

冲刺2025 年高考数学真题重组卷  
真题重组卷 01

(考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分)

第 I 卷（选择题）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. (2023 新课标全国 卷) 已知集合  $M = \{2, 1, 0, 12\}$  ,  $N = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\}$  , 则  $M \cap N$  ( )

- A.  $\{2, 1, 0, 1\}$       B.  $\{0, 12\}$       C.  $\{2\}$       D.  $\{2\}$

2. (2023 新课标全国 II 卷) 在复平面内，  $1 - 3i - 3 - i$  对应的点位于 ( ) .

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

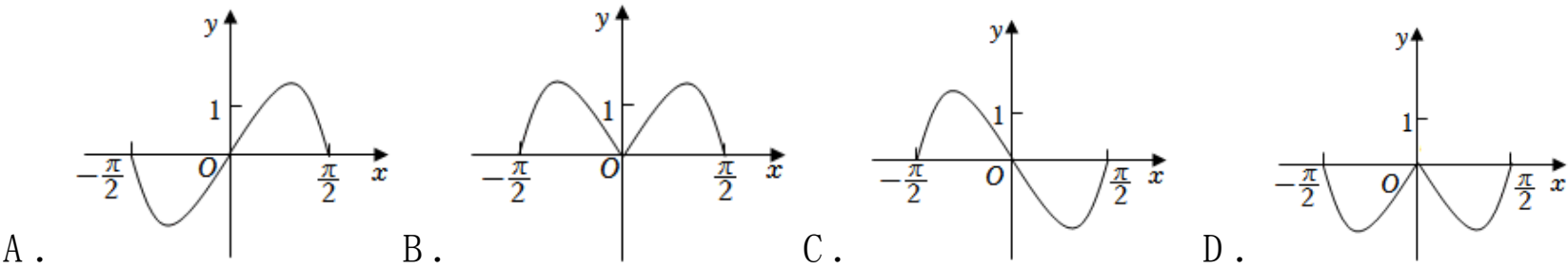
3. (2022 • 新高考 I ) 在  $\triangle ABC$  中，点 D 在边 AB 上，  $BD = 2DA$  . 记  $\overrightarrow{CA} = \mathbf{m}$  ,  $\overrightarrow{CD} = \mathbf{n}$  , 则  $\overrightarrow{CB}$  ( )

- A.  $3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$       B.  $2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$       C.  $3\mathbf{m} - 2\mathbf{n}$       D.  $2\mathbf{m} - 3\mathbf{n}$

4. (2023 全国乙卷数学 (理)) 甲乙两位同学从 6 种课外读物中各自选读 2 种，则这两人选读的课外读物中恰有 1 种相同的选法共有 ( )

- A. 30 种      B. 60 种      C. 120 种      D. 240 种

5. (2022 • 甲卷) 函数  $f(x) = (3^x - 3^{-x}) \cos x$  在区间  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  的图像大致为 ( )



6. (全国甲卷数学 (理)) “ $\sin \alpha = \sin \beta = 1$ ”是 “ $\sin \alpha = \cos \beta = 0$ ”的 ( )

- A. 充分条件但不是必要条件      B. 必要条件但不是充分条件  
C. 充要条件      D. 既不是充分条件也不是必要条件

7. (全国甲卷数学 (文) (理)) 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $\sqrt{5}$  , 其中一条渐近线与圆  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$  交于 A, B 两点，则  $|AB|$  ( )

- A.  $\frac{1}{5}$
- B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- D.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

8. (2023 全国乙卷数学 (文)) 函数  $f(x) = x^3 - ax - 2$  存在 3 个零点, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, -2)$
- B.  $(-\infty, -3)$
- C.  $(-4, 1)$
- D.  $(-3, 0)$

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分, 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目的要求, 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. (2023 新课标全国 卷) 有一组样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_6$ , 其中  $x_1$  是最小值,  $x_6$  是最大值, 则 ( )

- A.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的平均数等于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的平均数
- B.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的中位数等于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的中位数
- C.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的标准差不小于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的标准差
- D.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的极差不大于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的极差

10. (2023 新课标全国 II 卷) 已知圆锥的顶点为  $P$ , 底面圆心为  $O$ ,  $AB$  为底面直径,  $\angle APB = 120^\circ$ ,  $PA = 2$ , 点  $C$  在底面圆周上, 且二面角  $P-AC-O$  为  $45^\circ$ , 则 ( ).

