

2024年第二次初中学业水平模拟考试数学试题卷

(满分：120分钟 考试时间：120分钟)

一、选择题(本大题共6小题，每小题3分，共18分)

1. 2024的倒数是()

- A. 2024 B. -2024 C. $\frac{1}{2024}$ D. $-\frac{1}{2024}$

2. 下列计算正确的是()

- A. $a \cdot a^2 = a^3$ B. $(a^3)^2 = a^5$ C. $a + a^2 = a^3$ D. $a^6 \div a^2 = a^3$

3. 下列四个数，属于无理数的是()

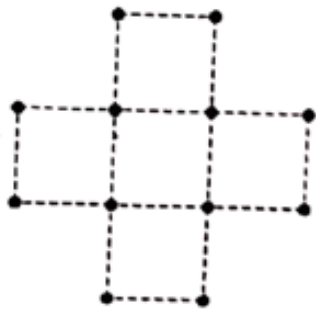
- A. $\sin 30^\circ$ B. π^0 C. $\sqrt[3]{8}$ D. $\sqrt{2024}$

4. 某工艺品创业小微公司共有12名员工，为了了解每个员工的日均生产能力，随机调查了某天每个员工的生产件数，获得数据如下表：则这一天12名员工生产件数的众数和中位数分别是()

生产件数(件)	10	11	12	13	14	15
人数(人)	1	4	3	2	1	1

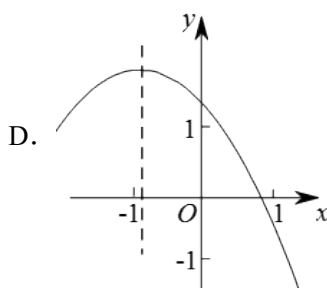
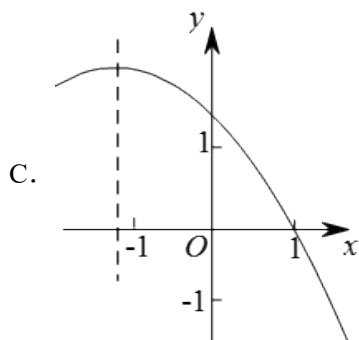
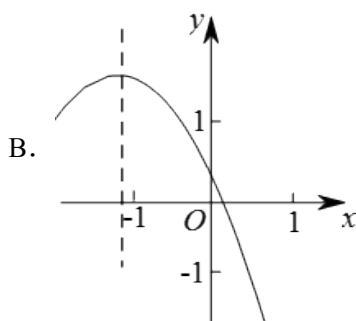
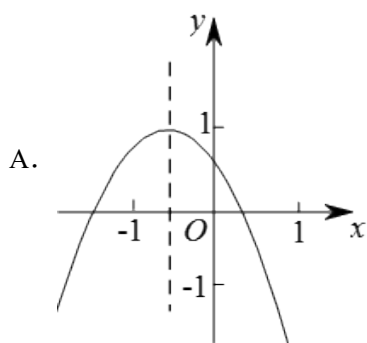
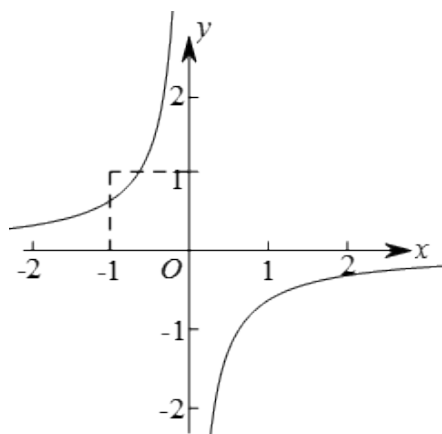
- A. 4件, 11件 B. 12件, 11件 C. 11件, 12件 D. 4件, 3件

5. 如图所示是5个大小相同的正方形相连，共有正方形的顶点12个，从中任取4个点为顶点构成正方形，共可以组成正方形的个数为()



- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

6. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象如图所示，则二次函数 $y = 2kx^2 - 4x + k^2$ 的图象大致是()



