

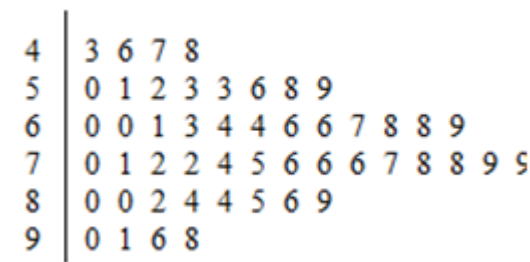
新疆维吾尔自治区乌鲁木齐市新市区第七十中学 2024 届数学高三第一学期期末调研模
拟试题

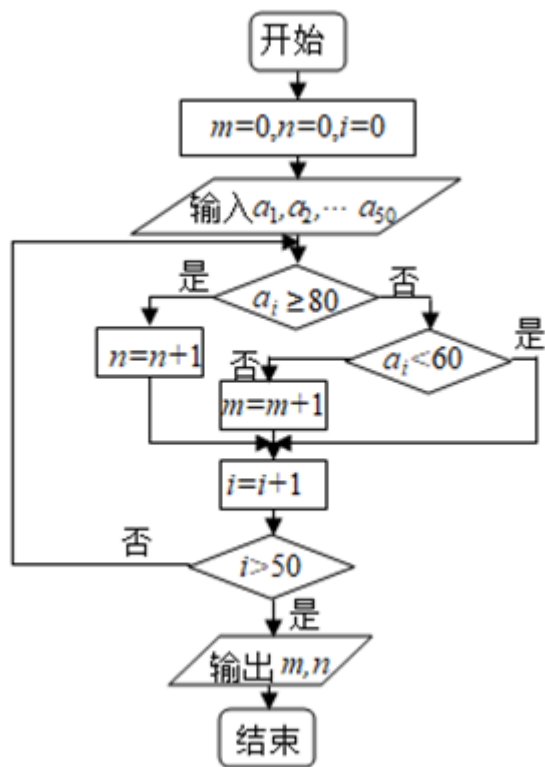
注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知函数 $f(x)=x+a\cdot 2^x$ ， $g(x)=\ln x-4a\cdot 2^{-x}$ ，若存在实数 x_0 ，使 $f(x_0)-g(x_0)=5$ 成立，则正数 a 的取值范围为（ ）
- A. $(0,1]$ B. $(0,4]$ C. $[1,+\infty)$ D. $(0,\ln 2]$
2. 已知 z 的共轭复数是 $\bar{z}$ ，且 $|z|=\bar{z}+1-2i$ （ i 为虚数单位），则复数 z 在复平面内对应的点位于（ ）
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 如图所示的茎叶图为高三某班 50 名学生的化学考试成绩，算法框图中输入的 a_1 ， a_2 ， a_3 ， $\cdots$ ， a_{50} 为茎叶图中的学生成绩，则输出的 m ， n 分别是（ ）





A. $m = 38, n = 12$

B. $m = 26, n = 12$

C. $m = 12, n = 12$

D. $m = 24, n = 10$

4. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $2 + a_5 = a_6 + a_3$, 则 $S_7 =$ ()

A. 28

B. 14

C. 7

D. 2

5. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $A = 60^\circ, b = 3$, AD 为 BC 边上的中线, 若 $AD = \frac{7}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

A. $\frac{25\sqrt{3}}{4}$

B. $\frac{15\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{15}{4}$

D. $\frac{35\sqrt{3}}{4}$

6. 已知函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 在区间 $[m, 2m]$ 上的值域为 $[m, 2m]$, 则 $a =$ ()

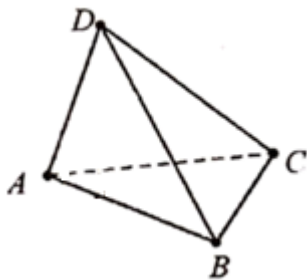
A. $\sqrt{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{16}$ 或 $\sqrt{2}$

D. $\frac{1}{4}$ 或 4

7. 如图, 已知三棱锥 $D-ABC$ 中, 平面 $DAB \perp$ 平面 ABC , 记二面角 $D-AC-B$ 的平面角为 α , 直线 DA 与平面 ABC 所成角为 β , 直线 AB 与平面 ADC 所成角为 γ , 则 ()



- A. $\alpha \geq \beta \geq \gamma$ B. $\beta \geq \alpha \geq \gamma$ C. $\alpha \geq \gamma \geq \beta$ D. $\gamma \geq \alpha \geq \beta$

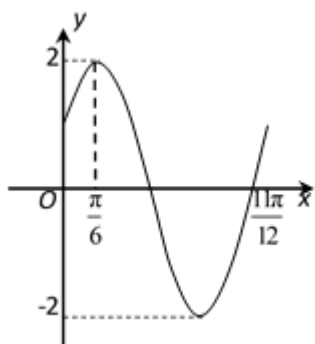
8. 若关于 x 的不等式 $\left(\frac{1}{x}\right)^k \leq \frac{1}{27}$ 有正整数解, 则实数 k 的最小值为 ()

- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

9. 已知实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x+y-1 \geq 0 \\ 2x-y+4 \geq 0 \\ 4x+y-4 \leq 0 \end{cases}$, 则 $|3x+4y|$ 的最小值为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

10. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 且 $f(a+x) + f(a-x) = 0$, 则 $|a|$ 的最小值为 ()



- A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{6}$
C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{12}$

11. 设 $\vec{m}, \vec{n}$ 均为非零的平面向量, 则“存在负数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$ ”是“ $\vec{m} \cdot \vec{n} < 0$ ”的

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

12. 如图 1, 《九章算术》中记载了一个“折竹抵地”问题: 今有竹高一丈, 末折抵地, 去本三尺, 问折者高几何? 意思是: 有一根竹子, 原高一丈 (1 丈 = 10 尺), 现被风折断, 尖端落在地上, 竹尖与竹根的距离三尺, 问折断处离地面的高为 () 尺.



- A. 5.45 B. 4.55 C. 4.2 D. 5.8

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知曲线 $Q: \frac{x^2}{2a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1 (x > 0)$ ，点 A, B 在曲线 Q 上，且以 AB 为直径的圆的方程是 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$ 。则 $a =$ _____。

14. $(x-y^2)(x-y)^{10}$ 展开式中 x^5y^6 的系数为 _____。（用数字作答）

15. 在 $(1+x)^6(1+y)^4$ 的展开式中， x^2y^3 的系数为 _____。

16. 实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+1 \geq 0 \\ x+2y-2 \leq 0 \\ y+2 \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z = x-2y$ 的最大值为 _____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

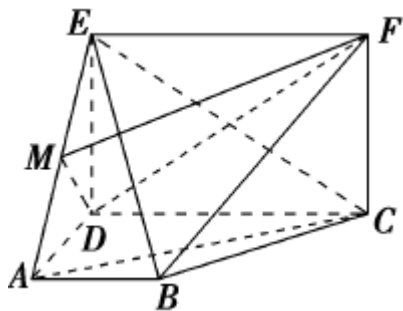
17. (12 分) 已知函数 $f(x) = 2\ln(x+1) + \sin x + 1$ ，函数 $g(x) = ax - 1 - b\ln x$ ($a, b \in \mathbf{R}, ab \neq 0$)。

(1) 讨论 $g(x)$ 的单调性；

(2) 证明：当 $x \geq 0$ 时， $f(x) \leq 3x + 1$ 。

(3) 证明：当 $x > -1$ 时， $f(x) < (x^2 + 2x + 2)e^{\sin x}$ 。

18. (12 分) 如图，矩形 $CDEF$ 和梯形 $ABCD$ 所在的平面互相垂直， $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$ ， $AB = AD = \frac{1}{2}CD$ ， $BE \perp DF$ 。



(1) 若 M 为 EA 的中点，求证： $AC \parallel$ 平面 MDF ；

(2) 若 $AB = 2$ ，求四棱锥 $E-ABCD$ 的体积。

19. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, 数列 $\{c_n\}$ 满足 $c_n = \begin{cases} a_n, & n \text{ 为奇数} \\ b_n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}, n \in \mathbb{N}^*$.

(1) 若 $a_n = n$, $b_n = 2^n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n} ;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, $c_{n+1} > c_n$ 恒成立.

①当数列 $\{b_n\}$ 为等差数列时, 求证: 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的公差相等;

②数列 $\{b_n\}$ 能否为等比数列? 若能, 请写出所有满足条件的数列 $\{b_n\}$; 若不能, 请说明理由.

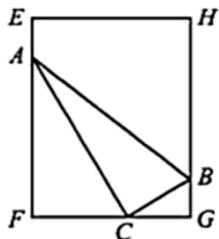
20. (12分) 已知函数 $f(x) = a \ln(1+x)$, $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - ax$, $h(x) = e^x - 1$.

(1) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \leq h(x)$ 恒成立, 求 a 的取值范围;

(2) 当 $x < 0$ 时, 研究函数 $F(x) = h(x) - g(x)$ 的零点个数;

(3) 求证: $\frac{1095}{1000} < \sqrt[10]{e} < \frac{3000}{2699}$ (参考数据: $\ln 1.1 \approx 0.0953$).

21. (12分) 如图, $EFGH$ 是矩形, $\triangle ABC$ 的顶点 C 在边 FG 上, 点 A , B 分别是 EF , GH 上的动点 (EF 的长度满足需求). 设 $\angle BAC = \alpha$, $\angle ABC = \beta$, $\angle ACB = \gamma$, 且满足 $\sin \alpha + \sin \beta = \sin \gamma(\cos \alpha + \cos \beta)$.