- A. 该圆锥的体积为  $\pi$
- B. 该圆锥的侧面积为  $4\sqrt{3}\pi$
- C.  $AC = 2\sqrt{2}$
- D.  $\triangle PAC$  的面积为  $\sqrt{3}$

11. (2023 新课标全国 II 卷) 设  $O$  为坐标原点, 直线  $y = \sqrt{3}x + 1$  过抛物线  $C: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点, 且与  $C$  交于  $M, N$  两点,  $l$  为  $C$  的准线, 则 ( ).

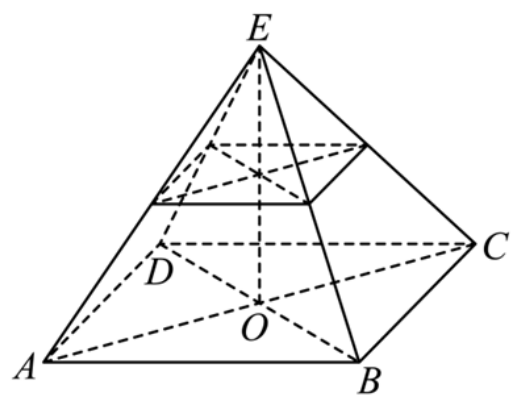
- A.  $p = 2$
- B.  $|MN| = \frac{8}{3}$
- C. 以  $MN$  为直径的圆与  $l$  相切
- D.  $\triangle OMN$  为等腰三角形

第 II 卷 (非选择题)

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. (2023•甲卷) 若  $y = (x - 1)^2 - ax - \sin x - \frac{1}{2}$  为偶函数, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

13. (2023 新课标全国 II 卷) 底面边长为 4 的正四棱锥被平行于其底面的平面所截, 截去一个底面边长为 2, 高为 3 的正四棱锥, 所得棱台的体积为\_\_\_\_\_.



14. (2023 新高考天津卷) 过原点的一条直线与圆  $C : (x - 2)^2 + y^2 = 3$  相切，交曲线  $y^2 = 2px (p > 0)$  于点  $P$ ，若  $|OP| = 8$ ，则  $p$  的值为\_\_\_\_\_.

四、解答题 本题共 5 小题，共 77 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程及验算步骤。

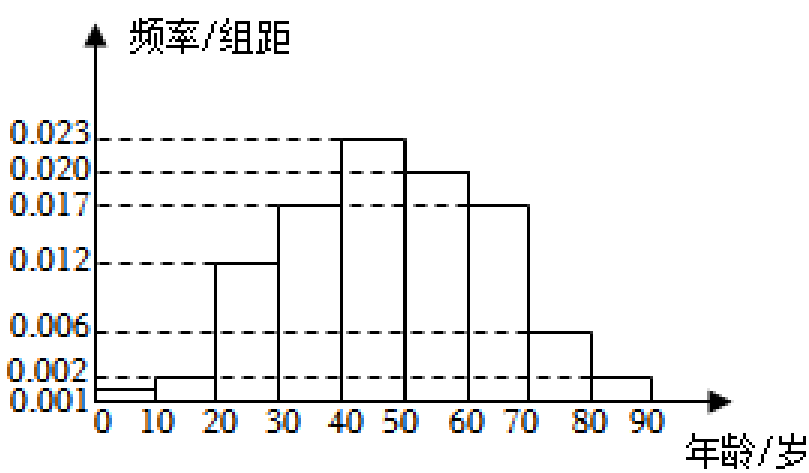
15. (13 分) (新题型) 设函数  $f(x) = \ln x + ax + b$ ，曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y = 6x - 3$ .

(1) 求  $a, b$ ;

(2) 证明:  $f(x) \leq \frac{3}{5x}$ .