二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 分解因式： $a^2 - 9b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

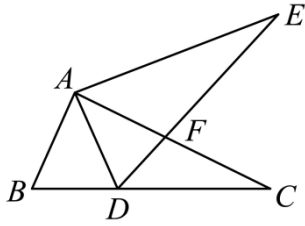
8. 若方程 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 的两根分别是 x_1 和 x_2 ，且 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 《九章算术》中有一道题是：“今有大器五小器一容三斛，大器小器五容二斛。问大、小器各盛几斛？”大致意思是：有大小两种盛米的桶，5大桶加1小桶共盛3斛米，1大桶加5小桶共盛2斛米，问每个大桶和小桶各盛米多少斛？设每个大桶盛 x 斛，每个小桶盛 y 斛，则可列方程组为 $\underline{\hspace{2cm}}$.（注：斛是古代一种容量单位）

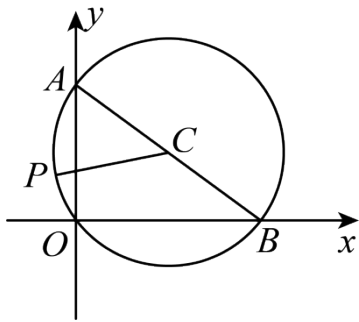
10. 若不等式组 $\begin{cases} \frac{x}{3} + 1 < \frac{x+1}{2} \\ x < 2m \end{cases}$ ，仅有一个整数解，则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 50° 得到 $\triangle ADE$ ，点 D 在 BC 边上， DE 与 AC 交于

点 F ，若 $\angle CFE = 78^\circ$ ，则 $\angle BAC = \underline{\hspace{2cm}}$.



12. 如图，在平面直角坐标系中， AB 是 $\odot C$ 的一条直径，已知点 $A(0,6)$ 和点 $B(8,0)$ ，点 P 是 $\odot C$ 上的一个动点，当线段 CP 截 $\triangle AOB$ 所得的三角形与 $\triangle AOB$ 相似时，点 P 的坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

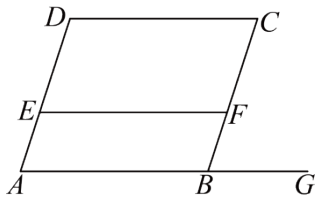


三、解答题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

13. (1) 解不等式： $2x-1 > \frac{3x-1}{2}$;

(2) 化简： $\frac{1}{a-1} - \frac{2}{a^2-1}$.

14. 如图，四边形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在 AD, BC 上， G 在 AB 延长线上，若 $\angle D + \angle GBC = 180^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ， $EF \parallel DC$ 。求证： $AB \parallel EF$ 。



15. 如图，以等腰三角形 ABC 的底边 AB 为直径的圆与 AC, BC 分别交于点 D, E 。请仅用无刻度直尺按下列要求作图(保留作图痕迹)。

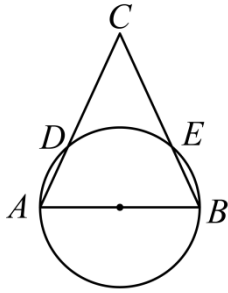


图1

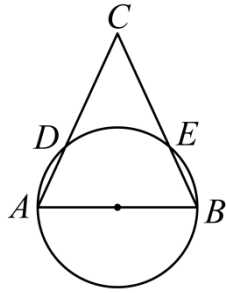
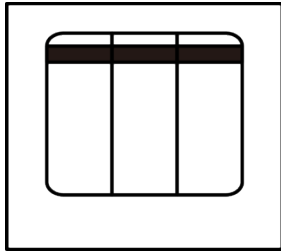


图2

(1)在图 1 中，作一条与 AB 平行的直线；

(2)在图 2 中，作一个以 AB 为对角线的矩形.

16. 小辉家大门进门处有一个三位单极开关，如图，每个开关分别控制着 A （楼梯）， B （客厅）， C （走廊）三盏电灯，其中走廊的灯已坏（对应的开关闭合也不会亮）.



