2024 届绵阳中学招生全国统一考试考试说明跟踪卷（七）数学试题

注意事项:

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．双曲线$\frac{□^2}{6}-\frac{□^2}{3}=1$的渐近线与圆$(x-3)^2+y^2=r^2(r>0)$相切，则 r 等于(　　)

A．$\sqrt{3}$　　B．2

C．3　　D．6

2．已知集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid y=\lg(1-x)\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{2\}$　　B．$\{-1,0\}$　　C．$\{-1\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

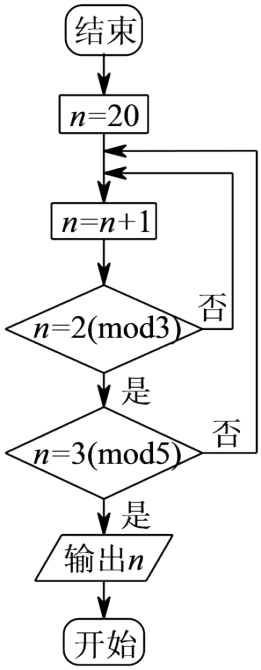
3．已知集合 A＝{0，1}，B＝{0，1，2}，则满足 A∪C＝B 的集合 C 的个数为（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

4．已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$，满足$|\vec{a}|=\frac{1}{3},|\vec{b}|=1$，且$|2\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{2\pi}{3}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

5．中国古代数学著作《孙子算经》中有这样一道算术题：“今有物不知其数，三三数之余二，五五数之余三，问物几何？”人们把此类题目称为“中国剩余定理”，若正整数 N 除以正整数 m 后的余数为 n，则记为 $N=n(\mathrm{mod}m)$，例如 $11=2(\mathrm{mod}3)$．现将该问题以程序框图的算法给出，执行该程序框图，则输出的 n 等于（　　）.



A．21　　B．22　　C．23　　D．24

6．已知定义在R上的可导函数$f\left(x\right)$满足$\left(1-x\right)\cdot f\left(x\right)+x\cdot f^{'}\left(x\right)>0$，若$y=f(x+2)-e^{3}$是奇函数，则不等式$x\cdot f(x)-2e^{x+1}<0$的解集是（　　）

A．$\left(-\infty,2\right)$　　B．$\left(-\infty,1\right)$　　C．$\left(2,+\infty\right)$　　D．$\left(1,+\infty\right)$

7．下列不等式成立的是（　　）

A．$\sin\frac{1}{2}>\cos\frac{1}{2}$　　B．$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$　　C．$\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}<\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$　　D．$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}>\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$

8．设平面α与平面β相交于直线m，直线a在平面α内，直线b在平面β内，且$b\perp m$则“$\alpha\perp\beta$”是“$a\perp b$”的（ ）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．即不充分不必要条件

9．若命题□：从有 2 件正品和 2 件次品的产品中任选 2 件得到都是正品的概率为三分之一；命题□：在边长为 4 的正方形□□□□内任取一点□，则□□□□ > 90°的概率为□/8，则下列命题是真命题的是（　　）

A．□ ∧ □　　B．(¬□) ∧ □　　C．□ ∧ (¬□)　　D．¬□

10．若复数z满足$zi=1-i$（i为虚数单位），则其共轭复数$\overline{z}$的虚部为（　　）

A．$-i$　　B．i　　C．-1　　D．1

11．下列选项中，说法正确的是（　　）

A．“$\exists x_0 \in R$，$x_0^2 - x_0 \le 0$”的否定是“$\exists x_0 \in R$，$x_0^2 - x > 0$”

B．若向量$\vec{a},\vec{b}$满足$\vec{a}\cdot\vec{b} < 0$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为钝角