16. (15 分) (2022•新高考 II) 在某地区进行流行病学调查，随机调查了 100 位某种疾病患者的年龄，得到如下的样本数据的频率分布直方图：

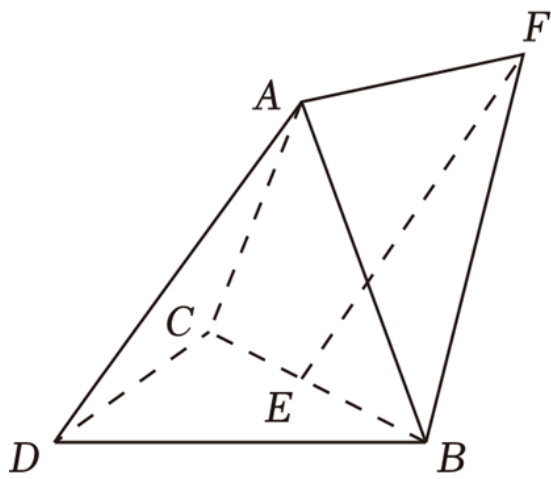
- (1) 估计该地区这种疾病患者的平均年龄（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）
- (2) 估计该地区一位这种疾病患者的年龄位于区间  $[20, 70)$  的概率；
- (3) 已知该地区这种疾病患者的患病率为 0.1%，该地区年龄位于区间  $[40, 50)$  的人口占该地区总人口的 16%。从该地区中任选一人，若此人的年龄位于区间  $[40, 50)$ ，求此人患这种疾病的概率（以样本数据中患者的年龄位于各区间的频率作为患者的年龄位于该区间的概率，精确到 0.0001）。



17. (15 分) (2023•新高考 II) 如图，三棱锥  $A - BCD$  中， $DA = DB = DC$ ， $BD = CD$ ，

$\angle ADB = \angle ADC = 60^\circ$ ，E 为 BC 中点.

- (1) 证明  $BC \perp DA$ ；
- (2) 点 F 满足  $EF \perp DA$ ，求二面角  $D-AB-F$  的正弦值.



18. (17 分) (2022•新高考 I) 已知点  $A(2, 1)$  在双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - 1} = 1 (a > 1)$  上，直线  $l$  交  $C$  于 P，Q 两点，直线 AP，AQ 的斜率之和为 0.
- (1) 求  $l$  的斜率；
  - (2) 若  $\tan \angle PAQ = 2\sqrt{2}$ ，求  $\triangle PAQ$  的面积.

19. (17 分) (2016 江苏 高考真题) 记  $U = \{1, 2, \dots, 100\}$ . 对数列  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$  和  $U$  的子集  $T$ ，若  $T = \emptyset$ ，定义  $S_T = 0$ ；若  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_k\}$ ，定义  $S_T = a_{t_1} + a_{t_2} + \dots + a_{t_k}$ . 例如：  $T = \{1, 3, 66\}$  时， $S_T = a_1 + a_3 + a_{66}$ . 现设  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$  是公比为 3 的等比数列，且当  $T = \{2, 4\}$  时， $S_T = 30$ .
- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式；
  - (2) 对任意正整数  $k, 1 \leq k \leq 100$ ，若  $T = \{1, 2, \dots, k\}$ ，求证：  $S_T = a_{k+1}$ ；
  - (3) 设  $C \subseteq U, D \subseteq U, S_C = S_D$ ，求证：  $S_C = S_{C \cup D} = 2S_D$ .

冲刺 2024 年高考数学真题重组卷  
真题重组卷 01

(考试时间：120 分钟 试卷满分：150 分)

第 I 卷 (选择题)

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. (2023 新课标全国 卷) 已知集合  $M = \{2, 1, 0, 1\}$  ,  $N = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\}$  , 则  $M \cap N$  ( )
- A.  $\{2, 1, 0, 1\}$       B.  $\{0, 1\}$       C.  $\{2\}$       D.  $\{2\}$

【答案】 C

【详解】 方法一： 因为  $N = \{x \mid x^2 - x - 6 = 0\} = \{2, -3\}$  , 而  $M = \{2, 1, 0, 1\}$  , 所以  $M \cap N = \{2\}$  . 故选： C .

方法二： 因为  $M = \{2, 1, 0, 1\}$  , 将  $2, 1, 0, 1$  代入不等式  $x^2 - x - 6 = 0$  , 只有  $2$  使不等式成立， 所以  $M \cap N = \{2\}$  . 故选： C .

2. (2023 新课标全国 II 卷) 在复平面内，  $1 - 3i - 3 - i$  对应的点位于 ( ) .
- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

【答案】 A

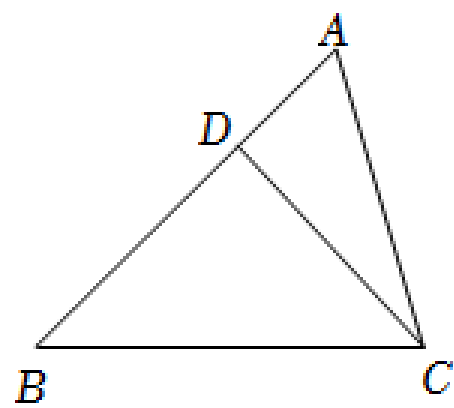
【详解】 因为  $1 - 3i - 3 - i = -2 - 4i = -2 - 4i$  , 则所求复数对应的点为  $(-2, -4)$  , 位于第三象限故选： A .