(1)若小惠任意闭合一个开关，“楼梯灯亮了”是_事件；

若小惠闭合所有三个开关，“楼梯，客厅，走廊灯全亮了”是_事件.（填“不可能”“必然”或“随机”）

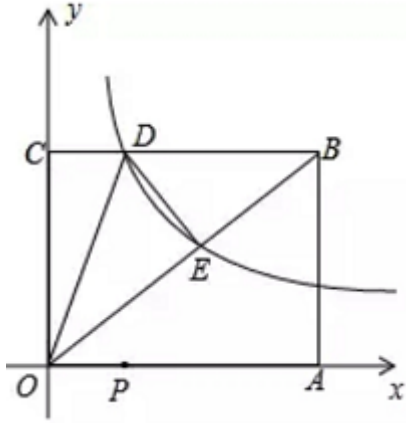
(2)若任意闭合其中两个开关，试用画树状图或列表的方法求“客厅和楼梯灯都亮了”的概率.

17. 如图，已知矩形 $OABC$ 的两边 OA ， OC 分别落在 x 轴， y 轴的正半轴上， B 的坐标为 $(6,4)$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过 OB 的中点 E ，且与 BC 边相交于点 D .

(1) ①求反比例函数的解析式及点 D 的坐标；

②直接写出 $\triangle ODE$ 的面积为_____.

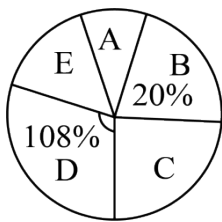
(2) 若 P 是 OA 上的动点，当 $PD + PE$ 值为最小时，求直线 PE 的解析式.



四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

18. 随着教育信息化的不断推进，网络学习逐渐成为了学生课余学习的主要方式之一. 梁老师为了解某校学生课余网络学习的情况，随机调查了部分学生一周课余网络学习时长的情况，绘制了以下不完整的频数分布表和扇形统计图.

组别	学习时长成 t /小时	人数
A	$0 \leq x < 1.5$	8
B	$1.5 \leq x < 3$	16
C	$3 \leq x < 4.5$	a
D	$4.5 \leq x < 6$	b
E	$t > 6$	12



根据以上信息解答下列问题.

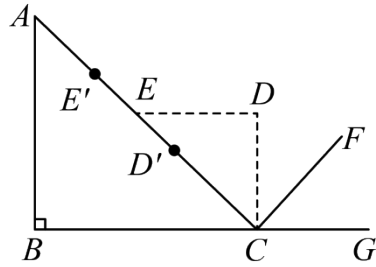
- (1) 此次调查共抽取了多少名学生?
- (2) C 组、D 组的学生各有多少人?
- (3) 若该校共有 2000 名学生，估计该校一周课余网络学习时长不少于 4.5 小时的学生人数.

19. 如图 (1) 所示的健身器械为倒蹬机，使用方法为上身不动，腿部向前发力，双腿伸直之后再慢慢收回. 图 (2) 为其抽象示意图，已知 DE ， DC 在初始位置， $DE = DC = 60\text{cm}$ ，

点 B, C, G 在同一直线上, $AB \perp BG$, $\angle A = 46^\circ$, $\angle DCG = 95^\circ$.



图(1)

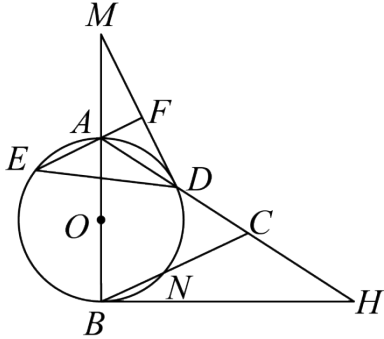


图(2)

(1) 当 DE, DC 在初始位置时, 求点 D 到 AC 的距离;