(1) 求 γ ;

(2) 若 $FC = 5$, $CG = 3$, 求 $\frac{5}{AC} + \frac{3}{BC}$ 的最大值.

22. (10分) 已知 $x_1, x_2, x_3 \in (0, +\infty)$, 且满足 $x_1 + x_2 + x_3 = 3x_1x_2x_3$, 证明: $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 \geq 3$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、A

【解析】

根据实数 x_0 满足的等量关系, 代入后将方程变形 $a \cdot 2^{x_0} + 4a \cdot 2^{-x_0} = \ln x_0 + 5 - x_0$, 构造函数 $h(x) = \ln x + 5 - x$, 并由导函数求得 $h(x)$ 的最大值, 由基本不等式可求得 $a \cdot 2^{x_0} + 4a \cdot 2^{-x_0}$ 的最小值, 结合存在性问题的求法, 即可求得正数 a 的取值范围.

【详解】

$$\text{函数 } f(x) = x + a \cdot 2^x, \quad g(x) = \ln x - 4a \cdot 2^{-x},$$

$$\text{由题意得 } f(x_0) - g(x_0) = x_0 + a \cdot 2^{x_0} - \ln x_0 + 4a \cdot 2^{-x_0} = 5,$$

$$\text{即 } a \cdot 2^{x_0} + 4a \cdot 2^{-x_0} = \ln x_0 + 5 - x_0,$$

$$\text{令 } h(x) = \ln x + 5 - x,$$

$$\therefore h'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x},$$

$$\therefore h(x) \text{ 在 } (0, 1) \text{ 上单调递增, 在 } (1, +\infty) \text{ 上单调递减,}$$

$$\therefore h(x)_{\max} = h(1) = 4, \text{ 而 } a \cdot 2^{x_0} + 4a \cdot 2^{-x_0} \geq 2a\sqrt{2^{x_0} \cdot 4 \cdot 2^{-x_0}} = 4a,$$

$$\text{当且仅当 } 2^{x_0} = 4 \cdot 2^{-x_0}, \text{ 即当 } x_0 = 1 \text{ 时, 等号成立,}$$

$$\therefore 4a \leq 4,$$

$$\therefore 0 < a \leq 1.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查了导数在求函数最值中的应用, 由基本不等式求函数的最值, 存在性成立问题的解法, 属于中档题.

2、D

【解析】

$$\text{设 } z = x + yi (x, y \in R), \text{ 整理 } |z| = \bar{z} + 1 - 2i \text{ 得到方程组 } \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = x + 1 \\ y + 2 = 0 \end{cases}, \text{ 解方程组即可解决问题.}$$

【详解】

$$\text{设 } z = x + yi (x, y \in R),$$

$$\text{因为 } |z| = \bar{z} + 1 - 2i, \text{ 所以 } \sqrt{x^2 + y^2} = x - yi + 1 - 2i = (x + 1) - (y + 2)i,$$

所以 $\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = x + 1 \\ y + 2 = 0 \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -2 \end{cases}$ ，

所以复数 z 在复平面内对应的点为 $\left(\frac{3}{2}, -2\right)$ ，此点位于第四象限。

故选 D

【点睛】

本题主要考查了复数相等、复数表示的点知识，考查了方程思想，属于基础题。

3、B

【解析】

试题分析：由程序框图可知，框图统计的是成绩不小于 80 和成绩不小于 60 且小于 80 的人数，由茎叶图可知，成绩不小于 80 的有 12 个，成绩不小于 60 且小于 80 的有 26 个，故 $m = 26$ ， $n = 12$ 。

考点：程序框图、茎叶图。

4、B

【解析】

根据等差数列的性质 $a_6 + a_3 = a_4 + a_5$ 并结合已知可求出 a_4 ，再利用等差数列性质可得 $S_7 = \frac{7(a_1 + a_7)}{2} = 7a_4$ ，即可求出结果。

【详解】

因为 $a_6 + a_3 = a_4 + a_5$ ，所以 $2 + a_5 = a_4 + a_5$ ，所以 $a_4 = 2$ ，

所以 $S_7 = \frac{7(a_1 + a_7)}{2} = 7a_4 = 14$ ，

故选：B

【点睛】

本题主要考查等差数列的性质及前 n 项和公式，属于基础题。

5、B

【解析】

延长 AD 到 E ，使 $AD = DE$ ，连接 BE, CE ，则四边形 $ABEC$ 为平行四边形，根据余弦定理可求出 $AB = 5$ ，进而可得 $\triangle ABC$ 的面积。