3. (2022 新高考 I 卷) 在  $\triangle ABC$  中， 点 D 在边 AB 上，  $BD = 2DA$  . 记  $\vec{CA} = \vec{m}$  ,  $\vec{CD} = \vec{n}$  , 则  $\vec{CB}$  ( )
- A.  $3\vec{m} - 2\vec{n}$       B.  $2\vec{m} - 3\vec{n}$       C.  $3\vec{m} - 2\vec{n}$       D.  $2\vec{m} - 3\vec{n}$

【答案】 B

【解析】 如图，





$CD = CA - AD = CA - \frac{1}{2}DB = CA - \frac{1}{2}(CB - CD) = CA - \frac{1}{2}CB + \frac{1}{2}CD$  ,  
 $\frac{1}{2}CB = \frac{3}{2}CD = CA$  , 即  $CB = 3CD = 2CA = 3n = 2m$  . 故选: B .

4. (2023 全国乙卷数学 (理)) 甲乙两位同学从 6 种课外读物中各自选读 2 种, 则这两人选读的课外读物中恰有 1 种相同的选法共有 ( )
- A . 30 种                      B . 60 种                      C . 120 种                      D . 240 种

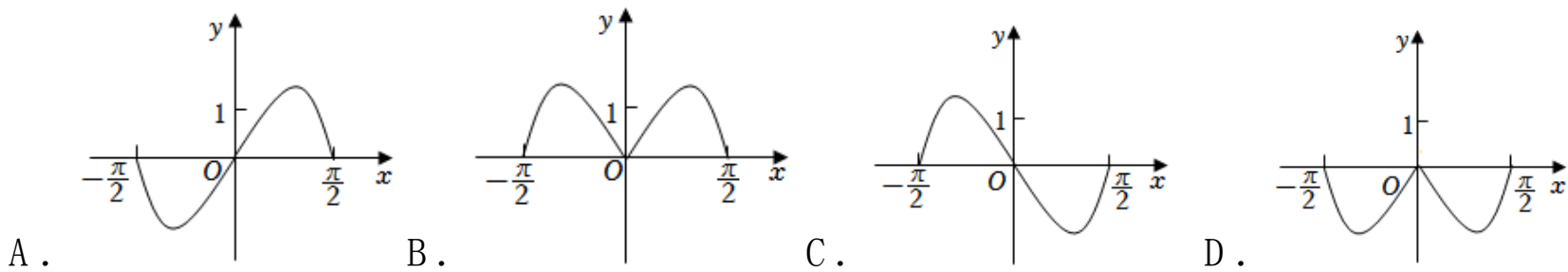
【答案】C

【详解】首先确定相同得读物, 共有  $C_6^1$  种情况,

然后两人各自的另外一种读物相当于在剩余的 5 种读物里, 选出两种进行排列, 共有  $A_5^2$  种,

根据分步乘法公式则共有  $C_6^1 A_5^2 = 120$  种, 故选: C.

5. (2022•甲卷) 函数  $f(x) = (3^x - 3^{-x})\cos x$  在区间  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  的图像大致为 ( )



【答案】A

【解析】 $f(x) = (3^x - 3^{-x})\cos x$ , 可知  $f(-x) = (3^{-x} - 3^x)\cos(-x) = (3^{-x} - 3^x)\cos x = -f(x)$ ,

函数是奇函数, 排除BD ; 当  $x = 1$  时,  $f(1) = (3 - 3^{-1})\cos 1 > 0$ , 排除C . 故选: A .