(2) 当双腿伸直后, 点 E, D 分别从初始位置运动到点 E', D' , 假设 E', D', C 三点共线, 求此时点 E 上升的竖直高度. (结果保留整数, 参考数据: $\sin 41^\circ \approx 0.66$, $\cos 41^\circ \approx 0.75$, $\tan 41^\circ \approx 0.87$, $\cos 44^\circ \approx 0.72$, $\sin 44^\circ \approx 0.69$, $\tan 44^\circ \approx 0.97$)

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 分别交 AC, BC 于点 D, N , 点 H 在 AC 的延长线上, 且 $\angle BAC = 2\angle CBH$, 延长 BA 交 $\odot O$ 的切线 DM 于点 M , 过点 A 作 $EF \perp MD$ 于点 F , 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 ED .

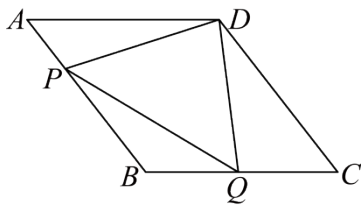


(1) 求证: BH 为 $\odot O$ 的切线;

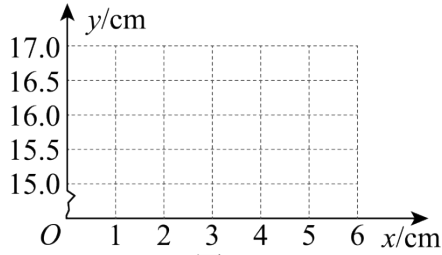
(2) 若 $DF = 4$, $\cos \angle ADF = \frac{4}{5}$, 求 ED 的长度.

五、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 如图 (1), 点 P, Q 分别是菱形 $ABCD$ 的边 AB, BC 上的动点, 且 PQ 的长为定值, 小杰同学根据学习函数的经验, 对 $\triangle DPQ$ 的周长进行了探究, 下面是小杰的探究过程.



图(1)



图(2)

(1)对于点 P, Q 在不同位置时, 利用数学作图软件进行度量, 得到了线段 AP, DP, DQ 的长度和 $\triangle DPQ$ 的周长的几组对应值, 如下表:

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5	位置 6	位置 7	位置 8
AP/cm	0.00	1.07	2.00	2.50	2.99	3.99	5.00	
DP/cm	6.00	5.35	4.90	4.72	4.59	4.48		4.91
DQ/cm	4.91	4.51		4.60	4.74	5.11	5.55	6.00
$\triangle DPQ$ 的周长/cm		15.86	15.41	15.32	15.33	15.59	16.14	16.91

请补全表格, 并回答问题:

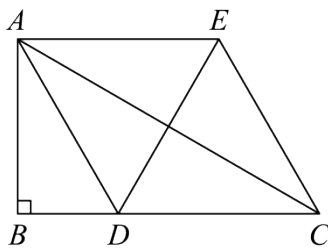
① PQ 的固定值是多少;

② 在线段 AP, DP, DQ 的长度这三个量中, _____ 的长度是自变量 $x(\text{cm})$, $\triangle DPQ$ 的周长 $y(\text{cm})$ 是这个自变量的函数.

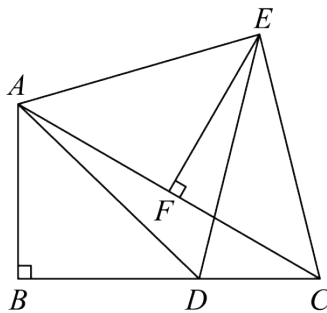
(2)在图(2)中的平面直角坐标系中, 画出(1)中所确定的函数的大致图象.

(3)解决问题: $\triangle DPQ$ 的周长的最小值约为_____ cm. (结果保留一位小数)

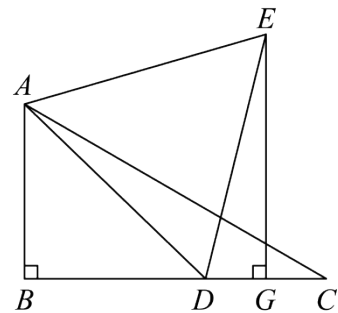
22. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ, \angle ACB = 30^\circ$, 点 D 为 BC 边上一动点, 以 AD 为边, 在 AD 的右侧作等边三角形 ADE .



