

# 非均匀传输线电磁辐射计算研究

## 摘 要

在现代工业中，线缆负责连接系统内的各种电子设备使其发挥功效，是系统中必不可少的一部分。但根据大量研究表明，系统设备受到的电磁干扰或者不符合辐射发射试验标准的情况大多是由线缆导致的，线缆会作为高效的发射天线，将与之相连的电子设备的干扰辐射到系统内的其他设备或相邻系统中，系统内的敏感设备在受到电磁干扰后，无法正常工作，甚至损坏。因此，针对电子电气系统的电磁兼容设计，考虑系统信号完整性与抗干扰性，线缆的电磁辐射研究是必不可少的。

对于线缆的电磁辐射的处理方法，大致分为两种方法。第一种是基于行波理论的解析计算方法，结果精度很高，但耗费时间很长，与之相比赫兹偶极子近似法在保证准确度的前提下，计算效率有很大的提高。当前的线缆电磁辐射研究更多针对的是均匀传输线情况，对于实际工程中的非均匀传输线情况研究相对较少，并且线缆在不同的情况，如加减速、振动、颠簸等中，其距地高度、线间距离等参数会出现一定的随机性。针对上述问题，提出分别结合迭代自适应扰动法、赫兹偶极子近似法与混沌多项式展开法的新方法，计算分析不同情况下的非均匀传输线电磁辐射。

论文的主要内容和贡献如下：

(1) 在传输线理论的基础上，建立了非均匀传输线迭代自适应扰动的数学模型，基于无损双导体传输线方程利用迭代技术和边界条件求解均值项和扰动项数值，均值项和扰动项叠加在一起即为传输线的电流、电压值。随后设计了倾斜、弯曲两个典型的非均匀线缆模型，采用 CST 软件仿真和级联法分别求得线缆近端电流和远端电流，验证了迭代自适应扰动法的准确性。

(2) 针对位置固定的非均匀传输线电磁辐射，提出一种结合迭代自适应扰动法和赫兹偶极子近似法的新方法。利用偶极子天线理论，计算空间中每个偶极

子在观察点处三维空间中三个方向上的辐射场，三个方向上的辐射场叠加到一起即为传输线在观察点处的总辐射场。为了验证所提方法的准确性和有效性，设计了弧形线缆、正弦线缆两个典型的非均匀线缆模型，并探讨了非均匀传输线弯曲程度、线缆半径、线缆长度和距地高度参数对传输线电磁辐射的影响规律。

(3) 针对含随机参数的非均匀传输线电磁辐射，提出了一种综合运用混沌多项式展开法、迭代自适应扰动法与赫兹偶极子近似法的新方法。根据混沌多项式理论，利用正交多项式对非均匀传输线进行混沌多项展开，并利用边界条件求解传输线电流，然后将其划分为若干个电偶极子求解三个方向的辐射场，叠加到一起即为非均匀传输线总辐射场的混沌多项式展开表达式。通过计算倾斜、弯曲两个典型的随机非均匀传输线模型的平均值、标准差和概率密度函数，与传统的蒙特卡洛-级联-赫兹偶极子近似法对比验证了该方法的准确性和有效性，并将该方法应用到实际工程当中。

**关键字：**

电磁辐射，非均匀传输线，迭代自适应扰动技术，赫兹偶极子近似法，统计分析，混沌多项式展开

# **Study on electromagnetic radiation calculation of non-uniform transmission lines**

## **Abstract**

In modern industry, cables are responsible for connecting various electronic devices in the system to make them function, and they are an indispensable part of the system. However, a large number of studies have shown that most of the electromagnetic interference or non-compliance with the radiation emission test standards of the system equipment is caused by the cable. The cable will act as an efficient transmitting antenna and radiate the interference of the electronic equipment connected to the system. Other equipment in the system or in the adjacent system, the sensitive equipment in the system cannot work normally or even be damaged after being subjected to electromagnetic interference. Therefore, for the EMC design of electronic and electrical systems, considering the signal integrity and anti-interference of the system, the research on electromagnetic radiation of cables is essential.

For the electromagnetic radiation of the cable treatment methods, roughly divided into two methods. The first method is the analytical calculation method based on the traveling wave theory. The result is very accurate, but it takes a long time. Compared with the Hertz dipole approximation method, the calculation efficiency is greatly improved under the premise of ensuring the accuracy. The current research on electromagnetic radiation of cables mainly focuses on uniform transmission lines, while the research on non-uniform transmission lines in actual engineering is relatively rare. Moreover, in different situations, such as acceleration and deceleration, vibration, turbulence, etc., parameters such as height from the ground and distance between cables will have certain randomness. To solve these problems, a new method combining iterative adaptive perturbation method, Hertz dipole approximation method and chaotic polynomial expansion method is proposed to calculate and analyze the electromagnetic radiation of non-uniform transmission lines under different conditions.

The main contents and contributions of the paper are listed as follows:

(1) Based on the theory of transmission line, a mathematical model of the iterative adaptive perturbation of non-uniform transmission line is established. Based on the lossless double conductor transmission line equation, the value of the mean

term and the perturbation term are solved by using the iterative technique and boundary conditions. The mean term and the perturbation term are superimposed together to form the current and voltage of the transmission line. Then, two typical non-uniform cable models, tilt and bend, were designed. CST software simulation and cascading method were used to calculate the near end current and the far end current of the cable, respectively. The accuracy of the iterative adaptive perturbation method was verified.

(2) A new method combining iterative adaptive perturbation method and Hertz dipole approximation method is proposed for the electromagnetic radiation of non-uniform transmission lines with fixed position. Using the theory of dipole antenna, the radiation fields of each dipole in the three-dimensional space at the observation point in three directions are calculated. The radiation fields in the three directions are superimposed together to be the total radiation fields of the transmission line at the observation point. In order to verify the accuracy and effectiveness of the proposed method, two typical non-uniform cable models of arc cable and sinusoidal cable were designed, and the effects of non-uniform transmission line bending degree, cable radius, cable length and cable height on the electromagnetic radiation of the transmission line were discussed.

(3) A new method, which combines chaotic polynomial expansion method, iterative adaptive perturbation method and Hertz dipole approximation method, is proposed to deal with the electromagnetic radiation of non-uniform transmission lines with random parameters. According to the theory of polynomial chaos, the non-uniform transmission lines to make use of orthogonal polynomial chaos multinomial, and by using boundary conditions to solve the transmission line current, and then can be divided into a number of electric dipole radiation field for solving three directions, superimposed together is the non-uniform transmission lines total chaos polynomial expansion expression of the radiation field. By calculating the mean value, standard deviation and probability density function of two typical random non-uniform transmission line models, which are inclined and curved, the accuracy and effectiveness of the proposed method are verified by comparing with the traditional Monte Carlo-cascade-Hertz dipole approximation method, and this method is applied to practical engineering.

**Key words:**

Electromagnetic radiation, non-uniform transmission lines, iterative adaptive perturbation techniques, Hertz dipole approximation, statistical analysis, chaotic polynomial expansion

# 目 录

第 1 章 绪论.....	1
1.1 研究背景及意义.....	1
1.2 国内外研究现状.....	2
1.2.1 线缆电磁辐射研究现状.....	2
1.2.2 非均匀传输线研究现状.....	3
1.2.3 随机参数传输线研究现状.....	4
1.3 论文主要内容及结构安排.....	6
第 2 章 非均匀传输线电流计算.....	9
2.1 传输线理论.....	9
2.1.1 传输线方程概述.....	9
2.1.2 双导体传输线参数计算.....	10
2.1.3 传输线方程频域求解.....	13
2.2 迭代自适应扰动法的数学模型.....	14
2.2.1 迭代自适应扰动法的原理分析.....	14
2.2.2 非均匀传输线电流计算.....	15
2.3 结果验证.....	18
2.3.1 CST 电磁仿真.....	18
2.3.2 级联法.....	20
2.3.3 算例验证.....	22
2.4 本章小结.....	25
第 3 章 非均匀传输线电磁辐射计算.....	27
3.1 非均匀传输线电磁辐射计算推导.....	27
3.1.1 偶极子天线.....	27
3.1.2 非均匀传输线电磁辐射计算.....	30
3.2 方法验证.....	33
3.2.1 算例验证.....	33
3.2.2 计算效率和误差分析.....	36
3.3 影响因素分析.....	37

3.3.1 弯曲程度的影响.....	37
3.3.2 线缆半径的影响.....	38
3.3.3 线缆长度的影响.....	40
3.3.4 线缆距地高度的影响.....	41
3.4 本章小结.....	42
第4章 含随机参数的非均匀传输线电磁辐射统计分析.....	43
4.1 基于混沌多项式展开法的非均匀传输线电磁辐射统计模型..	43
4.1.1 基于混沌多项式展开法原理分析.....	43
4.1.2 随机参数的非均匀传输线电磁辐射统计分析.....	44
4.2 方法验证.....	49
4.2.1 算例验证.....	49
4.2.2 计算效率和误差分析.....	55
4.3 工程应用与防护技术.....	56
4.4 本章小结.....	59
第5章 全文总结.....	61
5.1 主要贡献及结论.....	61
5.2 展望.....	62
参考文献.....	63
作者简介及在学期间所取得的科研成果.....	69
致  谢.....	71

# 第 1 章 绪论

## 1.1 研究背景及意义

随着电子信息时代的到来,各个领域都需要大量电子电气设备的支持。然而设备在发挥功效的同时,会不可避免地产生一些电磁能量,通过导电介质或空间耦合到其他设备或自身器件中,使其不能正常工作,更严重的话甚至会造成设备损坏<sup>[1][2]</sup>。通常将这种由于电磁能量造成系统设备非正常工作状态的现象称为电磁干扰 (Electromagnetic Interference, EMI)。因此,研究分析电磁干扰现象对于系统防护十分关键。

伴随着一系列的电磁干扰现象形成的电磁兼容 (Electromagnetic Compatibility, EMC) 问题越来越引发重视。国际电工委员会标准 (International Electrotechnical Commission, IEC) 对电磁兼容的定义为: 系统或设备在所处的电磁环境中能正常工作,同时不会对其他系统和设备造成干扰。电磁兼容的三个要素为: 干扰源,敏感设备以及电磁干扰的耦合方式。电磁兼容的耦合方式可划分为两类,一类是传导耦合,是电子设备上电压或电流不必要的变化通过导线传递并影响其替他设备;另一类是辐射耦合,是电子设备上电压或电流的变化以电磁波的形式在空间中辐射。电磁干扰都是以这两种方式进入到其他设备。

线缆作为系统中连接的纽带,连接着各种电子设备,有着十分重要的地位<sup>[3-5]</sup>。大量的理论和工程实践证明,线缆是电子电气系统电磁干扰的主要耦合通道。在传导耦合中,干扰源可以通过线缆直接或者间接经过感性、容性器件进入到敏感设备;在辐射耦合中,线缆可视为接受天线,接收由其他设备产生的辐射干扰进入到敏感设备中,或者作为发射天线,将与之相连的电子设备的干扰辐射到系统内的其他设备或相邻系统中,系统内的敏感设备在受到电磁干扰后,无法正常工作。根据研究表明,系统设备受到的电磁干扰或者不符合辐射发射试验标准大多是由线缆的电磁辐射所导致的<sup>[6][7]</sup>。因此,针对电子电气系统的电磁兼容设计,考虑系统信号完整性时,线缆的电磁辐射问题是不容忽视的。