6. (全国甲卷数学 (理)) “ $\sin \alpha = \sin \beta = 1$ ”是 “ $\sin \alpha = \cos \beta = 0$ ”的 ( )

- A . 充分条件但不是必要条件                      B . 必要条件但不是充分条件  
C . 充要条件                      D . 既不是充分条件也不是必要条件

【答案】B

【详解】当  $\sin \alpha = \sin \beta = 1$  时, 例如  $\alpha = \frac{\pi}{2}, \beta = 0$  但  $\sin \alpha = \cos \beta = 0$ ,

即  $\sin \alpha = \sin \beta = 1$  推不出  $\sin \alpha = \cos \beta = 0$ ;

当  $\sin \alpha = \cos \beta = 0$  时,  $\sin \alpha = \sin \beta = (\cos \beta)^2 = \sin \beta = 1$ ,

即  $\sin \alpha = \cos \beta = 0$  能推出  $\sin \alpha = \sin \beta = 1$ .

综上可知,  $\sin \alpha = \sin \beta = 1$  是  $\sin \alpha = \cos \beta = 0$  成立的必要不充分条件, 故选 B

7. (全国甲卷数学(文)(理)) 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为  $\sqrt{5}$ , 其中一条

渐近线与圆  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1$  交于 A, B 两点, 则  $|AB| =$  ( )

- A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

【答案】D

【详解】由  $e = \sqrt{5}$ , 则  $\frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2} = 1 + \frac{b^2}{a^2} = 5$ , 解得  $\frac{b}{a} = 2$ ,

所以双曲线的一条渐近线不妨取  $y = 2x$ ,

则圆心  $(2, 3)$  到渐近线的距离  $d = \frac{|2 \times 2 - 3|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ,

所以弦长  $|AB| = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{1 - \frac{1}{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ . 故选: D

8. (2023 全国乙卷数学(文)) 函数  $f(x) = x^3 - ax - 2$  存在 3 个零点, 则  $a$  的取值范围是

( )

- A.  $[-\frac{1}{2}, 2]$                       B.  $[-\frac{1}{3}, 3]$                       C.  $[-4, 1]$                       D.  $[-3, 0]$

【答案】B

【详解】 $f(x) = x^3 - ax - 2$ , 则  $f'(x) = 3x^2 - a$ ,

若  $f(x)$  要存在 3 个零点, 则  $f'(x)$  要存在极大值和极小值, 则  $a < 0$ ,

令  $f'(x) = 3x^2 - a = 0$ , 解得  $x = \sqrt{\frac{a}{3}}$  或  $-\sqrt{\frac{a}{3}}$ ,

且当  $x = -\sqrt{\frac{a}{3}}$ ,  $\sqrt{\frac{a}{3}}$  时,  $f'(x) = 0$ ,

当  $x = \sqrt{\frac{a}{3}}, -\sqrt{\frac{a}{3}}$  时,  $f'(x) = 0$ ,

故  $f(x)$  的极大值为  $f(\sqrt{\frac{a}{3}})$ ，极小值为  $f(-\sqrt{\frac{a}{3}})$ ，

若  $f(x)$  要存在 3 个零点，则 
$$\begin{cases} f(\sqrt{\frac{a}{3}}) = 0 \\ f(-\sqrt{\frac{a}{3}}) = 0 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} \frac{a}{3}\sqrt{\frac{a}{3}} - a\sqrt{\frac{a}{3}}^2 = 0 \\ -\frac{a}{3}\sqrt{\frac{a}{3}} - a\sqrt{\frac{a}{3}}^2 = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } a = 3,$$

故选：B.

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分，在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目的要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. (2023 新课标全国 卷) 有一组样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_6$ ，其中  $x_1$  是最小值， $x_6$  是最大值，则 ( )

- A.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的平均数等于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的平均数
- B.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的中位数等于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的中位数
- C.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的标准差不小于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的标准差
- D.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的极差不大于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的极差

【答案】BD

【解析】对于选项：设  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的平均数为  $m$ ， $x_1, x_2, \dots, x_6$  的平均数为  $n$ ，

则 
$$n - m = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} - \frac{x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{4} = \frac{2x_1 + x_6}{12},$$

因为没有确定  $x_1, x_6, x_5, x_2, x_3, x_4$  的大小关系，所以无法判断  $n$  的大小，

例如：1, 2, 3, 4, 5, 6 可得  $m = n = 3.5$ ;

例如 1, 1, 1, 1, 1, 7 可得  $m = 1, n = 2$ ;

例如 1, 2, 2, 2, 2, 2，可得  $m = 2, n = \frac{11}{6}$ ；故 A 错误；

对于选项 B：不妨设  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6$ ，

可知  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的中位数等于  $x_3, x_4$ ， $x_1, x_2, \dots, x_6$  的中位数均为  $\frac{x_3 + x_4}{2}$ ，故 B 正确；