C．若$am^2 \le bm^2$，则$a \le b$

D．“$x \in (A \cup B)$”是“$x \in (A \cap B)$”的必要条件

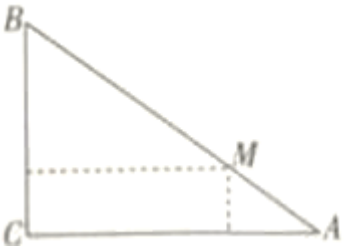
12．已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦点分别为$F_1$，$F_2$，其中焦点$F_2$与抛物线$y^2=2px$的焦点重合，且椭圆与抛物线的两个交点连线正好过点$F_2$，则椭圆的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B．$\sqrt{2}-1$　　C．$3-2\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}-1$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．设函数$f(x)=\begin{cases}1+\log_2(2-x), x<1\\ 2^{x-1}, x\ge 1\end{cases}$，则$f(-2)+f(\log_2 3)=$_____.

14．如图，养殖公司欲在某湖边依托互相垂直的湖岸线CA、CB围成一个三角形养殖区ACB.为了便于管理，在线段AB之间有一观察站点M，M到直线BC，CA的距离分别为8百米、1百米，则观察点M到点A、B距离之和的最小值为_____百米.



15．已知数列$\{a_n\}$满足：点(n,a_n)在直线$2x-y+1=0$上，若使a_1、a_4、a_m构成等比数列，则$m=$_____

16．某种赌博每局的规则是：赌客先在标记有1，2，3，4，5的卡片中随机摸取一张，将卡片上的数字作为其赌金；随后放回该卡片，再随机摸取两张，将这两张卡片上数字之差的绝对值的1.4倍作为其奖金．若随机变量ξ_1和ξ_2分别表示赌客在一局赌博中的赌金和奖金，则$D(\xi_1)=$_____，$E(\xi_1)-E(\xi_2)=$_____.

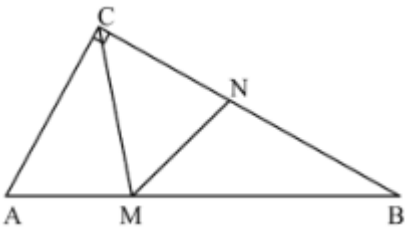
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）$\triangle ABC$中的内角A，B，C的对边分别是a，b，c，若$\sqrt{5}b=4c$，$B=2C$.

（1）求$\cos B$；

（2）若$c=5$，点D为边BC上一点，且$BD=6$，求$\triangle ADC$的面积.

18．（12分）如图，在直角$\triangle ACB$中，$\angle ACB=\frac{\pi}{2}$，$\angle CAB=\frac{\pi}{3}$，$AC=2$，点M在线段AB上.



（1）若 $\sin\angle CMA=\frac{\sqrt{3}}{3}$，求 CM 的长；

（2）点 N 是线段 CB 上一点，$MN=\sqrt{7}$，且 $S_{\triangle BMN}=\frac{1}{2}S_{\triangle ACB}$，求 $BM+BN$ 的值.

19.（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}x^2+mx+\ln x$.

（1）若函数 $f(x)$ 不存在单调递减区间，求实数 m 的取值范围；

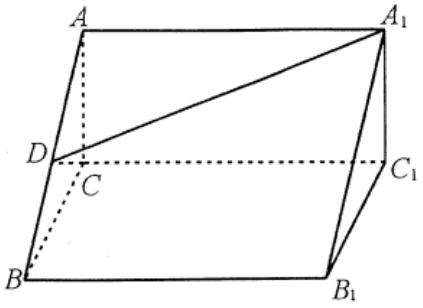
（2）若函数 $y=f(x)$ 的两个极值点为 $x_1x_2\left(x_1<x_2\right)$，$m\le-\frac{3\sqrt{2}}{2}$，求 $f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)$ 的最小值.

20.（12 分）已知圆 F_1：$(x+1)^1+y^1=r^1(1\le r\le 3)$，圆 F_1：$(x-1)^1+y^1=(4-r)^1$.