对于线缆的电磁辐射问题,可在电磁辐射试验场地搭建具体的线缆辐射试验或者利用全波仿真软件如 CST (Computer Simulation Technology)、HFSS (High

Frequency Structure Simulator) 模拟仿真, 但试验和仿真方法往往比较耗时, 因此可选择合适的数值计算方法, 快速准确地得到电磁辐射计算结果。但目前的线缆电磁辐射研究中, 大多数是在均匀的传输线模型基础上分析计算<sup>[8-10]</sup>。而在实际的物理工程中, 传输线在电子电气系统中往往呈现的是倾斜的、弯曲的形状, 导致线缆单位长度参数是随着线缆走向变化的, 对信号的传递、辐射发射有着不同的影响, 这种传输线可称为非均匀传输线<sup>[11]</sup>。并且在工程应用中, 系统中的线缆由于工作环境和工作状态的影响(如颠簸、振动等), 其位置、线间距离等参数具有一定的随机性<sup>[12]</sup>, 会对线缆的电磁辐射带来较大的影响, 因此, 对于线缆的电磁辐射问题, 计算研究非均匀、含随机参数的传输线情况更具有参考价值与实际意义。

综上所述, 面对日益复杂的电磁干扰问题, 研究计算线缆电磁辐射方法, 特别是更为贴近实际的非均匀、随机参数传输线情况, 对于现代日益复杂的电子电气系统的电磁兼容设计, 具有影响深远的意义。建立精简有效的物理模型, 采用合适的算法计算不同传输线情况下的电流、电场, 分析其结果, 有助于为系统内的线缆电磁辐射抑制提供理论支持, 为线缆布线方式和系统电磁兼容设计提供理论依据。

## 1.2 国内外研究现状

### 1.2.1 线缆电磁辐射研究现状

目前, 国内外对于线缆辐射问题做了许多研究。1994年 Thomas 等人对均匀线缆电磁辐射做了研究, 其做法是将每个辐射电缆中的电流由时域模拟算法得到, 然后将传输线看作一条短辐射偶极子链, 计算辐射场<sup>[8]</sup>。之后, G.Andrieu 等人利用特性阻抗理论对线束进行简化, 并且提出了一种求解线束共模电流的方法, 即在高频情况下, 使用矩量法(Method of Moment, MoM)计算麦克斯韦(Maxwell)三维方程, 从而得到线束在外界电磁场辐射下的电磁响应<sup>[13]</sup>。Nakamura 和 Hayashi 从弯曲处不连续的行波电流的角度研究了单根导线弯曲处的辐射。Lee 和 Hayakawa 用基于矩量法的 NEC2 程序计算了整个弯曲导线的辐射损耗<sup>[14][15]</sup>。Xu 等人基于偶极子天线理论求解了均匀线束的电磁辐射, 首先在传输线理论的基础上计算得到多导体传输线的电流分布, 其次将传输线上的电流元划分为若干



个电偶极子,最后根据偶极子天线模型计算每个电流元的电磁辐射叠加到一起即为线束的辐射电场<sup>[9]</sup>。

国内的学者研究思路、方法与国外几近相同,国防科技大学傅萌提出将等效线束方法与时域有限差分法(Finite Difference Time Domain, FDTD)结合在电动汽车的电磁环境中对线束进行辐射和辐射敏感度仿真,验证了在电磁环境中等效线束法的有效性<sup>[16]</sup>。宋惠轩在传输线理论的基础上建立了飞机线缆线束的电路模型,根据电报方程计算得到了导线上的沿线电流,结合偶极子天线模型得到辐射强度的计算公式,求得了线缆线束的电磁辐射情况<sup>[10]</sup>。王世钰利用 CST 仿真软件软件的电缆工作室,仿真分析了单源和双源注入到线缆一端时的辐射发射和串扰的模型,获得了其辐射发射频谱、感应电流波形,为多源同时注入电子设备时的辐射发射和串扰分析奠定了基础<sup>[17]</sup>。孟近等人在线缆两端加入了连接端子和支撑体以模拟实际线缆情况,结合电偶极子天线模型和传输线理论快速计算均匀传输线的电磁辐射,并在屏蔽暗室中搭建天线模型试验,测试结果验证了计算模型的有效性<sup>[18]</sup>。

由上述可知,对于线缆的电磁辐射计算方法,大多基于多导体传输线理论和全波分析方法(如矩量法、时域有限差分法等)。全波分析方法被很多商业仿真软件采用进行电磁兼容计算分析,虽然结果精度很高,但计算过程较为繁琐,耗费时间很长,与之相比多导体传输线理论计算量少过程简单,计算精度能满足要求,因此更受到广泛使用。同时,当前的线缆电磁辐射研究内容更多针对的是均匀传输线理想情况,对于实际工程中的非均匀线缆情况研究还相对较少。

## 1.2.2 非均匀传输线研究现状

均匀传输线理论已经有了很好的理论基础<sup>[19]</sup>,但是非均匀传输线的分析仍然是一个热点问题,在这方面的学者做了许多工作。1932年,Starr等人就针对指数线这类非均匀传输线进行研究,利用贝塞尔函数得到了指数线的电流、电压通解表达式,和非均匀传输线上的参量表达式<sup>[20]</sup>。Baum和其同伴在超矩阵理论的基础上求得了适用于非均匀传输线的传输线方程,并分析了瞬变高电压下的非均匀传输线电磁情况<sup>[21][22]</sup>。Khalaj-Amirhosseini利用二阶有限差分法和泰勒级数展开法求得了传输线的沿线电流和电压,该方法可适用于分析非均匀传输线和耦合串扰线<sup>[23][24]</sup>。接着,J. Nitsch和F. Gronwald运用级联法将非均匀线细分

为局部均匀段，并将其 ABCD 矩阵串联起来进行分析<sup>[25]</sup>。Shishuang Sun 等人基于级联法，建立了一种统计电缆束模型，计算了线束内导线位置随机变化情况下的串扰电压和电流<sup>[26]</sup>。Kasper 和 Vick 两人在弯曲传输线的基础上，研究了在随机电磁场辐照下地面上的传输线由于弯曲度所带来的辐射损耗，并在微波暗室中以不同弯曲角度的传输线进行试验，测试角度与传输线辐射损耗的关系<sup>[27]</sup>。

在国内，陈小平利用镜像法和传输线理论等基本的电磁方法，针对传输线的非均匀面推导了该情况下的广义传输线方程，在此基础上应用迭代方法，在外场辐照下求得了非均匀传输线上的沿线电流和电压<sup>[28]</sup>。张友文与刘光斌将非均匀传输线近似为阶梯式均匀传输线，利用时域有限差分法求解每段非均匀传输线，并计算不平行线缆、线缆半径、线缆交叉和不对等线缆 4 种情况下的传输线串扰电压，分析不同参数变化所带来的影响<sup>[29]</sup>。杨锦鹏等人通过模态分解，将场-线耦合方程重构为微分模态和共模态，并应用扰动技术，将几何不平衡解释为数学上的等效模态分布源，分析了平面波照射下差分线电路中由于不均匀和不对称而产生模态的机理<sup>[30]</sup>。王春燕等人在 Hspice 电路仿真软件的基础上，利用级联法和等效电路法，提出了一种建立非均匀传输线的 Hspice 等效电路模型的方法<sup>[31]</sup>。杨清熙等人针对电磁脉冲注入下的非均匀有损传输线并在两端连接非线性负载下的时域响应问题，在等效电路法和级联法的基础上搭建了非均匀有损传输线的电路模型<sup>[32]</sup>。

由上述可知，对于非均匀传输线的情况探讨，国内外的学者更多研究的是传输线横截面尺寸变化所带来的不均匀性，而对于横截面不变，传输线由于弯曲、倾斜所造成单位参数随位置变化的非均匀情况研究较少。并且目前学者们计算非均匀传输线常用的方法是传统的级联法，其是将不均匀的线缆离散化划分成足够多的段数，每一段足够小可视为均匀段，之后将其链参数矩阵<sup>[11]</sup>或 ABCD 矩阵<sup>[25]</sup>叠加起来进行分析。然而级联法使用离散化的数量的一般规则是缺失的，并且可能会在某些情况下导致大量的计算时间<sup>[30]</sup>，因此仍需探究新的计算方法。

### 1.2.3 随机参数传输线研究现状

在实际的情况下，系统设备中的线缆在不同的情况中，如车辆、船只的加减速、振动、颠簸等，其距地高度、线间距离等参数会出现一定的随机性，而诸如多导体传输线理论、矩量法、时域有限差分法等传统方法针对的都是理想固定位

置的情况,并不适用随机变化的线缆。因此如何处理这种含随机参数的传输线成为了电磁兼容领域的又一热点问题,其解决方案主要可分为解析法和数值法。2006年,意大利米兰理工的 Bellan 等人假定场线耦合条件为弱耦合和电小尺寸,运用解析法得到了随机辐照下随机捆扎线束串扰效应的概率分布特性、均值和方差的表达式<sup>[33][34]</sup>。虽然解析法的使用很便捷,但该方法仅局限于某些情况可使用,不适用于高频段,限制了该方法的推广。与之相比数值法受到广泛应用,国外学者常用蒙特卡罗(Monte Carlo, MC)方法进行统计分析<sup>[35]</sup>,且还提出了配置法<sup>[12]</sup>、克里金法<sup>[36]</sup>等数值计算方法,但是这些方法需要用大量随机参数样本收集统计的定量信息,这会导致耗费大量的计算时间,不适合应用在实际工程中。近些年针对上述的情况,使用混沌多项式展开法分析不确定性问题越来越多,该方法最早来自于 1938 年 Wiener 提出的齐次混沌方法<sup>[37]</sup>,是用一系列随机变量的正交多项式描述随机问题的解,问题的不确定性则会在多项式的系数上呈现,解决参数概率分布的不确定性,再进一步扩展后,已用于诸多领域不确定性问题的统计分析<sup>[38][39]</sup>。

近些年,国内的科研学者也逐渐关注线缆束几何参数的随机性在耦合效应中所造成的影响。王瑞宝等人分别在汽车、船舶内部建立最好和最差情况模型,以集总参数表示的线缆结构统计分析线缆束在 10MHz 以内串扰干扰的变化情况<sup>[40]</sup>。侯兴勃等人在多导体传输线理论的基础上提出了一种限值模型,用来预测随机捆扎线束串扰,并以相关试验验证准确性<sup>[41]</sup>。李鑫等人针对线缆布局时的随机性所造成的影响,提出了一种基于谱域随机方法的互连线串扰分析新方法,该方法在分析阶段将具有不确定性情况的耦合互连线模型进行解耦,分别采用随机伽辽金方法和随机点匹配方法进行串扰分析<sup>[42]</sup>。王天皓等人针对线束中包含绝缘层的导线位置随机变化的不确定性情况提出了一种基于多项式混沌法的线束串扰统计分析方法<sup>[43]</sup>。哈尔滨工业大学王天昊以混沌多项式和多导体传输线理论为基础,建立线缆束串扰随机模型和线缆束场线耦合随机模型,统计分析线束将传输线的几何参数和辐照场的入射参数作为随机变量对线缆束电压特性进行统计分析<sup>[44]</sup>。

综上所述,对于电子系统内线缆的电磁辐射问题,国内外的学者对于固定均匀传输线情况有了大量的研究,而对于更符合实际工程的非均匀随机线缆的电磁辐射成果仍十分有限。同时处理非均匀传输线的手段大多基于全波仿真和级联法,对于随机参数传输线的分析方法多是蒙特卡洛方法,各自有着不同的缺陷。因此,