对于选项 C：因为  $x_1$  是最小值， $x_6$  是最大值，

则  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的波动性不大于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的波动性，即  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的标准差不大于  $x_1, x_2, \dots, x_6$



的标准差，

例如：2,4,6,8,10,12 则平均数  $n = \frac{1}{6}(2+4+6+8+10+12) = 7$ ，

标准差  $s_1 = \sqrt{\frac{1}{6}[(2-7)^2+(4-7)^2+(6-7)^2+(8-7)^2+(10-7)^2+(12-7)^2]} = \frac{\sqrt{105}}{3}$ ，

4,6,8,10 则平均数  $m = \frac{1}{4}(4+6+8+10) = 7$ ，

标准差  $s_2 = \sqrt{\frac{1}{4}[(4-7)^2+(6-7)^2+(8-7)^2+(10-7)^2]} = \sqrt{5}$ ，

显然  $\frac{\sqrt{105}}{3} > \sqrt{5}$ ，即  $s_1 > s_2$ ；故 C 错误；

对于选项 D：不妨设  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ ，

则  $x_6 = x_1, x_5 = x_2$ ，当且仅当  $x_1 = x_2, x_5 = x_6$  时，等号成立，故 D 正确；

故选：BD.

10.（2023 新课标全国 II 卷）已知圆锥的顶点为 P，底面圆心为 O，AB 为底面直径，

$\angle APB = 120^\circ$ ， $PA = 2$ ，点 C 在底面圆周上，且二面角  $P-AC-O$  为  $45^\circ$ ，则（ ）.

- A．该圆锥的体积为  $\pi$

B．该圆锥的侧面积为  $4\sqrt{3}\pi$
- C． $AC = 2\sqrt{2}$

D． $\triangle PAC$  的面积为  $\sqrt{3}$

【答案】AC

【解析】依题意， $\angle APB = 120^\circ$ ， $PA = 2$ ，所以  $OP = 1, OA = OB = \sqrt{3}$ ，

A 选项，圆锥的体积为  $\frac{1}{3}\pi \cdot \sqrt{3}^2 \cdot 1 = \pi$ ，A 选项正确；

B 选项，圆锥的侧面积为  $\pi \cdot \sqrt{3} \cdot 2 = 2\sqrt{3}\pi$ ，B 选项错误；

C 选项，设 D 是 AC 的中点，连接 OD, PD，

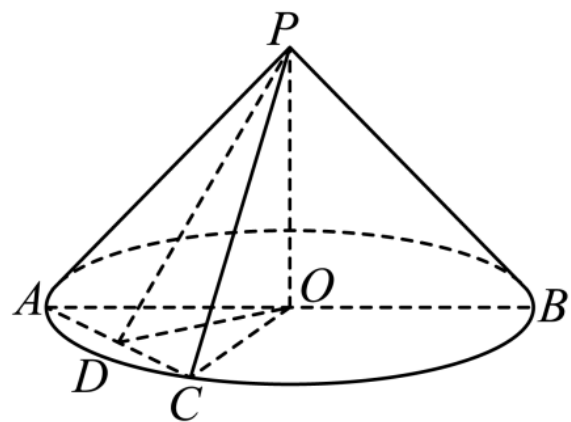
则  $AC \perp OD, AC \perp PD$ ，所以  $\angle PDO$  是二面角  $P-AC-O$  的平面角，

则  $\angle PDO = 45^\circ$ ，所以  $OP = OD = 1$ ，

故  $AD = CD = \sqrt{3-1} = \sqrt{2}$ ，则  $AC = 2\sqrt{2}$ ，C 选项正确；

D 选项， $PD = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$ ，所以  $S_{\triangle PAC} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ ，D 选项错误.

故选：AC.



11. (2023 新课标全国 II 卷) 设  $O$  为坐标原点, 直线  $y = \sqrt{3}x + 1$  过抛物线

10. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点，且与  $C$  交于  $M, N$  两点， $l$  为  $C$  的准线，则 ( ).

A . p 2

$$B. \quad |MN| = \frac{8}{3}$$

C. 以  $MN$  为直径的圆与  $l$  相切

D. OMN 为等腰三角形

【答案】 AC

【解析】A 选项：直线  $y = \sqrt{3}x - 1$  过点  $(1, 0)$ ，所以抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点  $F(1, 0)$ ，

所以  $\frac{p}{2} = 1, p = 2, 2p = 4$ , 则 A 选项正确, 且抛物线 C 的方程为  $y^2 = 4x$ .