（1）证明：圆 F_1 与圆 F_1 有公共点，并求公共点的轨迹 E 的方程；

（1）已知点 $Q(m，0)(m<0)$，过点 E 斜率为 $k(k\neq 0)$ 的直线与（Ⅰ）中轨迹 E 相交于 $M，N$ 两点，记直线 QM 的斜率为 k_1，直线 QN 的斜率为 k_1，是否存在实数 m 使得 $k(k_1+k_1)$为定值？若存在，求出 m 的值，若不存在，说明理由.

21.（12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC\perp BC$，$AB\perp BB_1$，$AC=BC=BB_1$，D 为 AB 的中点，且 $CD\perp DA_1$.



（1）求证：$BB_1\perp$ 平面 ABC；

（2）求锐二面角 $C-DA_1-C_1$ 的余弦值.

22.（10 分）追求人类与生存环境的和谐发展是中国特色社会主义生态文明的价值取向.为了改善空气质量，某城市环保局随机抽取了一年内 100 天的空气质量指数（*AQI*）的检测数据，结果统计如表：

AQI	$[0,50]$	$(50,100]$	$(100,150]$	$(150,200]$	$(200,250]$	$(250,300]$

空气质量	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	重度污染
天数	6	14	18	27	25	10

（1）从空气质量指数属于[0，50]，（50，100]的天数中任取 3 天，求这 3 天中空气质量至少有 2 天为优的概率；

（2）已知某企业每天因空气质量造成的经济损失 y（单位：元）与空气质量指数 x 的关系式为

$$y=\begin{cases}0,9\le x\le 100\\220,100<x\le 250\\1480,250<x\le 300\end{cases}$$，假设该企业所在地 7 月与 8 月每天空气质量为优、良、轻度污染、中度污染、重度污染、严重污染的概率分别为 $\frac{1}{6},\frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{1}{12},\frac{1}{12},\frac{1}{6}$.9 月每天的空气质量对应的概率以表中 100 天的空气质量的频率代替.

（*i*）记该企业 9 月每天因空气质量造成的经济损失为 X 元，求 X 的分布列；

（*ii*）试问该企业 7 月、8 月、9 月这三个月因空气质量造成的经济损失总额的数学期望是否会超过 2.88 万元？说明你的理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

由圆心到渐近线的距离等于半径列方程求解即可.

【详解】

双曲线的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$，圆心坐标为(3,0)．由题意知，圆心到渐近线的距离等于圆的半径 r，即 $r=$

$$\frac{\left|\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\times 3-0\right|}{\sqrt{\left(\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+1}}=\sqrt{3}$$

答案：A

【点睛】

本题考查了双曲线的渐近线方程及直线与圆的位置关系，属于基础题.

2、B

【解析】

求出集合 B，利用集合的基本运算即可得到结论.

【详解】

由 $1-x>0$，得 $x<1$，则集合 $B=\{x\mid x<1\}$，

所以，$A\cap B=\{-1,0\}$.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查集合的基本运算，利用函数的性质求出集合 B 是解决本题的关键，属于基础题.

3、A

【解析】

由 $A\cup C=B$ 可确定集合 C 中元素一定有的元素，然后列出满足题意的情况，得到答案.

【详解】

由 $A\cup C=B$ 可知集合 C 中一定有元素 2，所以符合要求的集合 C 有 $\{2\},\{2,0\},\{2,1\},\{2,0,1\}$，共 4 种情况，所以选 A 项.

【点睛】

考查集合并集运算，属于简单题.

4、C

【解析】

根据 $|2\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，两边平方 $|2\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$，化简得 $2\vec{a}\vec{b}=-3\left(\vec{a}\right)^2$，再利用数量积定义得到 $2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=-3\left(\vec{a}\right)^2$ 求解.

【详解】

因为平面向量 $\vec{a},\vec{b}$，满足 $|\vec{a}|=\frac{1}{3},|\vec{b}|=1$，且 $|2\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}+\vec{b}|$，

所以 $|2\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$，

所以 $2\vec{a}\vec{b}=-3\left(\vec{a}\right)^2$，

所以 $2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=-3\left(\vec{a}\right)^2$，

所以 $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=-\frac{1}{2}$，

所以 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查平面向量的模，向量的夹角和数量积运算，属于基础题.