继续挖掘拓展非均匀、随机参数传输线情况下的电磁辐射计算方法，对于系统的电磁兼容设计、安全防护方面具有重要的实用价值、经济价值。

### 1.3 论文主要内容及结构安排

本文以传输线理论和赫兹偶极子近似法为基础，研究非均匀、随机参数传输线的电磁辐射。采用迭代自适应扰动技术计算非均匀传输线沿线的电流分布，并用传统的级联法验证所得结果的准确性；针对非均匀传输线电磁辐射计算，提出一种结合迭代自适应扰动技术和赫兹偶极子法的方法计算非均匀传输线辐射场强，并用级联法-赫兹偶极子法验证所提方法的准确性；针对传输线位置随机变化所带来的不确定性，提出一种结合迭代自适应扰动技术、多项式混沌法和赫兹偶极子近似法的新算法，统计计算含随机参数的非均匀传输线的辐射场强，并以传统的级联法-蒙特卡洛法验证所提方法的准确性和有效性。

论文共分五章内容，具体安排如下：

第 1 章阐述课题的研究背景及意义，分析线缆电磁辐射、非均匀传输线和随机参数传输线的国内外研究现状和发展趋势，并对本文主要研究内容和结构安排进行了介绍。

第 2 章主要针对系统设备内常常出现的弯曲、倾斜的非均匀传输线情况，采用一种新的方法—迭代自适应扰动技术计算了传输线沿线电流。首先介绍迭代自适应扰动技术的含义，其次在传输线理论的基础上推导扰动法计算传输线电流、电压的过程。同时研究经典的 CST 仿真和级联法，以级联法和 CST 软件验证级联法所得结果的准确性。

第 3 章主要针对非均匀传输线的电磁辐射威胁，提出一种结合迭代自适应扰动技术和赫兹偶极子法的方法。首先介绍偶极子天线模型，在迭代自适应扰动技术的基础上，利用偶极子理论将非均匀传输线的电流元分解，计算传输线的电磁辐射，然后再用 CST 仿真验证所得辐射场强的准确性和有效性。同时还探讨改变传输线弯曲程度、芯线半径、线缆长度或距地高度参数对非均匀传输线电磁辐射的影响规律。

第 4 章研究了实际工程中由于系统设备不同状态导致线缆参数随机变化的情况，提出一种结合迭代自适应扰动技术、多项式混沌法和赫兹偶极子近似法的新算法，统计分析含随机参数的非均匀传输线电磁辐射。首先介绍多项式混沌法

的含义，在迭代自适应扰动技术和偶极子法的基础上，统计计算了传输线辐射场强的平均值、标准差和概率密度，并以传统的蒙特卡洛法验证了所提方法的准确性和有效性。将本文所提方法应用到系统的电磁兼容设计中，参考国军标辐射标准，证实传输线随机性所带来的危害和留有足够安全裕度的重要性。

第 5 章全文工作内容总结和未来的展望。

## 第 2 章 非均匀传输线电流计算

实际的物理工程中电子电气系统内存在大量倾斜、弯曲的线缆，通常将这类线缆称之为非均匀传输线。不同于均匀传输线可以通过传输线理论简单求解，非均匀传输线的距地高度随着传输线走向发生变化，这就导致线上不同位置处的单位长度参数（电感、电容）不同，影响线上的信号传输。本章中，在传输线理论的基础上采用一种新的计算方法—迭代自适应扰动技术，求解理想非均匀传输线上的电流分布，并用传统的级联法和 CST 仿真软件验证该方法的准确性。

### 2.1 传输线理论

在低频时波长远大于系统尺寸，此时系统间的干扰可利用电路理论求解。然而求解高频率干扰时，波长反而会远小于系统尺寸，电路理论将不再适用求解干扰，可以通过传输线理论进行处理。传输线是一种导行电磁波结构（EM），此结构远小于一个波长，能够近似的将 EM 效应集总为集总参数电路理论中的电路元件，将传输线用集总电路表征，从而避免直接求解传输线方程。当求解任意类型的传输线时，所有公式的应用的基本前提是假设传输线围绕着的电磁场具有横向电磁场结构（TEM）。TEM 场的特点是在沿着传输线的方向上没有电场和磁场分量，传输线导体周围空间的电场和磁场沿着传输线像波一样传播。对于任意 TEM 结构，即使场因时间改变，传输线导体间的电压和流过导体的电流仍能够被唯一定义。本节以双导体传输线为例对传输线理论进行简单的描述，多导体传输线系统可在双导体传输线的基础上进一步推导。

#### 2.2.1 传输线方程概述

双导体传输线如图 2.1 所示，它是由两个相互平行的导体结构构成的，在水平方向的横截面是均匀的。假设导体为无损耗理想导体，包围导体的介质是均匀且有耗的，介质参数为自由空间的磁导率和介电常数，电场必须正交于导体表面，磁场必须相切于导体表面，即令导体表面为理想边界条件。因为导体假定为理想导体，边界条件也表明磁场强度矢量必须正切于这些理想导体表面，因而在导体上感应出沿着导体流动的表面电流。另一方面，因为导体假定为理想导体，它们

的边界条件表明，电通量矢量密度正交于导体表面，将在导体表面感应出表面电荷密度，横向电场矢量即源自这些表面电荷。

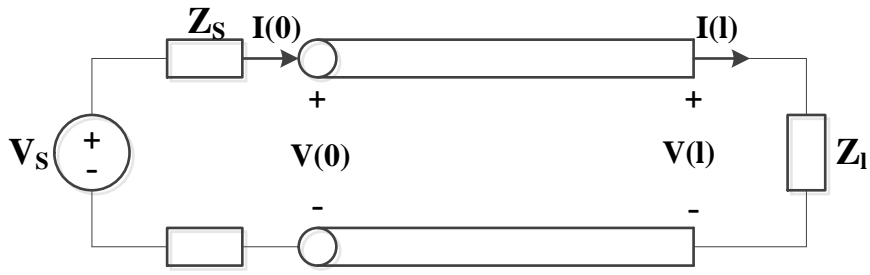


图 2.1 双导体传输线

假定图 2.1 的双导体传输线为无损耗双线，瞬态电压和电流分别为  $V(z, t)$  和  $I(z, t)$ ，在基尔霍夫电压定律的基础上利用单位长度等值电路可得双导体传输线系统的电报方程如式 (2.1) 所示

$$\begin{cases} \frac{\delta V(z,t)}{\delta z} + L \frac{\delta I(z,t)}{\delta z} = 0 \\ \frac{\delta I(z,t)}{\delta z} + C \frac{\delta V(z,t)}{\delta z} = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (2.1)$$

式中： $z$  表示传输线水平方向， $L$ 、 $C$  表示双导体传输线单位长度上恒定的电感、电容。具体的求解过程在下面讨论。

### 2.1.2 双导体传输线参数计算

当根据传输线方程求解传输线的沿线电压和电流时，必须先求解传输线单位长度电感、电容等参数。对于所求解的传输线，这些参数里蕴含传输线的横截面尺度等相关信息，若是没有知道传输线的相关参数，就不能求得传输线方程的完整解，而在高频电路中或导线上，电波传播的瞬态现象必须通过对导体的分布参数进行建模，理想无损双导体传输线系统的微分段如图 2.2 所示。

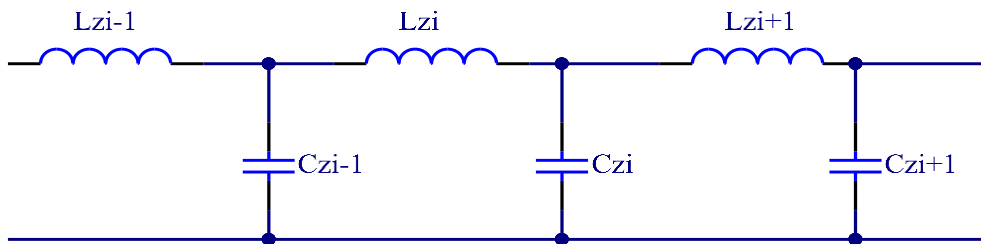


图 2.2 双导体传输线参数建模

#### (1) 镜像法

位于大地上的传输线参数计算将会使用到镜像法，其原理是考虑一个位于无限、理想导电平面上，高度为  $h$  处的点电荷  $Q$ ，能够用一个幅值相等的负电荷  $-Q$  代替这个无限平面，负电荷  $-Q$  位于原平面下方  $h$  处，如图 2.3 所示。这两个电荷产生的电场在平面以上与原电场相同，负电荷被称为正电荷的镜像。以此可以引申到位于大地上的传输线电路，假定位于无限、理想大地上，高度处于  $h$  的单线电路，大地可以利用镜像法用电流幅值相等、方向相反位于该平面之下  $h$  处的电路代替，如图 2.4 所示，此时位于大地上的单线电路即可等效为双导体传输线系统。

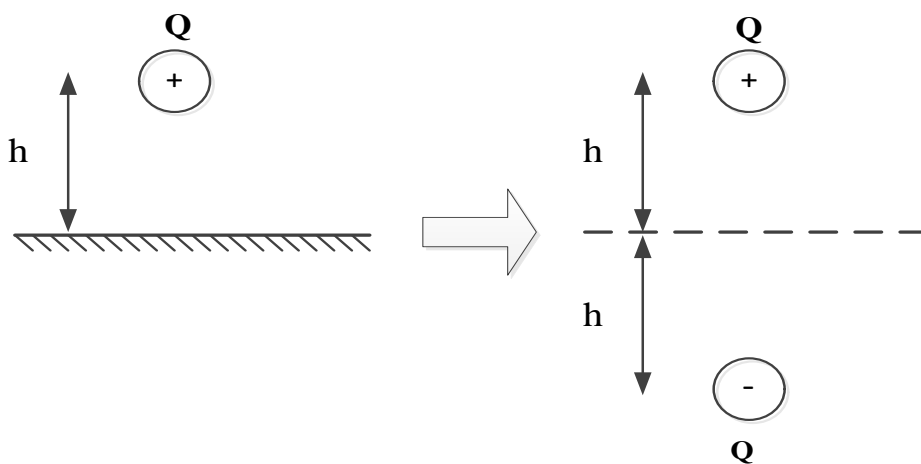


图 2.3 镜像法

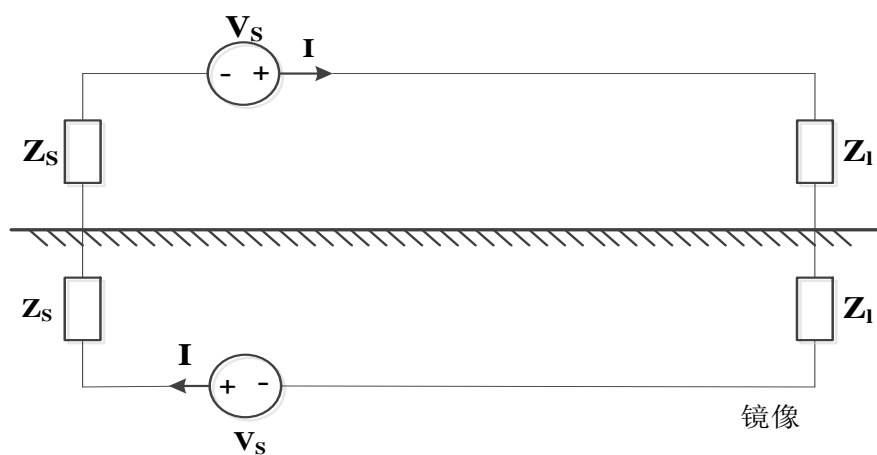


图 2.4 架设在大地上的单导体传输线

## (2) 单位长度参数的计算

假定双道导体传输线置于均匀介质中，半径分别为  $a_1$  和  $a_2$ ，两根传输线间的距离为  $s$ ，皆是具有理想导电性的传输线，如图 2.5 所示。