图(1)



图(2)



图(3)

(1)如图 (1), 当 AD 平分 $\angle BAC$ 时, 四边形 $ADCE$ 是_____形.

(2)如图 (2), 过点 E 作 $EF \perp AC$ 于点 F , $\triangle AEF$ 与 $\triangle ABD$ 具有怎样的关系? F 为 AC 的中点吗? 说明理由. 可得出结论, 无论运动到何处, 点 E 在 AC 的何处?

(3)如图 (3), 若 $AB=2$, 利用 (2) 中结论.

①当 D 为 BC 的中点时, 过点 E 作 $EG \perp BC$ 于点 G , 求 EG 的长;

②点 D 从点 B 运动到点 C , 则点 E 所经过的路径长为多少?

六、(本大题共 12 分)

23. 已知二次函数 $y = ax^2 - 2ax - 2$ 的图象(记为抛物线 C_1) 顶点为 M , 直线 $l: y = 2x - a$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 A, B .

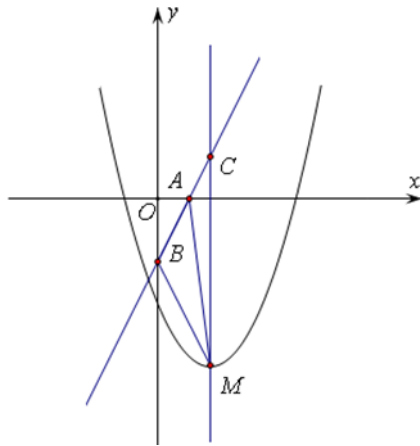
(1)若抛物线 C_1 与 x 轴只有一个公共点, 求 a 的值;

(2) 当 $a > 0$ 时, 设 $\triangle ABM$ 的面积为 S , 求 S 与 a 的函数关系式;

(3) 将二次函数 $y = ax^2 - 2ax - 2$ 的图象 c_1 绕点 $P(t, -2)$ 旋转 180° 得到二次函数的图象记为抛物线 C_2 , 顶点为 N .

①若点 N 恰好落在直线 l 上, 求 a 与 t 满足的关系;

②当 $-2 \leq x \leq 1$ 时, 旋转前后的两个二次函数 y 的值都会随 x 的值得增大而减小, 求 t 的取值范围.



1. C

【分析】本题考查了倒数，掌握倒数的定义是解答本题的关键。根据乘积是1的两数互为倒数解答即可。

【详解】解：2024的倒数是 $\frac{1}{2024}$ ；

故选：C。

2. A

【分析】根据同底数幂相乘，底数不变指数相加；幂的乘方，底数不变指数相乘；同底数相除，底数不变指数相减，对各选项分析判断后利用排除法求解。

【详解】A、 $a \cdot a^2 = a^3$ ，正确；

B、应为 $(a^3)^2 = a^{3 \times 2} = a^6$ ，故本选项错误；

C、 a 与 a^2 不是同类项，不能合并，故本选项错误

D、应为 $a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$ ，故本选项错误。

故选A。

【点睛】本题考查同底数幂的乘法，幂的乘方的性质，同底数幂的除法，熟练掌握运算性质是解题的关键，合并同类项时，不是同类项的一定不能合并。

3. D

【分析】本题考查了无理数、特殊角的三角函数值、零指数幂、立方根，根据特殊角的三角函数值、零指数幂、立方根将各数化简，再根据无理数的定义逐项判断即可，其中初中范围内学习的无理数有： π ， 2π 等；开不尽方的数；以及像0.101001000100001...等有这样规律的数。

【详解】解：A. $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ，是分数，属于有理数，故不符合题意；

B. $\pi^0 = 1$ ，是整数，属于有理数，故不符合题意；

C. $\sqrt[3]{8} = 2$ ，是整数，属于有理数，故不符合题意；

D. $\sqrt{2024} = 2\sqrt{506}$ ，是无理数，故符合题意；

故选：D。

4. C

【分析】根据众数和中位数的概念求解可得。

【详解】解：这组数据的众数为 11 件，中位数为 $\frac{12+12}{2}=12$ （件），

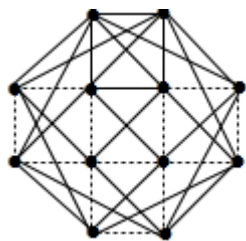
故选：C.

