南京师大附中 2023—2024 学年度第 1 学期

高二年级期中考试数学试卷

注意事项：

1.本试卷共 4 页，包括单选题（第 1 题～第 8 题）、多选题（第 9 题～第 12 题）、填空题（第 13 题～第 16 题）、解答题（第 17 题～第 22 题）四部分.本试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟.

2.答题前，请务必将自己的姓名、班级、学号写在答题纸的密封线内.试题的答案写在答题纸上相应题目的答题区域内.考试结束后，交回答题纸.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若连续抛两次骰子得到的点数分别是 m，n，则点 $P(m,n)$ 在直线 $2x-y=6$ 上的概率是（　　）

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{1}{4}$　　C. $\dfrac{1}{12}$　　D. $\dfrac{1}{18}$

2. 设 m 为实数，已知直线 l_1：$mx+2y-2=0$，l_2：$5x+(m-3)y-5=0$，若 $l_1 // l_2$，则 $m=$（　　）

A. -5　　B. 2　　C. 2 或 -5　　D. 5 或 -2

3. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右焦点 $F(c,0)$ 到其渐近线的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}c$，则 $\dfrac{b}{c}=$（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(3,0)$，动点 $P(x,y)$ 满足 $\dfrac{|PA|}{|PO|}=2$，则动点 P 的轨迹与圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 的位置关系是（　　）

A. 外离　　B. 外切　　C. 相交　　D. 内切

5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $\dfrac{S_6}{S_3}=4$，则 $\dfrac{S_9}{S_6}=$（　　）

A. $\dfrac{3}{2}$　　B. 4　　C. $\dfrac{9}{4}$　　D. $\dfrac{11}{6}$

6. 已知抛物线 C 的顶点是原点 O，焦点 F 在 x 轴的正半轴上，经过点 F 的直线与抛物线 C 交于 A，B 两点，若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-12$,则抛物线 C 的方程为（　　）

A. $x^2=8y$　　B. $x^2=4y$

C. $y^2=8x$　　　　　　　　　　D. $y^2=4x$

7. 设m为正实数,椭圆C：$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{m^2}=1$长轴的两个端点是$A_1$，$A_2$,若椭圆$C$上存在点$P$满足$\angle A_1PA_2=120°$，则$m$的取值范围是（　　）

A. $(0,1]\cup[9,+\infty)$　　　　B. $(0,1]\cup[3,+\infty)$

C. $(0,\sqrt{3}]\cup[4,+\infty)$　　　　D. $(0,\sqrt{3}]\cup[9,+\infty)$

8. 瑞士著名数学家欧拉在1765年提出定理：三角形的外心、重心、垂心位于同一直线上，这条直线被后人称为三角形的“欧拉线”.在平面直角坐标系中作$\triangle ABC$，满足$AB=AC=5$且$B(-1,3)$，$C(4,-2)$，若$\triangle ABC$的“欧拉线”与圆M：$(x-3)^2+y^2=r^2$（$r>0$）相切，则下列结论正确的是（　　）

A. 圆M上点到直线$x-y+1=0$的最小距离为$2\sqrt{2}$

B. 圆M上点到直线$x-y+1=0$的最大距离为$4\sqrt{2}$

C. 点P在圆M上，当$\angle PBA$最小时，$PB=\sqrt{23}$

D. 点P在圆M上，当$\angle PBA$最大时，$PB=\sqrt{29}$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 已知一组样本数据2，4，4，5，7，8，则这组数据的（　　）

A. 极差为6　　B. 众数为4　　C. 方差为4　　D. 中位数为5

10. 下列化简正确的是（　　）

A. $\sin75°\cos75°=\frac{1}{4}$　　　　B. $\frac{1}{2}\cos40°+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin40°=\sin80°$

C. $\sin10°\cos20°\cos40°=\frac{1}{8}$　　　　D. $\tan105°=-2-\sqrt{3}$

11. 若抛物线$y^2=2px$（$p>0$）的焦点为F，其准线与x轴交于点A.过点F作直线l与抛物线交于点M,N，且$\overrightarrow{MF}=\lambda\overrightarrow{FN}$（$\lambda>1$），直线$AM$与抛物线的另一交点为$E$（点$E$在点$M$的左边）.下列结论正确的是（　　）

A. 直线l的斜率为$\frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda-1}$　　　　B. $\tan\angle MAF=\frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda+1}$

C. $\angle MAF=\angle NAF$　　　　D. $|AE|=|AN|$

12. 已知曲线C：$y=\sqrt{3}\left(\frac{1}{2x}+\frac{x}{3}\right)$是双曲线，下列说法正确的是（　　）

A. 直线$x=0$是曲线C的一条渐近线

B. 曲线C的实轴长为$\sqrt{3}$

C. $\left(1,\sqrt{3}\right)$为曲线C的其中一个焦点

D. 当t为任意实数时，直线l：$y=x+t$与曲线C恒有两个交点

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 过直线$4x+2y+5=0$与$3x-2y+9=0$的交点，且垂直于直线$x+2y+1=0$的直线方程是______.