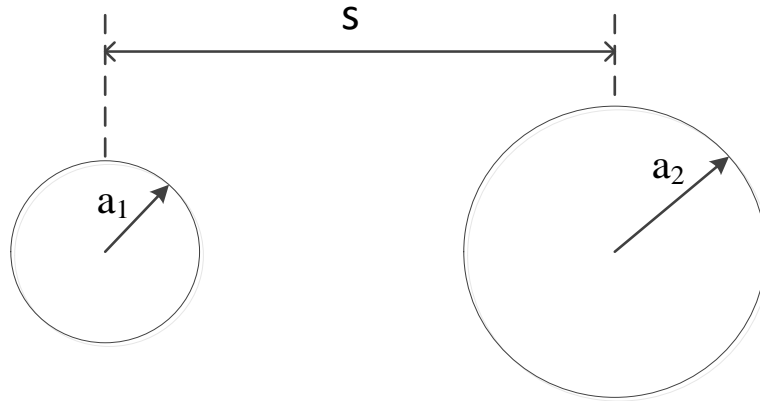


图 2.5 双导体传输线横截面

电流围绕着导线外缘均匀分布，根据电流产生磁通的分析结果，可以求得两根传输线间的总磁通如式 (2.2) 所示

$$\psi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{s-a_2}{a_1}\right) + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{s-a_1}{a_2}\right) \dots\dots\dots (2.2)$$

式中： $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$  为自由空间的磁导率， $a_1$ 、 $a_2 \ll s$ 。此结果要求传输线间是宽间隔的，防止邻近效应导致一个传输线的电流引起另一个传输线电流呈非均匀分布。此时单位长度的电感可表示为

$$L = \frac{\psi}{I} \cong \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{s^2}{a_1 a_2}\right) \dots\dots\dots (2.3)$$

而在实际情况中，两根传输线的半径往往都是相等的， $a_1 = a_2 = a$ ，式 (2.3) 可进一步简化为

$$L \cong \frac{\mu}{\pi} \ln\left(\frac{s}{a}\right) \dots\dots\dots (2.4)$$

可以根据类似的近似方程得到单位长度的电容，两根携带电荷的传输线，其电荷沿着传输线外缘均匀分布，其电压可以由两个大小相等、符号相反的电荷产生的电压叠加得到如式 (2.5) 所示

$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{s-a_2}{a_1}\right) + \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{s-a_1}{a_2}\right) \dots\dots\dots (2.5)$$

式中： $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}$  为自由空间的介电常数，由式 (2.5) 可求得单位长度的电容为

$$C = \frac{q}{V} \cong \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{s^2}{a_1 a_2}\right)} \dots\dots\dots (2.6)$$

当传输线半径相等时，可简化为

$$C = \frac{q}{V} \cong \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{s}{a}\right)} \dots\dots\dots (2.7)$$

位于大地上的单线电路由镜像法转换为双导体传输线系统时，传输线间的距离为  $2h$ ，则此时单位长度的电感、电容可表示为

$$\begin{cases} L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{2h}{a} \\ C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(2h/a)} \end{cases} \dots\dots\dots (2.8)$$

### 2.1.3 传输线方程频域求解

在频域进行分析时，认为时变量是  $e^{j\omega t}$ ，相应的电报方程式 (2.1) 中所有的时域量就要发生变化，如式 (2.9) 所示

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} V(z) + j\omega LI(z) = 0 \\ \frac{d}{dz} I(z) + j\omega CV(z) = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (2.9)$$

这是耦合的一阶微分方程。采用通常的方式，将每一式两边关于位置  $z$  微分并相互代换，可将它们转换为解耦的二阶微分方程可表示为

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dz^2} V(z) + \omega^2 LCV(z) = 0 \\ \frac{d^2}{dz^2} I(z) + \omega^2 LCI(z) = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (2.10)$$

解耦的二阶微分方程的通解是

$$\begin{cases} V(z) = V^+ e^{-jkz} + V^- e^{jkz} \\ V(z) = \frac{V^+}{Z_c} e^{-jkz} - \frac{V^-}{Z_c} e^{jkz} \end{cases} \dots\dots\dots (2.11)$$

式中： $k = \omega\sqrt{LC}$  为传输线相位常数， $Z_c = \sqrt{L/C}$  为传输线特征阻抗。如果传输线置于介电常数  $\epsilon_0$  和磁导率  $\mu_0$  表征的均匀介质中，则有  $LC = \mu_0\epsilon_0$ ，此时 TEM

波在介质中以光速传播，相位常数  $k$  表示波沿传输线传播时的位移。 $V^+$ 和  $V^-$ 是待定常数，由给定的负载和电源参数确定。

## 2.2 迭代自适应扰动法的数学模型

对于非均匀传输线的计算方法很多，应用最广泛的是经典的级联法，将非均匀传输线离散化为一段段均匀线，快速得到计算结果但级联法也有自己的局限性。目前证实级联法缺少使用离散化的一般规则，例如，为了准确地捕捉双绞线与导线间的串扰响应，每个双绞线扭曲需要离散多达 128 份<sup>[54]</sup>，这可能导致大量的计算时间。特别是对本质上是随机的问题，其需要重复运行收集数据分析来提供准确性的情况，会需要更多的计算时间<sup>[33] [45]</sup>。其他的一些方法是将直线细分为指数型或线性型的非均匀段，利用已经存在的解析解，但这些方法仅限于具有与频率无关的单位长度参数的无损情况。在本文中，对于非均匀传输线采用一种新的计算方法—迭代自适应扰动法计算传输线沿线电流。

### 2.2.1 迭代自适应扰动法原理分析

迭代自适应扰动法的思想是将非均匀传输线方程转化为受等效分布源激励的均匀线方程，并利用迭代的思想求解。这种方法最初是针对单线提出的，之后进一步发展将两步扰动技术应用于单或差分以及任意多导体传输线。在这种情况下，传输线的不均匀性被解释为对均匀线的扰动，同时沿线路的电压和电流也假定有一个微扰<sup>[46]- [48]</sup>。最后对控制方程进行冗长的处理，能够得到电压和电流的一阶和二阶扰动的半解析表达式<sup>[54]</sup>。然而，这些复杂的方程增加了计算难度，也不利于对类似情况的高阶项探讨。

线缆位置沿线变化的非均匀传输线情况，将导致单位长度参数(特别是电容)沿线路变化更严重，这种二阶扰动技术将不再具有优势。最近，在扰动法的基础上又提出了一种迭代的方法<sup>[49] [50]</sup>，以规避推导难以处理的传输线闭式表达式。它将求解电压和电流扰动的控制方程表示为具有分布电源的均匀传输线方程，该方程的求解依赖于前一个扰动方程，如图 2.6 所示。然后，在传输线理论的基础上对方程进行迭代求解。当最终结果收敛到预定义的阈值内时，自适应地停止迭代。该方法优势在于具有通用性，降低了计算难度，适用于任意频率相关参数的多导体传输线。当需要时域结果时，可将频域结果与散射表征相结合，很容易获

得所要结果。

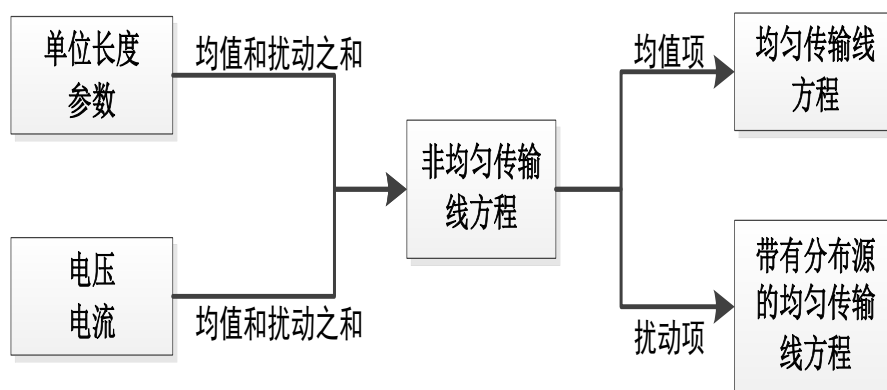


图 2.6 扰动分解

## 2.2.2 非均匀传输线电流计算

### (1) 非均匀传输线方程

与频率、沿线位置有关，长度为 1 的非均匀传输线电报方程如下所示

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} \mathbf{V}(z, w) + \mathbf{Z}(z, w) \mathbf{I}(z, w) = 0 \\ \frac{d}{dz} \mathbf{I}(z, w) + \mathbf{Y}(z, w) \mathbf{V}(z, w) = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (2.12)$$

式中， $z \in [0, 1]$  为传输线纵坐标， $w$  为角频率， $\mathbf{V}$  和  $\mathbf{I}$  为随传输线位置和频率变化的电压和电流向量， $\mathbf{Z}$  和  $\mathbf{Y}$  为随传输线位置和频率变化的单位长度阻抗和导纳，定义为

$$\begin{cases} \mathbf{Z} = \mathbf{R}(z, w) + jw\mathbf{L}(z) \\ \mathbf{Y} = \mathbf{G}(z, w) + jw\mathbf{C}(z) \end{cases} \dots\dots\dots (2.13)$$

式 (2.13) 中  $\mathbf{R}$  为电阻、 $\mathbf{L}$  为电感、 $\mathbf{G}$  为电导和  $\mathbf{C}$  为电容，都是与频率相关的单位长度。本文探讨的非均匀传输线为理想状态，电阻、电导默认为 0。

### (2) 单位长度参数、电流与电压的扰动

随着非均匀传输线位置变化的单位长度参数 ( $w$  频率默认给定，为方便起见省略) 表示为

$$\begin{cases} \mathbf{L}(z) = \bar{\mathbf{L}} + \Delta\mathbf{L}(z) \\ \mathbf{C}(z) = \bar{\mathbf{C}} + \Delta\mathbf{C}(z) \end{cases} \dots\dots\dots (2.14)$$

式中常数  $\bar{\mathbf{L}}$  和  $\bar{\mathbf{C}}$  是非均匀传输线电感、电容的平均值，表示为

$$\begin{cases} \bar{L} = \frac{1}{l} \int_0^l L(z) dz \\ \bar{C} = \frac{1}{l} \int_0^l C(z) dz \end{cases} \dots\dots\dots (2.15)$$

而式(2.14)中 $\Delta L(z)$ 和 $\Delta C(z)$ 分别表示为单位长度电感和电容的变化(或扰动),是电感和电容减去常数项 $\bar{L}$ 和 $\bar{C}$ 后的部分,其目的是解释由于传输线的非均匀性对单位长度参数带来的影响。

电压和电流表示为

$$\begin{cases} V(z) = V_0(z) + \sum_{k=1}^K V_k(z) \\ I(z) = I_0(z) + \sum_{k=1}^K I_k(z) \end{cases} \dots\dots\dots (2.16)$$

式中电压和电流表示为未扰动值 $V_0$ 、 $I_0$ 和随阶数变化的扰动值 $V_k$ 、 $I_k$ 之和, $k=1\dots\dots K$ 扰动项的阶数。