5、C

【解析】

从 21 开始，输出的数是除以 3 余 2，除以 5 余 3，满足条件的是 23，故选 C.

6、A

【解析】

构造函数 $g(x)=\frac{x\cdot f(x)}{e^x}$，根据已知条件判断出 $g(x)$ 的单调性.根据 $y=f(x+2)-e^3$ 是奇函数，求得 $f(2)$ 的值，

由此化简不等式 $x\cdot f(x)-2e^{x+1}<0$ 求得不等式的解集.

【详解】

构造函数 $g(x)=\frac{x\cdot f(x)}{e^x}$，依题意可知 $g'(x)=\frac{(1-x)\cdot f(x)+x\cdot f'(x)}{e^x}>0$，所以 $g(x)$ 在 R 上递增.由于

$y=f(x+2)-e^3$ 是奇函数，所以当 $x=0$ 时，$y=f(2)-e^3=0$，所以 $f(2)=e^3$，所以 $g(2)=\frac{2\times e^3}{e^2}=2e$.

由 $x\cdot f(x)-2e^{x+1}<0$ 得 $g(x)=\frac{x\cdot f(x)}{e^x}<2e=g(2)$，所以 $x<2$，故不等式的解集为 $(-\infty,2)$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查构造函数法解不等式，考查利用导数研究函数的单调性，考查化归与转化的数学思想方法，属于中档题.

7、D

【解析】

根据指数函数、对数函数、幂函数的单调性和正余弦函数的图象可确定各个选项的正误.

【详解】

对于 A，$\because 0<\frac{1}{2}<\frac{\pi}{4}$，$\therefore \sin\frac{1}{2}<\cos\frac{1}{2}$，$A$ 错误；

对于 B，$\because y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 在 R 上单调递减，$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}<\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$，$B$ 错误；

对于C，$\because \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}=\log_2 3>1$，$\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}=\log_3 2<1$，$\therefore \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}>\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{2}$，$C$错误；

对于D，$\because y=x^{\frac{1}{3}}$在$R$上单调递增，$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}>\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$，$D$正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查根据初等函数的单调性比较大小的问题；关键是熟练掌握正余弦函数图象、指数函数、对数函数和幂函数的单调性.

8、A

【解析】

试题分析：α⊥β， b⊥m⇒ $b\perp\alpha$，又直线 a 在平面 α 内，所以 a⊥b，但直线a,m不一定相交，所以“α⊥β”是“a⊥b”的充分不必要条件，故选 A.

考点：充分条件、必要条件.

9、B

【解析】因为从有 2 件正品和 2 件次品的产品中任选 2 件得到都是正品的概率为$□_1=\frac{1}{□_4^2}=\frac{1}{6}$，即命题□是错误，

则¬□是正确的；在边长为 4 的正方形□□□□内任取一点□，若□□□□$>90^{\circ}$的概率为$□_2=\frac{\frac{1}{2}×□×4}{4×4}=\frac{□}{8}$，即命题□是

正确的，故由符合命题的真假的判定规则可得答案$(¬□)\wedge□$是正确的，应选答案 B。

点睛：本题将古典型概率公式、几何型概率公式与命题的真假（含或、且、非等连接词）的命题构成的复合命题的真假的判定有机地整合在一起，旨在考查命题真假的判定及古典概型的特征与计算公式的运用、几何概型的特征与计算公式的运用等知识与方法的综合运用，以及分析问题 解决问题的能力。

10、D

【解析】

由已知等式求出 z，再由共轭复数的概念求得$\bar{z}$，即可得z的虚部.

【详解】

由 zi=1− i，∴z=$\frac{1-i}{i}=\frac{-i(1-i)}{i\cdot(-i)}=-1-i$ ，所以共轭复数$\bar{z}$=-1+i，虚部为 1

故选 D.

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算和共轭复数的基本概念，属于基础题.