14. 已知椭圆$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$的右焦点为$F$，点$P$在椭圆上且在$x$轴上方．若线段$PF$的中点$M$在以原点$O$为圆心，$|OF|$为半径的圆上，则直线$PF$的斜率是______________.

15. 设ω是正实数，已知函数$f\left(x\right)=\sin\omega x-\cos\omega x$在区间$\left(0,\pi\right)$上恰有两个零点，则$\omega$的取值范围是______.

16. 双曲线具有如下光学性质：从双曲线的一个焦点发出的光线，经双曲线反射后，反射光线的反向延长线经过双曲线的另一个焦点.已知双曲线$C:\frac{x^2}{4}-y^2=1$的左焦点为F，过双曲线C右支上任意一点作其切线l，过点F作直线l的垂线，垂足为H，则点H的轨迹方程为______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 某中学举办科技文化节活动，报名参加数学史知识竞赛的同学需要通过两轮选拔.第一轮为笔试，若笔试不合格则不能进入下一轮选拔；若笔试合格，则进入第二轮现场面试.最终由面试合格者代表年级组参加全校的决赛，两轮选拔之间相互独立.现有甲、乙、丙三名学生报名参加本次知识竞赛，假设甲、乙、丙三名考生笔试合格的概率分别是$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{2}$，$\frac{3}{4}$，面试合格的概率分别是$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{1}{3}$.

（1）求甲、乙两位考生中有且只有一位学生获得决赛资格的概率；

（2）求三人中至少有一人获得决赛资格的概率.

18. 设等差数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n.已知$a_2+a_6=2$，$S_9=-18$.

（1）求a_n；

（2）当n为何值时，$\left|S_n\right|$最小？并求此最小值.

19. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c且满足$b\left(\sin B-\sin C\right)=a\sin A-c\sin C$.

（1）求角A的值；

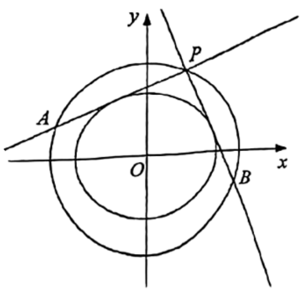
（2）若 $a=2\sqrt{3}$，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 的周长.

20. 已知抛物线 C：$y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点为 F，点 $A\left(2,a\right)$ 在抛物线 C 上，且 $\left|AF\right|=3$.

（1）求抛物线 C 的方程，并写出焦点坐标；

（2）过焦点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 M，N 两点，若点 $B\left(-1,1\right)$ 满足 $\angle MBN=90^\circ$，求直线 l 的方程.

21. 已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 和圆 O：$x^2+y^2=9$，点 P 是圆 O 上的动点，过点 P 作椭圆的切线 l_1，l_2 交圆 O 于A，B.



（1）若点 P 的坐标为 $\left(0,3\right)$，证明：直线 $l_1\perp l_2$；

（2）求线段 AB 的长.

22. 已知点 $A\left(2,1\right)$，$B\left(-2,1\right)$ 在双曲线 C：$\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$ 上，过点 $D\left(0,-3\right)$ 作直线 l 交双曲线于点 E，F（不与点A，B 重合）.证明：

（1）记点 $P\left(0,2+\sqrt{5}\right)$，当直线 l 平行于 x 轴，且与双曲线的右支交点为 E 时，P，A，E 三点共线；

（2）直线 AE 与直线 BF 的交点在定圆上，并求出该圆的方程.

南京师大附中 2023—2024 学年度第 1 学期

高二年级期中考试数学试卷

注意事项：

1.本试卷共 4 页，包括单选题（第 1 题～第 8 题）、多选题（第 9 题～第 12 题）、填空题（第 13 题～第 16 题）、解答题（第 17 题～第 22 题）四部分.本试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟.

2.答题前，请务必将自己的姓名、班级、学号写在答题纸的密封线内.试题的答案写在答题纸上相应题目的答题区域内.考试结束后，交回答题纸.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若连续抛两次骰子得到的点数分别是 m，n，则点 $P\left(m,n\right)$ 在直线 $2x-y=6$ 上的概率是（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{12}$　　D. $\frac{1}{18}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用古典概型及直线方程计算即可.