将式(2.14)和(2.16)代入式(2.12)中,可得

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} V_0(z) = -jw\bar{L}I_0(z) \\ \frac{d}{dz} I_0(z) = -jw\bar{C}V_0(z) \end{cases} \dots\dots\dots (2.17)$$

和

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} V_k(z) = -jw\bar{L}I_k(z) + V_{F,k}(z) \\ \frac{d}{dz} I_k(z) = -jw\bar{C}V_k(z) + I_{F,k}(z) \end{cases} \dots\dots\dots (2.18)$$

式(2.17)是单位长度参数为 $\bar{L}$ 、 $\bar{C}$ 的均匀传输线电报方程;式(2.18)为电压和电流的 $k$ 阶扰动的控制方程,其是单位长度参数为 $\bar{L}$ 、 $\bar{C}$ 的均匀传输线具有附加分布源 $V_{F,k}$ 、 $I_{F,k}$ 时的电报方程,其中附加分布源表示为

$$\begin{cases} V_{F,k}(z) = -jw\Delta L(z)I_{k-1}(z) \\ I_{F,k}(z) = -jw\Delta C(z)V_{k-1}(z) \end{cases} \dots\dots\dots (2.19)$$

$k$ 阶分布式源依赖于前项 $k-1$ 阶的解。

### (3) 求解过程

式 (2.17) 和 (2.18) 的求解类似于外电磁场对均匀传输线的辐照, 其通解可表示为

$$\begin{cases} V_k(z) = \Phi_{11}(z)V_k(0) + \Phi_{12}(z)I_k(0) + V_{FT,k}(z) \\ I_k(z) = \Phi_{21}(z)V_k(0) + \Phi_{22}(z)I_k(0) + I_{FT,k}(z) \end{cases} \dots\dots\dots (2.20)$$

式中  $V_{FT,k}$ 、 $I_{FT,k}$  是外电磁场转换到均匀线上的分布源, 在本文非均匀传输线情况下可表示为

$$\begin{cases} V_{FT,k}(z) = \int_0^z \Phi_{11}(z-t)V_{F,k}(t)dt + \int_0^z \Phi_{12}(z-t)I_{F,k}(t)dt \\ I_{FT,k}(z) = \int_0^z \Phi_{21}(z-t)V_{F,k}(t)dt + \int_0^z \Phi_{22}(z-t)I_{F,k}(t)dt \end{cases} \dots (2.21)$$

式 (2.20)、(2.21) 中  $\Phi_{ij}$  ( $i, j=1,2$ ) 为链参数矩阵, 可表示为

$$\begin{cases} \Phi_{11}(z) = \frac{1}{2}Y^{-1}T(e^{\gamma z} + e^{-\gamma z})T^{-1}Y \\ \Phi_{12}(z) = -\frac{1}{2}Y^{-1}T\gamma(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z})T^{-1} \\ \Phi_{21}(z) = -\frac{1}{2}T(e^{\gamma z} - e^{-\gamma z})\gamma^{-1}T^{-1}Y \\ \Phi_{22}(z) = \frac{1}{2}T(e^{\gamma z} + e^{-\gamma z})T^{-1} \end{cases} \dots\dots\dots (2.22)$$

式中  $\mathbf{Z}$  和  $\mathbf{Y}$  为随传输线位置和频率变化的单位长度阻抗和导纳, 如式 (2.13) 所示, 电阻、电导默认为 0, 矩阵  $\mathbf{T}$  和传输常数  $\gamma$  的特征分解可表示为

$$T^{-1}YZT = \gamma^2 \dots\dots\dots (2.23)$$

$V_k(0)$  和  $I_k(0)$  是传输线近端处的解, 可通过结合边界条件计算的, 具体的过程在下一节中讨论。

#### (4) 边界条件

为了得到式 (2.20) 的解, 即要得到式 (2.16) 非均匀传输线沿线的电流、电压, 需要先求出式中传输线近端解  $V_k(0)$ 、 $I_k(0)$ , 需要选取合适的边界条件, 这就利用到戴维南定理和诺顿定理, 本文的边界条件定义为

$$\begin{cases} V_0(0) = V_S - Z_S I_0(0) \\ V_0(l) = V_L + Z_L I_0(0) \end{cases} \dots\dots\dots (2.24)$$

和

$$\begin{cases} V_k(0) = -Z_s I_k(0) \\ V_k(l) = -Z_s I_k(l) \end{cases} \dots\dots\dots (2.25)$$

式中  $V_s$ 、 $V_L$  为传输线近端、远端的电压源， $Z_s$ 、 $Z_L$  为传输线近端、远端的阻抗，传输线电压源仅在未扰动中计算。

根据边界条件， $z=0$  处未扰动电流和扰动电流可表示为

$$I_0(0) = A^{-1} [(\Phi_{11}(l) - Z_L \Phi_{21}(l))V_s - V_L] \dots\dots\dots (2.26)$$

和

$$I_k(0) = A^{-1} [V_{FT,k}(l) - Z_L I_{FT,k}(l)] \dots\dots\dots (2.27)$$

式中的矩阵  $\mathbf{A}$  可表示为

$$A = [\Phi(l)Z_s + Z_L \Phi_{22}(l) - \Phi_{12}(l) - Z_L \Phi_{21}(l)Z_s] \dots\dots\dots (2.28)$$

### (5) 迭代扰动项数

对于扰动项数  $K$  的大小的探讨，可考虑在每一次迭代过程中，最后一个扰动项量级是否足够小，即用最后一个扰动计算值除以所有可用项之和，在数学领域可表示为

$$K_{\max} = \max \left( \left| \frac{V_K(z)}{\sum_{k=0}^K V_k(z)} \right|, \left| \frac{I_K(z)}{\sum_{k=0}^K I_k(z)} \right| \right) < \delta_{th} \dots\dots\dots (2.29)$$

当满足该条件时，迭代停止，项数  $K$  为最大值。

综上所述，迭代自适应扰动法求解非均匀传输线电流、电压的过程首先利用链参数矩阵式 (2.22) 和合适的边界条件求解得到假定的均匀线  $V_0$ 、 $I_0$ ，将得到的结果代入到式 (2.19) 中，得到附加的一阶分布源  $V_{F,1}$ 、 $I_{F,1}$ 。然后根据式 (2.20) 即可得到一阶扰动项电流源、电压源，再根据结果迭代求解下一阶的扰动项，直到得到最合适的扰动项数  $K$ 。

## 2.3 结果验证

本节中，通过设计两个典型结构的非均匀传输线算例，采用 CST 仿真软件和经典的级联法，验证迭代自适应扰动法所得结果的准确性。

### 2.3.1 CST 电磁仿真

CST 工作室是以有限积分技术为基础的通用三维全波电磁场仿真软件，主要有 7 个工作室子软件，覆盖直流、简谐、瞬态、带电粒子等所有电磁问题，如图 2.7 所示。CST 软件可提供对电路级、部件级和系统级进行电磁数值仿真分析和设计，包含了完整的时域和频域全波电磁算法和高频算法。

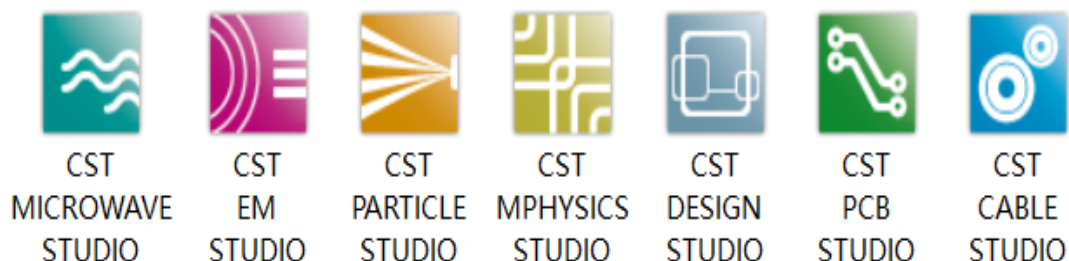


图 2.7 CST 电磁仿真软件

本文中针对非均匀传输线的电流、辐射仿真验证，均使用 CST 电缆工作室。电缆工作室结合了 2D 横截面仿真分析和 3D 全波电磁场仿真分析，在传输线理论和电路理论的基础上，精确快速地得到大型复杂系统中线缆线束的电磁兼容结果，主界面如 2.8 所示。电缆工作室可应用于线束及其周边环境间的寄生网络参数提取、线缆线束的传输特性与串扰特性仿真、共模接地仿真、线缆线束的辐射发射、耦合仿真等。它的优势在于设计工作室和微波工作室的无缝衔接，使得电缆的建模、电路级仿真和 3D 全波电磁场仿真分析都集成在一个环境中同时进行，仿真结果更全面、仿真速度更快。

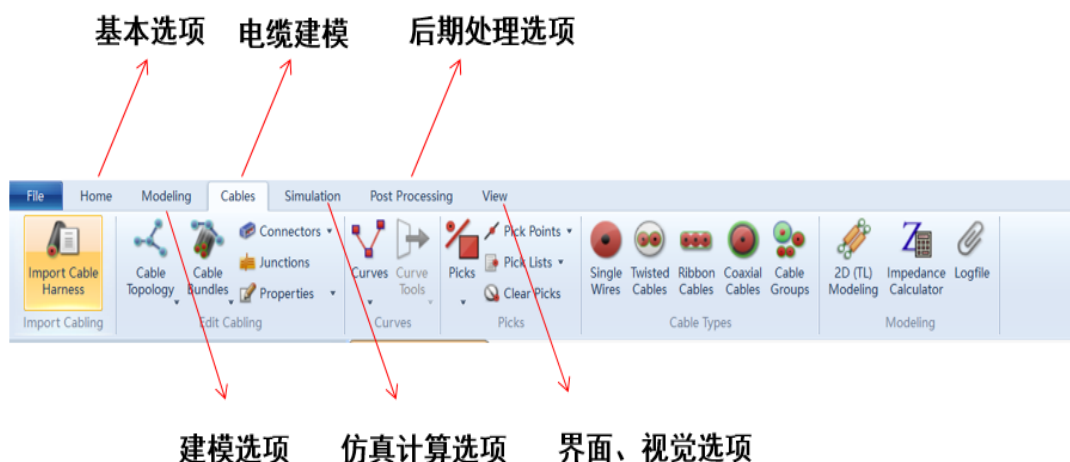


图 2.8 CST 电缆工作室主界面



电缆工作室中非均匀传输线的建模仿真过程如图 2.9 所示，在主界面中设置合适的参数单位，需要考虑线缆线束的实际物理尺寸与所需的仿真频段；背景材料的选择一般为真空环境；边界条件的选取一般为 open (and space) 即模拟自由空间，仿真必须在此结构边界框内进行。选择合适的位置建立 3D 线缆模型，输入仿真频率，提取线缆 SPICE 模型进行 2D 建模，在保证仿真精度为前提下根据资源及时间分配合适的网格以达到提高仿真效率，在所需坐标布置探针，设置 3D 求解器 TLM 算法和建立 2D 求解器瞬态任务，仿真得到结果。



图 2.9 建模仿真过程

### 2.3.2 级联法

传统的级联法求解非均匀传输线过程是利用双端口网络模型，将其视作一个双端口电路，把整个非均匀传输线划分为若干个级联段，划分的每段需要足够的小可近似为均匀段，如图 2.10 所示。划分的长度要求每段等长且  $\Delta z_i \ll \lambda$  ( $i = 0, 1, \dots, N$ )， $N\Delta z = l$ 。