【点睛】此题考查了众数与中位数，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），众数是一组数据中出现次数最多的数.

5. D

【分析】根据正方形的判定，画出正方形即可解决问题；

【详解】解：如图所示：一共有 11 个正方形. 故选 D.



【点睛】本题考查正方形的判定和性质，解题的关键是理解题意，学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型.

6. B

【分析】本题可先由反比例函数的图象得到字母系数 $0 > k > -1$ ，再与二次函数的图象的开口方向和对称轴的位置相比较看是否一致，最终得到答案.

【详解】∵函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过二、四象限，

∴ $k < 0$,

由图知当 $x = -1$ 时， $y = -k < 1$,

∴ $0 > k > -1$,

∴ 抛物线 $y = 2kx^2 - 4x + k^2$ 开口向下，

对称轴为 $x = -\frac{-4}{2 \times 2k} = \frac{1}{k}$ ， $\frac{1}{k} < -1$ ，

∴ 对称轴在 -1 左侧，

∴ 当 $x = 0$ 时， $y = k^2 < 1$.

故选 B.

【点睛】此题主要考查了二次函数与反比例函数的图象与系数的综合应用，正确判断抛物线开口方向和对称轴位置是解题关键. 属于基础题.

7. $(a+3b)(a-3b)$

【分析】根据平方差公式因式分解即可求解.

【详解】解: $a^2 - 9b^2 = (a + 3b)(a - 3b)$

故答案为: $(a + 3b)(a - 3b)$.

【点睛】本题考查了因式分解, 熟练掌握因式分解的方法是解题的关键.

8. $-\frac{4}{5}$

【分析】根据一元二次方程根与系数的关系解答即可.

【详解】解: \because 方程 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 的两根分别是 x_1 和 x_2 ,

$$\therefore x_1 + x_2 = 4, \quad x_1 x_2 = -5.$$

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = -\frac{4}{5}.$$

【点睛】本题考查的是一元二次方程根与系数的关系, x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$

($a \neq 0$) 的两根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

9.
$$\begin{cases} 5x + y = 3 \\ x + 5y = 2 \end{cases}$$

【分析】直接利用 5 个大桶加上 1 个小桶可以盛米 3 斛, 1 个大桶加上 5 个小桶可以盛米 2 斛, 分别得出等式组成方程组求出答案.

【详解】解: 设每个大桶盛 x 斛, 每个小桶盛 y 斛,

根据题意得:
$$\begin{cases} 5x + y = 3 \\ x + 5y = 2 \end{cases}$$

【点睛】此题主要考查了二元一次方程组的应用, 正确得出等量关系是解题关键.

10. $2 < m \leq 2.5$

【分析】此题考查了一元一次不等式组的整数解, 分别求出不等式组中不等式的解集, 利用取解集的方法表示出不等式组的解集, 根据解集中整数解只有 1 个, 即可得到 m 的范围.

【详解】解: 解 $\frac{x}{3} + 1 < \frac{x+1}{2}$, 可得 $x > 3$,

又 $\because x < 2m$,

$$\therefore \text{不等式组} \begin{cases} \frac{x}{3} + 1 < \frac{x+1}{2} \\ x < 2m \end{cases} \text{的解集为 } 3 < x < 2m,$$

$$\therefore \text{不等式组} \begin{cases} \frac{x}{3} + 1 < \frac{x+1}{2} \\ x < 2m \end{cases} \text{ 仅有一个整数解,}$$

$$\therefore 4 < 2m \leq 5,$$

$$\text{解得 } 2 < m \leq 2.5,$$

故答案为: $2 < m \leq 2.5$.

