$, 得出 $OE=OF$, 则 $EC=FD$. 连接 AC , 在 $\triangle ACE$ 中, 求证 $AE=AC$, 则可证 $CD=AE=BF$, 再根据 $CD>EF$ 得 AE 、 EF 、 FB 关系.

解: $\because$ 点 C , D 是 $\widehat{AB}$ 的三等分点,

$\therefore AC=CD=DB$, $\angle AOC=\angle COD=\angle BOD=\frac{1}{3}\angle AOB=30^\circ$,

$\therefore$ 选项 B 正确;

$\because OA=OB$, $\angle AOB=90^\circ$, $\therefore \angle OAB=\angle OBA=45^\circ$,

$\therefore \angle AEC = \angle OAB + \angle AOC = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ$, 同理 $\angle DFB = 75^\circ$,

故选项 D 正确.

$\therefore \angle AEO = \angle BFO$,

在 $\triangle AOE$ 和 $\triangle BOF$ 中, $\angle AEO = \angle BFO$, $\angle AOC = \angle BOD$, $AO = BO$,

$\therefore \triangle AOE \cong \triangle BOF$,

$\therefore OE = OF$,

$\therefore EC = FD$, 故选项 C 正确.

在 $\triangle AOC$ 中, $\because OA = OC$, $\therefore \angle ACO = \angle CAO = \frac{1}{2} (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$,

$\therefore \angle ACO = \angle AEC$,

$\therefore AC = AE$, 同理 $BF = BD$,

又 $\because AC = CD = BD$,

$\therefore CD = AE = BF$,

$\because$ 在 $\triangle OCD$ 中, $OE = OF$, $OC = OD$,

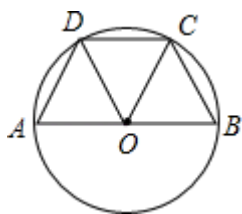
$\therefore EF < CD$,

$\therefore CD = AE = BF > EF$, 故 A 错误.

故选 A.

8. 如图, C、D 为半圆上三等分点, 则下列说法: ① $\widehat{AD} = \widehat{CD} = \widehat{BC}$; ② $\angle AOD = \angle DOC = \angle BOC$; ③ $AD =$

$CD = OC$; ④ $\triangle AOD$ 沿 OD 翻折与 $\triangle COD$ 重合. 正确的有 ()



A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

【答案】A

【解析】

【分析】

根据“在同圆或等圆中, 等弧对的圆心角相等, 等弧对的弦相等”仔细找出等量关系即可.

$\because$ C、D 为半圆上三等分点,

$\therefore \widehat{AD} = \widehat{CD} = \widehat{BC}$, 故①正确,

∵在同圆或等圆中，等弧对的圆心角相等，等弧对的弦相等，

∴ $AD=CD=OC$ ， $\angle AOD=\angle DOC=\angle BOC=60^\circ$ ，故②③正确，

∵ $OA=OD=OC=OB$ ，

∴ $\triangle AOD \cong \triangle COD \cong \triangle COB$ ，且都是等边三角形，

∴ $\triangle AOD$ 沿 OD 翻折与 $\triangle COD$ 重合。故④正确，

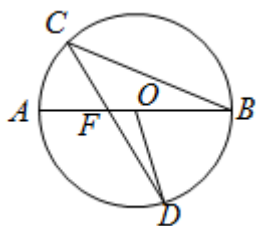
∴正确的说法有：①②③④共4个，

故选 A.

【点睛】

本题考查了圆心角、弧和弦的关系，利用了在同圆或等圆中，等弧对的圆心角相等，等弧对的弦相等和平角的概念求解.

9. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 、 D 是 $\odot O$ 上的两点，且点 C 为弧 BAD 的中点，连接 CD 、 CB 、 OD ， CD 与 AB 交于点 F 。若 $\angle AOD=100^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的度数为（ ）



A. 15°

B. 20°

C. 25°

D. 30°

【答案】B

【解析】

【分析】

先根据邻补角的性质求出 $\angle BOD$ ，再根据点 C 为弧 BAD 的中点，求出 $\angle BOC$ 的度数，再根据等腰三角形的性质即可求出 $\angle ABC$ 的度数.

∵ $\angle AOD=100^\circ$ ，

∴ $\angle BOD=180^\circ-\angle AOD=80^\circ$ ，

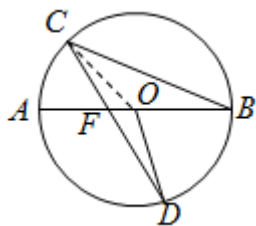
∵点 C 为弧 BAD 的中点

∴ $\angle BOC=\angle DOC=\frac{1}{2}(360^\circ-80^\circ)=140^\circ$

∵ $OC=OB$

∴ $\angle ABC=\angle BCO=\frac{1}{2}(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

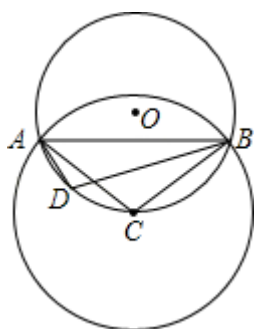
故选 B.