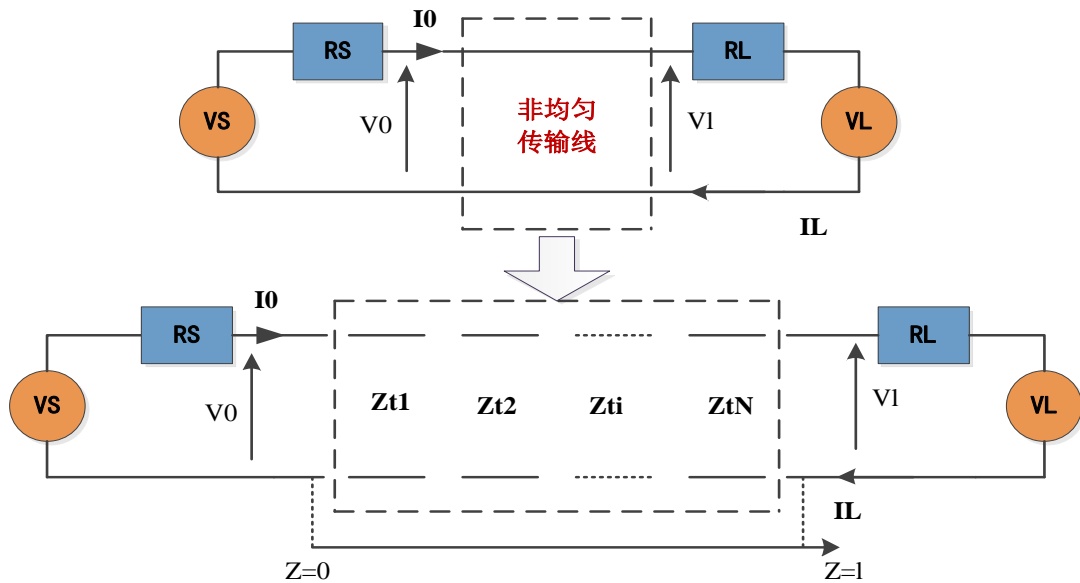


图 2.10 级联划分

通过双端口网络表现形式的链参数矩阵将非均匀传输线近端电流、电压和远端的电流、电压联系在一起，可表示为

$$\begin{pmatrix} V_l \\ I_l \end{pmatrix} = \Phi(l) \begin{pmatrix} V_0 \\ I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_0 \\ I_0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.30)$$

式中传输线长度为  $l$ ， $\Phi$  为链参数矩阵， $\Phi_{ij}$  ( $i, j=1,2$ ) 为链参数矩阵元素可由式 (2.22) 求得， $V_0$ 、 $I_0$  为传输线近端电压、电流， $V_l$ 、 $I_l$  为传输远端电压、电流。

非均匀传输线经过划分后，其链参数矩阵可表示为

$$\Phi(l) = \Phi_N(z_{tN}) \times \dots \times \Phi_i(z_{ti}) \times \dots \times \Phi_1(z_{t1}) \dots\dots\dots (2.31)$$

将式 (2.31) 代入到式 (2.30) 中，传输线远端电流、电压和近端电流、电压变为

$$\begin{pmatrix} V_l \\ I_l \end{pmatrix} = [\Phi_N(z_{tN}) \times \dots \times \Phi_i(z_{ti}) \times \dots \times \Phi_1(z_{t1})] \begin{pmatrix} V_0 \\ I_0 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.32)$$

非均匀传输线划分的每段  $z_{ti}$  即可表示为

$$\begin{pmatrix} V_i \\ I_i \end{pmatrix} = \Phi_i(z_{ti}) \begin{pmatrix} V_{i-1} \\ I_{i-1} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2.33)$$

最后，将得到的每段链参数矩阵结合传输线理论求得非均匀传输线沿线电流、电压。

### 2.3.3 算例验证

#### (1) 算例 1

在 CST 中创建长度为 1m，半径尺寸为 1mm，芯线材料为铜的倾斜线缆模型，如图 2.11 所示。设置线缆电压源为 5V，源端阻抗和负载阻抗均为  $50\Omega$ ，以模拟线缆两端设备，仿真得到线缆电流。利用 MATLAB 软件拟合倾斜线缆的实际形状，线缆距地高度  $h$  满足函数  $h = -0.04 \times z + 0.06$  米， $z$  为传输线沿线位置，并在 MATLAB 中分别利用级联法和迭代自适应扰动法仿真求解。

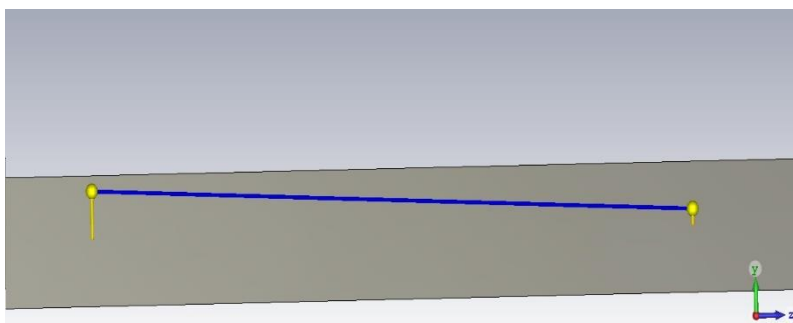


图 2.11 CST 倾斜线缆建模

由于倾斜线缆位置沿线不断变化，线缆单位长度参数随之变化，使得线缆各处的特征阻抗  $Z_c$  也会发生改变，如图 2.12 所示。

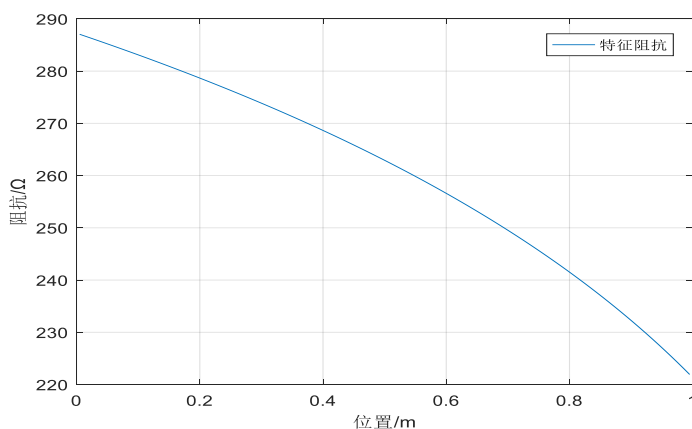
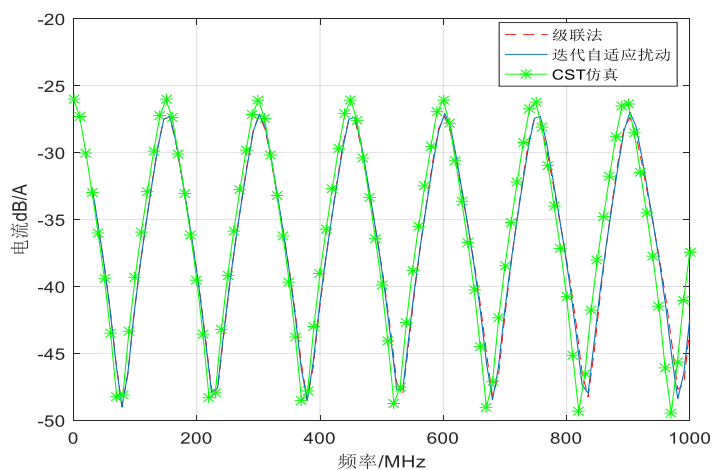
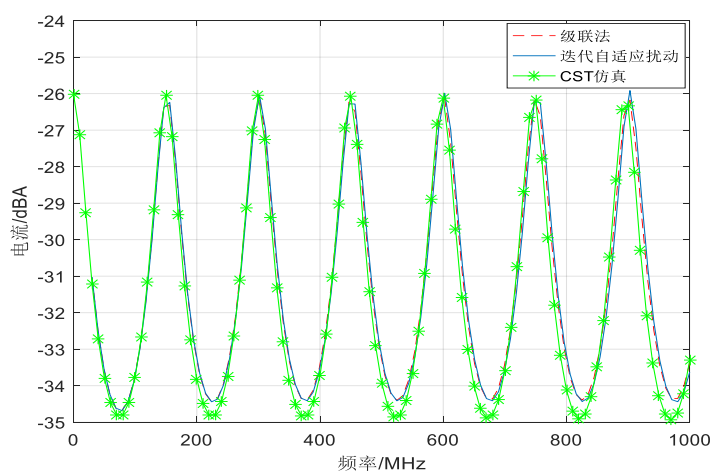


图 2.12 倾斜线缆特征阻抗

利用迭代自适应扰动法、级联法和 CST 仿真得到的倾斜线缆电流如图 2.13 所示，蓝色实线为迭代自适应扰动法结果，红色虚线为级联法结果，绿色星线为 CST 仿真结果。



(a) 近端电流



(b) 远端电流

图 2.13 倾斜线缆电流

## (2) 算例 2

在 CST 中创建长度为 1m，半径尺寸为 1mm，芯线材料为铜的弯曲线缆模型，如图 2.14 所示。设置线缆电压源为 1V，两端高度为 0.06m，源端阻抗和负载阻抗为  $50\Omega$ ，仿真得到线缆电流。利用 MATLAB 软件拟合弯曲线缆的实际形状，线缆距地高度  $h$  满足正弦函数  $h=0.06+0.03\sin(\pi z/0.5)$  米， $z$  为传输线沿线位置，并在 MATLAB 中分别利用级联法和迭代自适应扰动法仿真求解。