11、D

【解析】

对于 A 根据命题的否定可得："$\exists x_0 \in R$，$x_0^2-x_0 \le 0$"的否定是"$\forall x \in R$，$x^2-x>0$"，即可判断出；对于 B 若向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角或平角；对于 C 当 $m=0$ 时，满足 $am^2 \le bm^2$，但是 $a \le b$ 不一定成立；对于 D 根据元素与集合的关系即可做出判断.

【详解】

选项 A 根据命题的否定可得："$\exists x_0 \in R$，$x_0^2-x_0 \le 0$"的否定是"$\forall x \in R$，$x^2-x>0$"，因此 A 不正确；

选项 B 若向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为钝角或平角，因此不正确.

选项 C 当 $m=0$ 时,满足 $am^2 \le bm^2$，但是 $a \le b$ 不一定成立，因此不正确；

选项 D 若"$x \in (A \mid B)$"，则 $x \in A$ 且 $x \in B$，所以一定可以推出"$x \in (A \cup B)$"，因此"$x \in (A \cup B)$"是"$x \in (A \mid B)$"的必要条件，故正确.

故选：D.

【点睛】

本题考查命题的真假判断与应用，涉及知识点有含有量词的命题的否定、不等式性质、向量夹角与性质、集合性质等，属于简单题.

12、B

【解析】

根据题意可得易知 $c=\frac{p}{2}$，且 $\begin{cases} a^2-b^2=\frac{p^2}{4} \\ p^2b^2+4p^2a^2=4a^2b^2 \end{cases}$，解方程可得 $\begin{cases} a^2=\frac{2\sqrt{2}+3}{4}p^2 \\ b^2=\frac{\sqrt{2}+1}{2}p^2 \end{cases}$，再利用 $e^2=\frac{c^2}{a^2}$ 即可求解.

【详解】

易知 $c=\frac{p}{2}$，且 $\begin{cases} a^2-b^2=\frac{p^2}{4} \\ p^2b^2+4p^2a^2=4a^2b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=\frac{2\sqrt{2}+3}{4}p^2 \\ b^2=\frac{\sqrt{2}+1}{2}p^2 \end{cases}$

故有 $e^2=\frac{c^2}{a^2}=3-2\sqrt{2}$，则 $e=\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

故选：B

【点睛】

本题考查了椭圆的几何性质、抛物线的几何性质，考查了学生的计算能力，属于中档题

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$\frac{9}{2}$

【解析】

由自变量所在定义域范围，代入对应解析式，再由对数加减法运算法则与对数恒等式关系分别求值再相加，即为答案.

【详解】

因为函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}1+\log_2\left(2-x\right),x<1\\2^{x-1},x\geq 1\end{cases}$，则 $f\left(-2\right)=1+\log_2\left[2-\left(-2\right)\right]=1+\log_2 4=3$

因为 $\log_2 3>\log_2 2=1$，则 $f\left(\log_2 3\right)=2^{\log_2 3-1}=2^{\log_2\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$

故 $f\left(-2\right)+f\left(\log_2 3\right)=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

故答案为：$\frac{9}{2}$

【点睛】

本题考查分段函数求值，属于简单题.

14、$5\sqrt{5}$

【解析】

建系，将直线 AB 用方程表示出来，再用参数表示出线段 AB 的长度，最后利用导数来求函数最小值.

【详解】

以 C 为原点，CA,CB 所在直线分别作为 x,y 轴，建立平面直角坐标系，则 $M(8,1)$.设直线 $AB:y-1=k(x-8)$，即

$y=kx+1-8k$，则 $A\left(-\frac{1-8k}{k},0\right),B(0,1-8k)$，

所以 $\begin{cases}-\frac{1-8k}{k}>0\\1-8k>0\end{cases}$，所以 $\mathrm{k}<0$，

$AB^2=\left(-\frac{1-8k}{k}\right)^2+(1-8k)^2=f(k)(k<0)$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/097200142154006141