【点睛】

此题主要考查圆内角度求解，解题的关键是熟知圆心角、弧的关系.

10. 在 $\odot O$ 中，C是 $\widehat{AB}$ 的中点，D是 $\widehat{AC}$ 上的任一点（与点A、C不重合），则（ ）



A. $AC+CB=AD+DB$

B. $AC+CB<AD+DB$

C. $AC+CB>AD+DB$

D. $AC+CB$ 与 $AD+DB$ 的大小关系不确定

【答案】C

【解析】

【分析】

欲求 $AC+CB$ 和 $AD+DB$ 的大小关系，需将这些线段构建到同一个三角形中，然后利用三角形的三边关系解题.

解：如图；

以 C 为圆心，AC 为半径作圆，交 BD 的延长线于 E，连接 AE、CE；

$$\because CB=CE,$$

$$\therefore \angle CBE=\angle CEB;$$

$$\because \angle DAC=\angle CBE,$$

$$\therefore \angle DAC=\angle CEB;$$

$$\because AC=CE,$$

$$\therefore \angle CAE=\angle CEA,$$

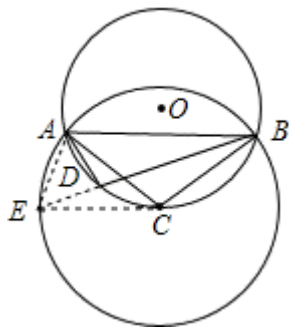
$\therefore \angle CAE - \angle DAC = \angle CEA - \angle CED$, 即 $\angle DAE = \angle DEA$;

$\therefore AD = DE$;

$\because EC + BC > BE$, $EC = AC$, $BE = BD + DE = AD + BD$,

$\therefore AC + BC > BD + AD$;

故选: C.



【点睛】

本题考查圆心角、弧、弦的关系, 涉及三角形三边关系等知识, 是重要考点, 难度较易, 掌握相关知识是解题关键.

二、填空题

11. 120° 的圆心角是 360° 的 _____ 分之一, 它所对的弧是相应圆周长的 _____ 分之一.

【答案】 三 三

【解析】

【分析】

根据题意可知由于圆周角为 360° , 则圆心角是 120° 的圆心角所对弧长是圆周长的 $120^\circ \div 360^\circ = \frac{1}{3}$, 所以所对的弧长是相应的圆的周长的 $\frac{1}{3}$, 据此解答即可.

解: $120^\circ \div 360^\circ = \frac{1}{3}$,

它所对的弧是相应圆周长的 $\frac{1}{3}$,

答: 120° 的圆心角是 360° 的三分之一, 它所对的弧是相应圆周长的三分之一.

故答案为: 三; 三.

【点睛】

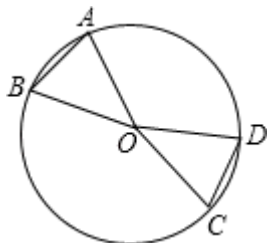
本题考查圆的弧长和圆心角, 注意掌握在同一个圆中, 扇形的圆心角与 360° 度的比等于弧长与圆的周长的比.

12. 如图, OA, OB, OC, OD 是 $\odot O$ 的半径,

(1) 如果 $\angle AOB = \angle COD$, 那么 _____, _____ = _____, $\angle AOC$ _____ $\angle BOD$;

(2) 如果 $AB = CD$, 那么 _____ = _____, _____;

(3) 如果 $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 那么 _____, _____, $\widehat{AC}$ _____ $\widehat{BD}$.



【答案】 $AB = CD$, $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$, = $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$, $\angle AOB = \angle COD$, $AB = CD$, $\angle AOB = \angle COD$, =

【解析】

【分析】

根据在同圆或等圆中, ①圆心角相等, ②所对的弧相等, ③所对的弦相等, 三项“知一推二”, 一项相等, 其余二项皆相等进行解答.

(1) $\because \angle AOB = \angle COD$,

$\therefore AB = CD$, $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, $\angle AOC = \angle BOD$;

(2) $\because AB = CD$,

$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$, $\angle AOB = \angle COD$;

(3) $\because \widehat{AB} = \widehat{CD}$,

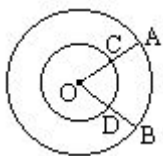
$\therefore AB = CD$, $\angle AOB = \angle COD$, $\widehat{AC} = \widehat{BD}$.

故答案为 $AB = CD$, $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$, =, $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$, $\angle AOB = \angle COD$, $AB = CD$, $\angle AOB = \angle COD$, =

【点睛】

此题考查了圆心角、弧、弦的关系, 在同圆或等圆中, ①圆心角相等, ②所对的弧相等, ③所对的弦相等, 三项“知一推二”, 一项相等, 其余二项皆相等.

13. 如图, 在两个同心圆中, $\widehat{AB}$ 为 60° , 则 $\widehat{CD}$ 的度数为_____.



【答案】 60°

【解析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/097034034065006123>