B 选项: 设  $M = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 \end{pmatrix}$ ,  $N = \begin{pmatrix} x_2 & y_2 \end{pmatrix}$ ,

由  $\begin{cases} y = \sqrt{3}x - 1 \\ y^2 = 4x \end{cases}$  消去  $y$  并化简得  $3x^2 - 10x + 3 = 0$ ,  $x = 3$  或  $x = \frac{1}{3}$ ,  $3x - 1 = 0$ ,

解得  $x_1 = 3, x_2 = \frac{1}{3}$ , 所以  $|MN| = x_1 x_2 p = 3 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{16}{3}$ , B 选项错误.

C 选项: 设 MN 的中点为 A, M, N, A 到直线 l 的距离分别为  $d_1, d_2, d$ ,

因为  $d_1 = \frac{1}{2} |MF| + \frac{1}{2} |NF|$ ,  $d_2 = \frac{1}{2} |MN|$ ,

即 A 到直线 l 的距离等于 MN 的一半，所以以 MN 为直径的圆与直线 l 相切，C 选项正确.

D 选项: 直线  $y = \sqrt{3}x + 1$ , 即  $\sqrt{3}x - y + 1 = 0$ ,

0 到直线  $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$  的距离为  $d = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,

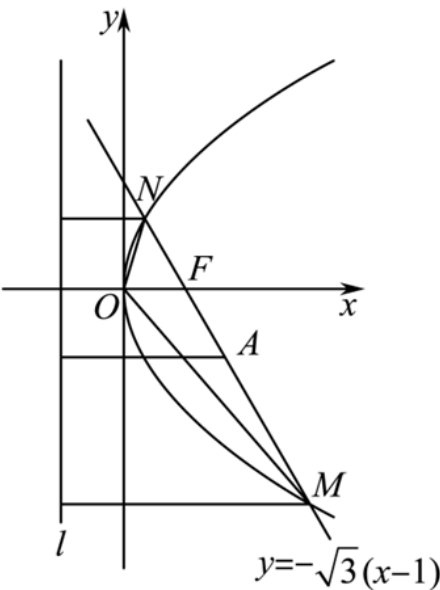
所以三角形OMN 的面积为  $\frac{1}{2} \times \frac{16}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ,

由上述分析可知  $y_1 = \sqrt{3} - 3 - 1 - 2\sqrt{3}$ ,  $y_2 = \sqrt{3} - \frac{1}{3} - 1 - \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ,

$$\text{所以 } |\text{OM}| = \sqrt{3^2 + 2\sqrt{3}^2} = \sqrt{21}, |\text{ON}| = \sqrt{\frac{1}{3}^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}^2} = \frac{\sqrt{13}}{3},$$

所以三角形OMN 不是等腰三角形，D 选项错误.

故选：AC.



第 II 卷（非选择题）

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 14 分。

12. (2023•甲卷) 若  $y = (x - 1)^2 - ax + \sin(x - \frac{\pi}{2})$  为偶函数，则  $a =$  \_\_\_\_\_.

【答案】2.

【解析】根据题意，设  $f(x) = (x - 1)^2 - ax + \sin(x - \frac{\pi}{2}) = x^2 - 2x + ax - 1 - \cos x$ ,

其定义域为  $\mathbb{R}$ ,

若  $f(x)$  为偶函数，则  $f(-x) = x^2 - 2x + ax - 1 - \cos x = x^2 - 2x + ax - 1 - \cos x = f(x)$ ,

变形可得  $(a - 2)x = 0$ ，必有  $a = 2$ .

13. (2023 新课标全国 II 卷) 底面边长为 4 的正四棱锥被平行于其底面的平面所截，截去一个底面边长为 2，高为 3 的正四棱锥，所得棱台的体积为\_\_\_\_\_.

【答案】28

【详解】方法一：由于  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ，而截去的正四棱锥的高为 3，所以原正四棱锥的高为 6，

所以正四棱锥的体积为  $\frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 6 = 32$ ,

截去的正四棱锥的体积为  $\frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times 3 = 4$ ,

所以棱台的体积为  $32 - 4 = 28$ .

方法二：棱台的体积为  $\frac{1}{3} \times (3^2 + 16 + 4 \times \sqrt{16 \times 4}) = 28$ .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/098004121032007040>