【详解】由题意可知抛掷两次骰子得出的点数有 $\left(1,1\right),\left(1,2\right),\left(1,3\right),\left(1,4\right),\left(1,5\right),\left(1,6\right),\left(2,1\right),\left(2,2\right)$，$\left(2,3\right),\left(2,4\right),\left(2,5\right),\left(2,6\right),\left(3,1\right),\left(3,2\right),\left(3,3\right),\left(3,4\right),\left(3,5\right),\left(3,6\right),\left(4,1\right),\left(4,2\right),\left(4,3\right),\left(4,4\right)$，$\left(4,5\right),\left(4,6\right),\left(5,1\right),\left(5,2\right),\left(5,3\right),\left(5,4\right),\left(5,5\right),\left(5,6\right),\left(6,1\right),\left(6,2\right),\left(6,3\right),\left(6,4\right),\left(6.5\right),\left(6,6\right)$ 共 36 种结果，即点 $P\left(m,n\right)$ 有 36 个.

而满足在 $2x-y=6$ 上的有 $\left(4,2\right),\left(5,4\right),\left(6,6\right)$ 3 种，故其概率为 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$.

故选：C

2. 设 m 为实数，已知直线 l_1：$mx+2y-2=0$，l_2：$5x+\left(m-3\right)y-5=0$，若 $l_1//l_2$，则 $m=$（　　）

A. -5　　B. 2　　C. 2 或 -5　　D. 5 或 -2

【答案】D

【解析】

【分析】根据两直线平行的充要条件得到方程，求出 m 的值，再代入检验即可.

【详解】因为直线 l_1：$mx+2y-2=0$ 与直线 l_2：$5x+\left(m-3\right)y-5=0$ 平行，

所以$m(m-3)=2\times5$，解得$m=-2$或$m=5$，

当$m=-2$时直线l_1：$x-y+1=0$与直线l_2：$x-y-1=0$平行，符合题意；

当$m=5$时直线l_1：$5x+2y-2=0$与直线l_2：$5x+2y-5=0$平行，符合题意.

综上可得：$m=-2$或$m=5$.

故选：D

3. 若双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右焦点$F(c,0)$到其渐近线的距离为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}c$，则$\dfrac{b}{c}=$（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】利用点到直线的距离公式及双曲线的性质计算即可.

【详解】易知双曲线$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的一条渐近线为$y=\dfrac{b}{a}x$，

故$F(c,0)$到其距离为$d=\dfrac{\left|\dfrac{bc}{a}\right|}{\sqrt{1^2+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}}=b=\dfrac{\sqrt{3}}{2}c$，

所以$\dfrac{b}{c}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：A

4. 在平面直角坐标系xOy中，已知点$A(3,0)$，动点$P(x,y)$满足$\dfrac{|PA|}{|PO|}=2$，则动点P的轨迹与圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$的位置关系是（　　）

A. 外离　　B. 外切　　C. 相交　　D. 内切

【答案】C

【解析】

【分析】利用已知条件列出方程，化简可得点P的轨迹方程为圆，再判断圆心距和半径的关系即可得解.

【详解】由$\dfrac{PA}{PO}=2$，得$|PA|=2|PO|$，

则$\sqrt{(x-3)^2+y^2}=2\sqrt{x^2+y^2}$，整理得$(x+1)^2+y^2=4$，

表示圆心为$(-1,0)$，半径为$R=2$的圆，

圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$的圆心为$(1,1)$为圆心，半径$r=1$，

两圆的圆心距为$\sqrt{(-1-1)^2+(0-1)^2}=\sqrt{5}$，满足$2-1<\sqrt{5}<2+1$，

所以两个圆相交.

故选：C.

5. 设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$\frac{S_6}{S_3}=4$，则$\frac{S_9}{S_6}=$（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. 4　　C. $\frac{9}{4}$　　D. $\frac{11}{6}$

【答案】C

【解析】

【分析】由已知条件利用等差数列前n项和公式推导出$d=2a_1$，由此能求出$\frac{S_9}{S_6}$的值

【详解】设等差数列$\{a_n\}$的首项为a_1，公差为d，

$\because$等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$\frac{S_6}{S_3}=4$，

$\therefore \dfrac{6a_1+\frac{6\times 5}{2}d}{3a_1+\frac{3\times 2}{2}d}=4$，整理得$d=2a_1$，

$\therefore \dfrac{S_9}{S_6}=\dfrac{9a_1+\frac{9\times 8}{2}d}{6a_1+\frac{6\times 5}{2}d}=\dfrac{9a_1+36d}{6a_1+15d}=\dfrac{9}{4}$.