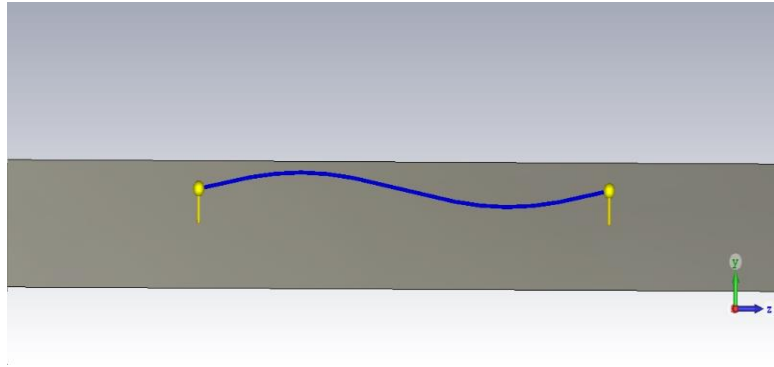


图 2.14 CST 弯曲线缆建模

由于弯曲线缆位置沿线不断变化，线缆单位长度参数随之变化，使得线缆各处的特征阻抗 $Z_c$ 也会发生改变，如图 2.15 所示。

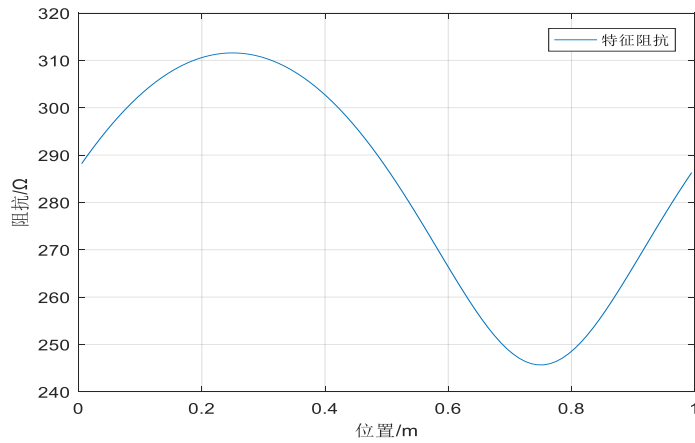
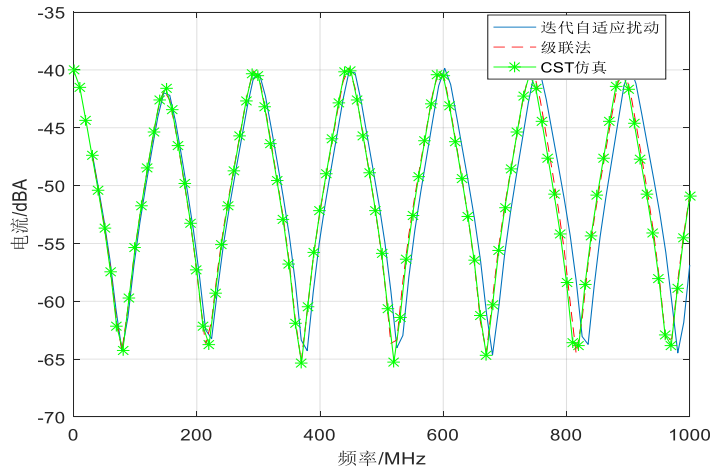
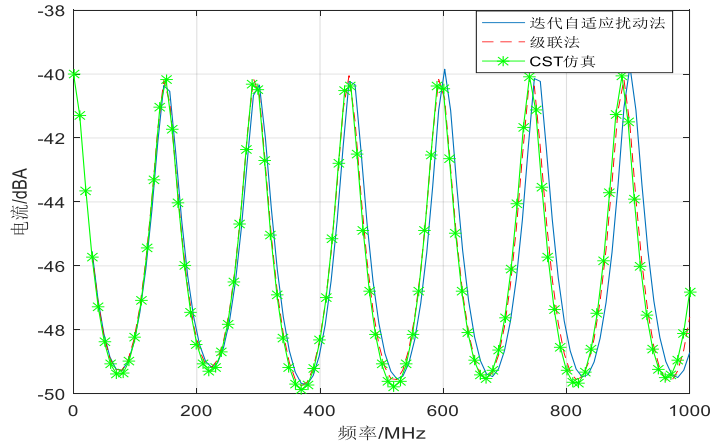


图 2.15 弯曲线缆特征阻抗

利用迭代自适应扰动法、级联法和 CST 仿真得到的倾斜线缆电流如图 2.16 所示，蓝色实线为迭代自适应扰动法结果，红色虚线为级联法结果，绿色星线为 CST 仿真结果。



(a) 近端电流



(b) 远端电流

图 2.16 弯曲线缆电流

由两个算例结果图 2.13 和图 2.16 可知，迭代自适应扰动法（本文扰动项数  $N=2$ ）计算得到的非均匀传输线电流结果和 CST 仿真结果、级联法计算结果十分吻合，在图峰值和谷值处略有误差，误差不超过 1dB，验证了迭代自适应扰动法的准确性。

## 2.4 本章小结

本章研究了非均匀传输线沿线电流的计算方法，采用了一种新的算法—迭代自适应扰动法。首先以理想双导体传输线为例介绍了经典的传输线理论，求解了传输线单位长度参数表达式和双导体传输线方程的频域通解。在传输线理论的基础上，根据扰动思想将非均匀传输线的单位电感、电容和沿线电流、电压求解划分为均值项和若干个扰动项，代入到双导体传输线方程中，再利用迭代的思想和边界条件求解均值项和每一扰动项值，均值项和扰动项叠加在一起即为传输线的电流、电压值。随后分别介绍了常用的非均匀传输线求解方法—CST 软件仿真和传统的级联法，设计了倾斜、弯曲两个典型的非均匀线缆模型，由结果可知三种方法求得近端电流和远端电流结果基本一致，误差未超过 1dB，验证了迭代自适应扰动法的准确性。

## 第3章 非均匀传输线电磁辐射计算

实际的物理工程中，电子系统中的线缆常常会被视为高效的辐射天线，而其他敏感的系统或设备会被线缆的辐射干扰影响其正常工作，且设备的辐射指标超标大多数因线缆辐射发射所导致的，因此研究线缆的电磁辐射对于系统内的布局设计很有意义。在上一章的基础上，本章将针对理想非均匀传输线的电磁辐射计算，提出一种结合迭代自适应扰动法和赫兹偶极子近似法的新算法，并用 CST 仿真软件验证该方法的准确性和有效性。最后探讨改变传输线芯线半径、线缆长度、距地高度或弯曲程度参数对非均匀传输线电磁辐射的影响规律。

### 3.1 非均匀传输线电磁辐射计算推导

对于传输线电磁辐射的计算，可大致分为两种方法。第一种基于行波理论的解析计算方法<sup>[51]</sup>，通过解析时变函数求解传输线的沿线电流，再计算沿线电流产生的辐射场，最后将每个沿线电流辐射场叠加到一起即为传输线总辐射场。相较于解析法的计算复杂、耗时过长，另一种赫兹偶极子近似法更受到广泛使用，它的优势在于计算速度快，结果也较为准确。偶极子近似法是基于偶极子天线模型，将传输线电流元视为若干个偶极子天线，计算每个偶极子辐射场再叠加到一起得到传输线总的辐射场。在本节中，结合迭代自适应扰动法得到的传输线电流，使用赫兹偶极子近似法推导计算非均匀传输线电磁辐射。

#### 3.1.1 偶极子天线

电荷的移动会产生随时间变化的电流，这会导致电流源的周边产生随时间而变化的电场和磁场，而这些场与电荷的特性相吻合的，它们必须以一定的方式相互关联，描述空间中任意一点电磁场关系的正是经典的麦克斯韦方程组

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega \mathbf{D} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (3.1)$$

为求解电场  $\mathbf{E}$  和磁场  $\mathbf{H}$  的矢量波方程通解，引入一个矢量势函数  $\mathbf{A}$  和一个标量势函数  $\phi$ ，借用势函数  $\mathbf{A}$  和  $\phi$  的洛伦兹条件，此时电场分量的表达式可以用矢量势表示为

$$\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega\mu_0\epsilon_0} \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - j\omega\mathbf{A} \dots\dots\dots (3.2)$$

电偶极子是简单的源分布产生电磁场的例子，可假定为沿  $z$  轴方向的微小长度  $dl$  上的电流元， $dl \ll \lambda$ ，即可认为线元上电流大小、相位均相同，位于直角坐标系上，如图 3.1 所示，产生一个电偶极矩，就是常说的赫兹偶极子，也可以认为是由一个点电荷沿  $z$  轴的振动引起的。

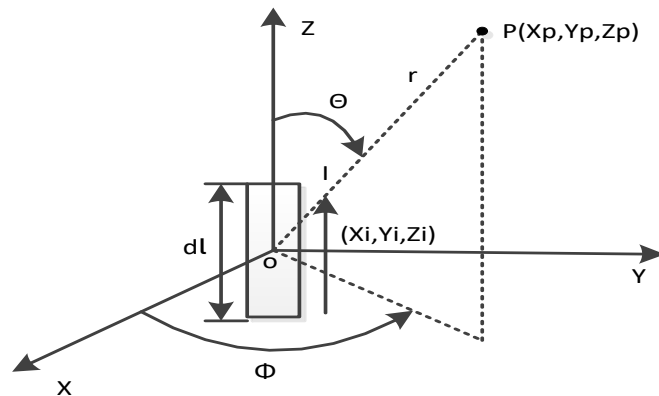


图 3.1 赫兹偶极子天线模型

这个电偶极子产生的矢量磁位也是沿  $z$  轴方向的，可表示为

$$\mathbf{A}(r_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} Idl \frac{e^{-j\omega r_0}}{r_0} \mathbf{z} \dots\dots\dots (3.3)$$

再由式 (3.2) 将电偶极子产生的电磁场的所有分量用微分计算求出，电场强度  $\mathbf{E}$  分量和磁场强度  $\mathbf{H}$  分量可由球坐标表示为

$$\begin{cases} E_r = \frac{Il \cos \theta}{2\pi} k^2 Z_0 \left[ \frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3} \right] e^{-jkr} \\ E_\theta = \frac{Il \sin \theta}{4\pi} k^2 Z_0 \left[ \frac{j}{kr} + \frac{1}{(kr)^2} - \frac{j}{(kr)^3} \right] e^{-jkr} \dots\dots\dots (3.4) \\ E_\phi = 0 \end{cases}$$

和



$$\begin{cases} H_{\varphi} = \frac{Il \sin \theta}{4\pi} k^2 \left[ \frac{1}{(kr)^2} + \frac{j}{kr} \right] e^{-jkr} \\ H_r = 0 \\ H_{\theta} = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (3.5)$$

式中： $I$  为电偶极子电流大小， $l$  为线元长度， $r$  为偶极子中点到监测点  $P$  的距离， $\theta$  为线  $r$  与  $z$  轴的夹角， $Z_0 \approx 377\Omega$  为自由空间的波阻抗， $k = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  为相位常数， $\omega$  为角频率， $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}$  为自由空间的介电常数， $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H/m}$  为自由空间的磁导率。

接近源点时，即  $kr \ll 1$  的区域，电场分量  $\mathbf{E}$  的表达式中的  $1/(kr)^3$  起主要作用，指数  $e^{-jkr} \approx 1$ ， $1/(kr)$  和  $1/(kr)^2$  即可忽略，这个区域的观察点被称为处于近场区，电场磁场矢量分量可简化表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E} \approx \frac{1}{j\omega} \frac{Il}{4\pi r^3} (\bar{\mathbf{r}} \cdot 2 \cos \theta + \bar{\boldsymbol{\theta}} \sin \theta) \\ \mathbf{H} \approx \frac{Il}{4\pi r^2} \bar{\boldsymbol{\varphi}} \sin \theta \end{cases} \dots\dots\dots (3.6)$$

式中  $\bar{\mathbf{r}}$ 、 $\bar{\boldsymbol{\theta}}$ 、 $\bar{\boldsymbol{\varphi}}$  是球坐标下的单位矢量。

距离源更远的区域是远场区，即此时的  $kr \gg 1$ ，电场分量  $\mathbf{E}$  和磁场分量  $\mathbf{H}$  的表达式  $1/(kr)$  其主要作用， $1/(kr)^2$  和  $1/(kr)^3$  即可忽略， $e^{-jkr}$  不可忽略，场简化为平面波可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E} = jkZ_0 Il \sin \theta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \bar{\boldsymbol{\theta}} \\ \mathbf{H} = jkIl \sin \theta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \bar{\boldsymbol{\varphi}} \end{cases} \dots\dots\dots (3.7)$$

且在远场区， $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  互相垂直，并且  $\mathbf{E}/\mathbf{H} = Z_0$ ，并且， $e^{-jkr}/r$  项表示从源传播出的波具有相位常数  $k$ ，幅度降为原来的  $1/r$ 。

实际的天线很少只用偶极子模型就能描述，然而从无限小偶极子得到的场表达式却可以用于计算实际的天线，方法是把实际的天线分割为许多无限小的单元，每一个单元都相当于一个偶极子，把各个偶极子产生的场相叠加时，就可以求出总的场。