11. 87° 度

【分析】本题考查了旋转的性质以及三角形内角和定理. 掌握旋转的性质是解题的关键.

根据旋转的性质得到相关角和边的关系, 再利用三角形内角和定理逐步推导求解即可.

【详解】解: 由旋转的性质可得: $\angle BAD = \angle EAF = 50^\circ$, $AB = AD$, $\angle E = \angle C$,

$$\therefore \angle B = \angle ADB = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ.$$

$$\therefore \angle CFE = \angle EAF + \angle E = 78^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle C = 78^\circ - 50^\circ = 28^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 65^\circ - 28^\circ = 87^\circ.$$

故答案为: 87° .

12. $(-1, 3)$, $(4, -2)$ 或 $(1, -1)$

【分析】本题考查了圆的性质、勾股定理、相似三角形的判定与性质、坐标与图形, 由题意得出 $AB = 10$, 半径 $CP = 5$, 分三种情况: 作 $CP_1 \perp y$ 轴于点 D 交 $\odot C$ 于 P_1 , 此时 $\triangle ADC \sim \triangle AOB$;

作 $CP_2 \perp x$ 轴于 E , 交 $\odot C$ 于 P_2 , 此时 $\triangle CEB \sim \triangle AOB$; 作 $CP_3 \perp AB$ 交 x 轴于 F , 交 $\odot C$ 于

P_3 , 此时 $\triangle BCF \sim \triangle BOA$; 分别利用相似三角形的性质求解即可, 熟练掌握以上知识点并灵

活运用, 添加适当的辅助线, 采用分类讨论的思想是解此题的关键.

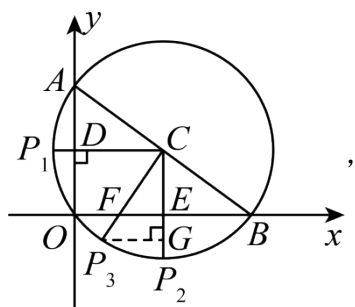
【详解】解: \because 点 $A(0, 6)$ 和点 $B(8, 0)$, AB 是 $\odot C$ 的一条直径,

$$\therefore C(4, 3), OA = 6, OB = 8,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 10,$$

$$\therefore \text{半径 } CP = 5,$$

如图, 作 $CP_1 \perp y$ 轴于点 D 交 $\odot C$ 于 P_1 ,



则 $\angle ADC = \angle AOB = 90^\circ$, $\angle DAC = \angle OAB$,

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle AOB$,

$\therefore C(4,3)$, $CP_1 = 5$,

$\therefore DP_1 = 5 - 4 = 1$,

$\therefore P_1(-1,3)$;

作 $CP_2 \perp x$ 轴于 E , 交 $\odot C$ 于 P_2 , 则 $\angle CEB = \angle AOB = 90^\circ$, $\angle CBE = \angle ABO$,

$\therefore \triangle CEB \sim \triangle AOB$,

$\therefore C(4,3)$, $CP_2 = 5$,

$\therefore EP_2 = 5 - 3 = 2$,

$\therefore P_2(4,-2)$;

作 $CP_3 \perp AB$ 交 x 轴于 F , 交 $\odot C$ 于 P_3 , 则 $\angle BCF = \angle AOB = 90^\circ$, $\angle CBF = \angle OBA$,

$\therefore \triangle BCF \sim \triangle BOA$,

作 $P_3G \perp CP_2$ 于 G , 则 $\angle P_3GC = \angle CEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle P_3CG + \angle ECB = 90^\circ$, $\angle CBE + \angle ECB = 90^\circ$,

$\therefore \angle CBE = \angle P_3CG$,

$\therefore P_3C = BC$,

$\therefore \triangle P_3GC \cong \triangle CEB$,

$\therefore CG = BE$, $P_3G = CE$,

$\therefore C(4,3)$, $B(8,0)$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/09800614300006076>