故选：C.

6. 已知抛物线C的顶点是原点O，焦点F在x轴的正半轴上，经过点F的直线与抛物线C交于A，B两点，若$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-12$,则抛物线$C$的方程为（　　）

A. $x^2=8y$　　B. $x^2=4y$

C. $y^2=8x$　　D. $y^2=4x$

【答案】C

【解析】

【分析】

设抛物线方程为 $y^2=2px,(p>0)$,直线方程为 $x=my+\frac{p}{2}$ 再联立,利用韦达定理表示 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-12$ 进而求得抛物线方程即可.

【详解】由题意,设抛物线方程为 $y^2=2px,(p>0)$,直线方程为 $x=my+\frac{p}{2}$,联立 $\begin{cases}y^2=2px\\ x=my+\frac{p}{2}\end{cases}$

消去 x 得 $y^2-2pmy-p^2=0$,显然方程有两个不等实根.设 A（x_1,y_1）,B（x_2,y_2）,

则 $y_1+y_2=2pm,y_1y_2=-p^2$,得 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\frac{y_1^2y_2^2}{4p^2}+y_1y_2=\frac{p^2}{4}-p^2=-\frac{3}{4}p^2$,

故 $-\frac{3}{4}p^2=-12$ 得 $p=4$（舍负）,即抛物线 C 的方程为 $y^2=8x$.

故选：C

【点睛】本题主要考查了联立直线与抛物线方程利用韦达定理求解平面向量数量积的问题,属于中等题型.

7. 设 m 为正实数,椭圆 C：$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{m^2}=1$ 长轴的两个端点是 A_1， A_2,若椭圆 C 上存在点 P 满足 $\angle A_1PA_2=120°$，则 m 的取值范围是（　　）

A. $(0,1]\cup[9,+\infty)$　　　　B. $(0,1]\cup[3,+\infty)$

C. $(0,\sqrt{3}]\cup[4,+\infty)$　　　　D. $(0,\sqrt{3}]\cup[9,+\infty)$

【答案】B

【解析】

【分析】当 P 位于短轴的端点时，$\angle A_1PA_2$ 取最大值，要使椭圆上存在点 P 满足 $\angle A_1PA_2=120°$，则此时 $\angle A_1PA_2\geq 120°$，则 $\angle A_1PO\geq 60°$，讨论焦点在 x 轴和在 y 轴上两种情况即可求解.

【详解】因为 m 为正实数，则若椭圆焦点在 x 轴上，即 $0<m^2<3$，即 $0<m<\sqrt{3}$ 时，

则当 P 位于短轴的端点时，$\angle A_1PA_2$ 取最大值，

要使椭圆上存在点 P 满足 $\angle A_1PA_2=120°$，则此时 $\angle A_1PA_2\geq 120°$，则 $\angle A_1PO\geq 60°$，

则 $\tan\angle A_1PO=\frac{\sqrt{3}}{m}\geq\tan 60°=\sqrt{3}$，解得 $0<m\leq 1$；

若椭圆焦点在 y 轴上，即 $m^2>3$，即 $m>\sqrt{3}$ 时，

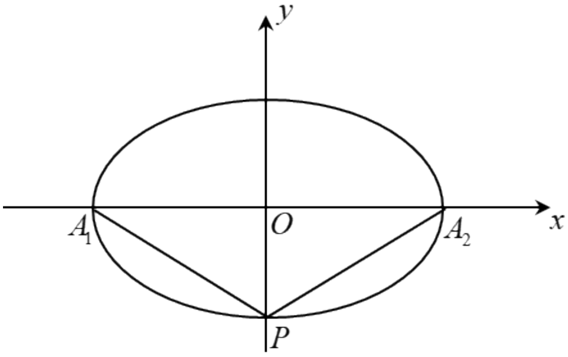
则当 P 位于短轴的端点时，$\angle A_1PA_2$ 取最大值，

要使椭圆上存在点 M 满足 $\angle A_1PA_2=120^\circ$，则此时 $\angle A_1PA_2\geq 120^\circ$，则 $\angle A_1PO\geq 60^\circ$，

则 $\tan\angle A_1PO=\frac{m}{\sqrt{3}}\geq \tan 60^\circ=\sqrt{3}$，解得 $m\geq 3$，

综上，m 的取值范围是 $(0,1]\cup[3,+\infty)$

故选：B.