### 3.1.2 非均匀传输线电磁辐射计算

本文计算非均匀传输线电磁辐射时,首先根据第 2 章的迭代自适应扰动法得到非均匀传输线沿线电流(本文中项数  $K=2$ )如式(3.8)所示,再将传输线视为发射天线划分为若干个偶极子天线,利用上一节的偶极子天线理论求解每段电流元的辐射场叠加到一起得到总的辐射场

$$I(z) = I_0(z) + \sum_{k=1}^K I_k(z) \dots\dots\dots (3.8)$$

但此时的非均匀传输线不同于均匀传输线,会导致传输线上的电流方向不断变化,如图 3.2 所示,为得到每段的辐射场,将每段的电流方向划分为  $x, y, z$  三个方向,偶极子球坐标系公式转化为直角坐标系公式,求解三个方向上的电流辐射,传输线三个方向的辐射分量为每段电流对应方向辐射场的叠加。同时,因为传输线的辐射磁场会随着距离的增加大幅度衰减,故本文中仅考虑辐射电场计算。

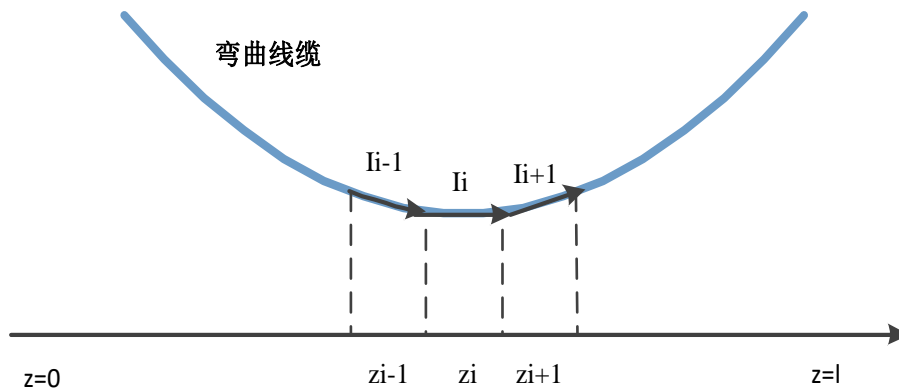


图 3.2 非均匀传输线电流方向

非均匀传输线第  $i$  段中点为  $O$ , 偶极子沿  $z$  轴方向分量在观察点  $P$  点产生的辐射场用直角坐标系可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{zi}^x = -j \frac{I(z_i) \Delta z_i}{4\pi w \epsilon} \frac{e^{-jk r_i}}{r_i^2} \sin \theta_{zi} \cos \theta_{zi} \cos \varphi_{zi} \left( 3jk - r_i k^2 + \frac{3}{r_i} \right) \\ \mathbf{E}_{zi}^y = -j \frac{I(z_i) \Delta z_i}{4\pi w \epsilon} \frac{e^{-jk r_i}}{r_i^2} \sin \theta_{zi} \cos \theta_{zi} \sin \varphi_{zi} \left( 3jk - r_i k^2 + \frac{3}{r_i} \right) \\ \mathbf{E}_{zi}^z = j \frac{I(z_i) \Delta z_i}{4\pi w \epsilon} \frac{e^{-jk r_i}}{r_i^2} \left[ \left( jk - r_i k^2 + \frac{1}{r_i} \right) \sin^2 \theta_{zi} - \left( 2jk + \frac{2}{r_i} \right) \cos^2 \theta_{zi} \right] \end{cases} \quad (3.9)$$

式中:  $I(z_i)$  为传输线第  $i$  段总电流  $I_i$  的  $z$  轴分量,  $r_i$  为观察点  $P(x_p, y_p, z_p)$  到偶

极子中点  $O(x_0, y_0, z_0)$  的距离,可表示为

$$r_i = \sqrt{(x_P - x_0)^2 + (y_P - y_0)^2 + (z_P - z_0)^2} \dots\dots\dots (3.10)$$

式中:  $\theta_{zi}$  是为线  $OP$  与  $z$  轴的夹角;  $\varphi_{zi}$  是为线  $OP$  在  $xy$  平面的投影与  $x$  轴的夹角, 相关参量可表示为

$$\begin{cases} \sin \theta_{zi} = \frac{\sqrt{(x_P - x_i)^2 + (y_P - y_i)^2}}{r_i} & \cos \theta_{zi} = \frac{z_P - z_i}{r_i} \\ \sin \varphi_{zi} = \frac{y_P - y_i}{\sqrt{(x_P - x_i)^2 + (y_P - y_i)^2}} & \cos \varphi_{zi} = \frac{x_P - x_i}{\sqrt{(x_P - x_i)^2 + (y_P - y_i)^2}} \end{cases} \quad (3.11)$$

$i$  段传输线偶极子沿  $x$  轴方向分量在观察点  $P$  点产生的辐射场用直角坐标系可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{xi}^x = j \frac{I(x_i) \Delta x_i}{4\pi w \varepsilon} \frac{e^{-jkr_i}}{r_i^2} \left[ \left( jk - r_i k^2 + \frac{1}{r_i} \right) \sin^2 \theta_{xi} - \left( 2jk + \frac{2}{r_i} \right) \cos^2 \theta_{xi} \right] \\ \mathbf{E}_{xi}^y = -j \frac{I(x_i) \Delta x_i}{4\pi w \varepsilon} \frac{e^{-jkr_i}}{r_i^2} \sin \theta_{xi} \cos \theta_{xi} \cos \varphi_{xi} \left( 3jk - r_i k^2 + \frac{3}{r_i} \right) \\ \mathbf{E}_{xi}^z = -j \frac{I(x_i) \Delta x_i}{4\pi w \varepsilon} \frac{e^{-jkr_i}}{r_i^2} \sin \theta_{xi} \cos \theta_{xi} \sin \varphi_{xi} \left( 3jk - r_i k^2 + \frac{3}{r_i} \right) \end{cases} \quad (3.12)$$

式中:  $I(x_i)$  为传输线第  $i$  段总电流  $I_i$  的  $x$  轴分量,  $\theta_{xi}$  是为线  $OP$  与  $x$  轴的夹角;  $\varphi_{xi}$  是为线  $OP$  在  $yz$  平面的投影与  $y$  轴的夹角, 相关参量可表示为

$$\begin{cases} \sin \theta_{xi} = \frac{\sqrt{(y_P - y_i)^2 + (z_P - z_i)^2}}{r_i} & \cos \theta_{xi} = \frac{x_P - x_i}{r_i} \\ \sin \varphi_{xi} = \frac{z_P - z_i}{\sqrt{(y_P - y_i)^2 + (z_P - z_i)^2}} & \cos \varphi_{xi} = \frac{y_P - y_i}{\sqrt{(x_P - x_i)^2 + (y_P - y_i)^2}} \end{cases} \quad (3.13)$$

$i$  段传输线偶极子沿  $y$  轴方向分量在观察点  $P$  点产生的辐射场用直角坐标系可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_{yi}^x = -j \frac{I(y_i) \Delta y_i}{4\pi w \varepsilon} \frac{e^{-jkr_i}}{r_i^2} \sin \theta_{yi} \cos \theta_{yi} \sin \varphi_{yi} \left( 3jk - r_i k^2 + \frac{3}{r_i} \right) \\ \mathbf{E}_{yi}^y = j \frac{I(y_i) \Delta y_i}{4\pi w \varepsilon} \frac{e^{-jkr_i}}{r_i^2} \left[ \left( jk - r_i k^2 + \frac{1}{r_i} \right) \sin^2 \theta_{yi} - \left( 2jk + \frac{2}{r_i} \right) \cos^2 \theta_{yi} \right] \\ \mathbf{E}_{yi}^z = -j \frac{I(y_i) \Delta y_i}{4\pi w \varepsilon} \frac{e^{-jkr_i}}{r_i^2} \sin \theta_{yi} \cos \theta_{yi} \cos \varphi_{yi} \left( 3jk - r_i k^2 + \frac{3}{r_i} \right) \end{cases} \quad (3.14)$$

式中： $I(y_i)$  为传输线第  $i$  段总电流  $I_i$  的  $y$  轴分量， $\theta_{xi}$  是为线 OP 与  $y$  轴的夹角； $\varphi_{yi}$  是为线 OP 在  $xz$  平面的投影与  $z$  轴的夹角，相关参量可表示为

$$\begin{cases} \sin \theta_{yi} = \frac{\sqrt{(x_P - x_i)^2 + (z_P - z_i)^2}}{r_i} & \cos \theta_{yi} = \frac{y_P - y_i}{r_i} \\ \sin \varphi_{yi} = \frac{x_P - x_i}{\sqrt{(x_P - x_i)^2 + (z_P - z_i)^2}} & \cos \varphi_{yi} = \frac{z_P - z_i}{\sqrt{(x_P - x_i)^2 + (z_P - z_i)^2}} \end{cases} \quad (3.15)$$

将非均匀传输线上的所有偶极子  $x$ ,  $y$ ,  $z$  三个方向的辐射场叠加到一起，可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_x = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{xi}^x + \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{yi}^x + \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{zi}^x \\ \mathbf{E}_y = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{xi}^y + \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{yi}^y + \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{zi}^y \dots\dots\dots (3.16) \\ \mathbf{E}_z = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{xi}^z + \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{yi}^z + \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_{zi}^z \end{cases}$$

同时，计算传输线电磁辐射时需要考虑到电磁场在大地的反射，这时可利用镜像法以镜像电流电磁辐射代替大地反射，如图 3.3 所示。

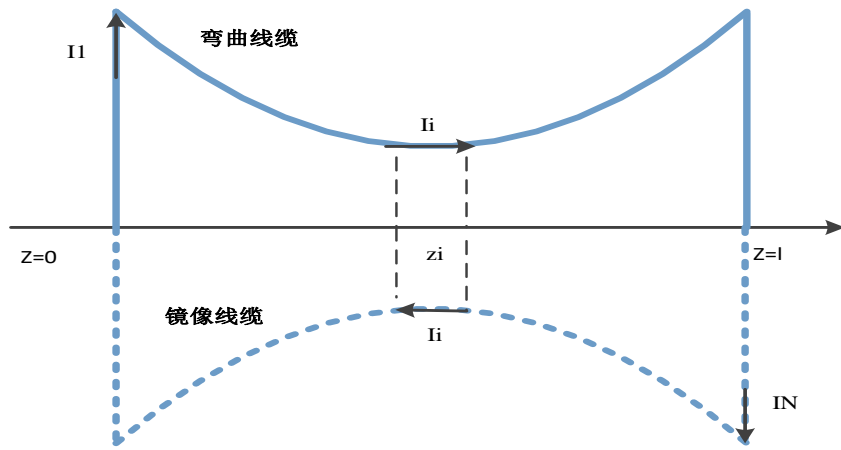


图 3.3 非均匀传输线镜像

镜像电流元的辐射计算方法与传输线的没有区别，需要注意的是镜像电流的方向和传输线电流方向相反。最后非均匀传输线的总辐射场可表示为

$$E_s = \sqrt{(\mathbf{E}_x + \mathbf{E}'_x)^2 + (\mathbf{E}_y + \mathbf{E}'_y)^2 + (\mathbf{E}_z + \mathbf{E}'_z)^2} \dots\dots\dots (3.17)$$

式中： $\mathbf{E}'_i$  为非均匀传输线三个方向镜像辐射

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/097066042013006131>