【详解】

解：延长 AD 到 E ，使 $AD = DE$ ，连接 BE, CE ，则四边形 $ABEC$ 为平行四边形，

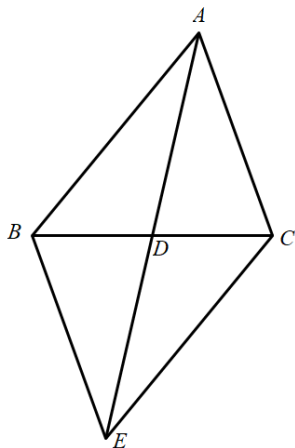
则 $BE = AC = 3$ ， $\angle ABE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ， $AE = 2AD = 7$ ，

在 $\triangle ABE$ 中， $AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2AB \cdot BE \cos \angle ABE$

则 $7^2 = AB^2 + 3^2 - 2 \times AB \times 3 \times \cos 120^\circ$, 得 $AB = 5$,

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}.$$

故选: B.



【点睛】

本题考查余弦定理的应用, 考查三角形面积公式的应用, 其中根据中线作出平行四边形是关键, 是中档题.

6、C

【解析】

对 a 进行分类讨论, 结合指数函数的单调性及值域求解.

【详解】

分析知, $m > 0$. 讨论: 当 $a > 1$ 时, $\begin{cases} a^m = m \\ a^{2m} = 2m \end{cases}$, 所以 $a^m = 2$, $m = 2$, 所以 $a = \sqrt{2}$; 当 $0 < a < 1$ 时, $\begin{cases} a^m = 2m \\ a^{2m} = m \end{cases}$,

所以 $a^m = \frac{1}{2}$, $m = \frac{1}{4}$, 所以 $a = \frac{1}{16}$. 综上, $a = \frac{1}{16}$ 或 $a = \sqrt{2}$, 故选 C.

【点睛】

本题主要考查指数函数的值域问题, 指数函数的值域一般是利用单调性求解, 侧重考查数学运算和数学抽象的核心素养.

7、A

【解析】

作 $DD' \perp AB$ 于 D' , $DE \perp AC$ 于 E , 分析可得 $\alpha = \angle DED'$, $\beta = \angle DAD'$, 再根据正弦的大小关系判断分析得 $\alpha \geq \beta$,

再根据线面角的最小性判定 $\beta \geq \gamma$ 即可.

【详解】

作 $DD' \perp AB$ 于 D' , $DE \perp AC$ 于 E .

因为平面 $DAB \perp$ 平面 ABC , $DD' \perp$ 平面 ABC . 故 $AC \perp DE$, $AC \perp DD'$,

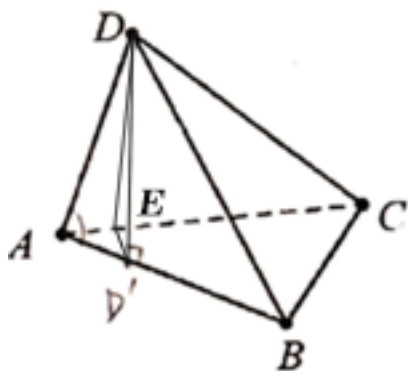
故 $AC \perp$ 平面 DED' . 故二面角 $D-AC-B$ 为 $\alpha = \angle DED'$.

又直线 DA 与平面 ABC 所成角为 $\beta = \angle DAD'$, 因为 $DA \geq DE$,

故 $\sin \angle DED' = \frac{DD'}{DE} \geq \frac{DD'}{DA} = \sin \angle DAD'$. 故 $\alpha \geq \beta$, 当且仅当 A, E 重合时取等号.

又直线 AB 与平面 ADC 所成角为 γ , 且 $\beta = \angle DAD'$ 为直线 AB 与平面 ADC 内的直线 AD 所成角, 故 $\beta \geq \gamma$, 当且仅当 $BD \perp$ 平面 ADC 时取等号.

故 $\alpha \geq \beta \geq \gamma$.



故选: A

【点睛】

本题主要考查了线面角与线线角的大小判断, 需要根据题意确定角度的正弦的关系, 同时运用线面角的最小性进行判定. 属于中档题.

8、A

【解析】

根据题意可将 $\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{k}{x}} \leq \frac{1}{27}$ 转化为 $\frac{\ln x}{x} \geq \frac{3 \ln 3}{k}$, 令 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 利用导数, 判断其单调性即可得到实数 k 的最小值.

【详解】

因为不等式有正整数解, 所以 $x > 0$, 于是 $\left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{k}{x}} \leq \frac{1}{27}$ 转化为 $\frac{k \ln x}{x} \geq 3 \ln 3$, $x = 1$ 显然不是不等式的解, 当 $x > 1$ 时,

$\ln x > 0$, 所以 $\frac{k \ln x}{x} \geq 3 \ln 3$ 可变形为 $\frac{\ln x}{x} \geq \frac{3 \ln 3}{k}$.

令 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, 则 $f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/097112200010006056>