8. 瑞士著名数学家欧拉在 1765 年提出定理：三角形的外心、重心、垂心位于同一直线上，这条直线被后人称为三角形的“欧拉线”.在平面直角坐标系中作 $\triangle ABC$，满足 $AB=AC=5$ 且 $B(-1,3)$，$C(4,-2)$，若 $\triangle ABC$ 的“欧拉线”与圆 M：$(x-3)^2+y^2=r^2$（$r>0$）相切，则下列结论正确的是（　　）

A. 圆 M 上点到直线 $x-y+1=0$ 的最小距离为 $2\sqrt{2}$

B. 圆 M 上点到直线 $x-y+1=0$ 的最大距离为 $4\sqrt{2}$

C. 点 P 在圆 M 上，当 $\angle PBA$ 最小时，$PB=\sqrt{23}$

D. 点 P 在圆 M 上，当 $\angle PBA$ 最大时，$PB=\sqrt{29}$

【答案】C

【解析】

【分析】先根据定义确定 $\triangle ABC$ 的“欧拉线”方程，再根据直线与圆相切求出圆 M，由圆与直线的位置关系及平行线的距离一一判定选项即可.

【详解】由题意可知 $|BC|=\sqrt{(-1-4)^2+(3+2)^2}=5\sqrt{2}=\sqrt{AB^2+AC^2}$，

所以 $\triangle ABC$ 是以 A 为顶点的等腰三角形，则其欧拉线为 BC 的中垂线，

易知 $k_{BC}=\frac{3+2}{-1-4}=-1$，$BC$ 的中点为 $\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$，

故 $\triangle ABC$ 的“欧拉线”方程为：$y-\frac{1}{2}=x-\frac{3}{2}\Rightarrow y=x-1$，

可设 $A(a,a-1)$，由 $AB=AC=5=\sqrt{(a+1)^2+(a-4)^2}\Rightarrow a=-1$ 或 $a=4$，

即 $A(-1,-2)$ 或 $A(4,3)$，

又圆 M：$(x-3)^2+y^2=r^2$，可知圆心 $M(3,0)$，

根据圆 M 与欧拉线相切可得 $M(3,0)$ 到 $y=x-1$ 的距离为 $d=\frac{2}{\sqrt{2}}=r=\sqrt{2}$，

即圆 M：$(x-3)^2+y^2=2$，

对于 A、B 选项，显然 $x-y+1=0$ 与 $y=x-1$ 平行，两平行线的距离为 $d=\frac{|-1-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，

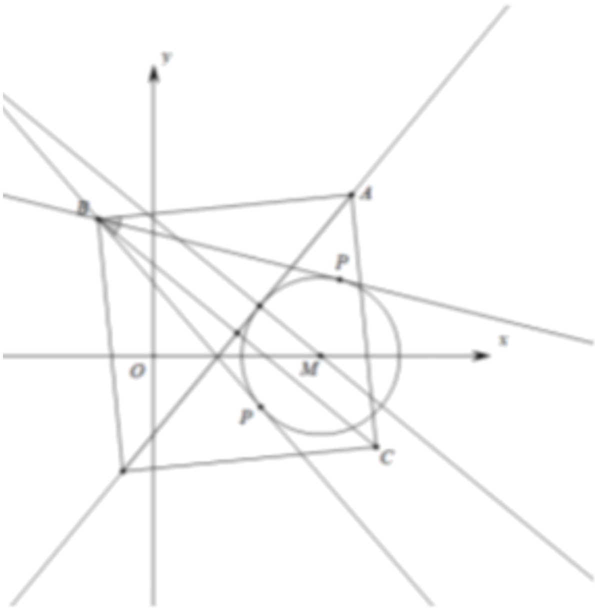
故圆 M 上的点到 $x-y+1=0$ 的距离最大为 $2r+d=3\sqrt{2}$，最小值为 $d=\sqrt{2}$，

故 A、B 均错误；

对于 C、D 选项，易知当点 P 为直线 PB 与圆 M 的切点时 $\angle PBA$ 取得最值，此时

$|PB|=\sqrt{|BM|^2-r^2}=\sqrt{23}$，故 D 错误，C 正确.

故选：C



二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知一组样本数据 2，4，4，5，7，8，则这组数据的（　　）

A. 极差为 6　　B. 众数为 4　　C. 方差为 4　　D. 中位数为 5

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据平均数、方差、众数、中位数的定义计算可得.

【详解】依题意这组数据的众数为4，极差为$8-2=6$，

中位数为$\dfrac{4+5}{2}=4.5$，平均数为$\dfrac{1}{6}\left(2+4+4+5+7+8\right)=5$，

所以方差为$\dfrac{1}{6}\left[\left(2-5\right)^2+\left(4-5\right)^2+\left(4-5\right)^2+\left(5-5\right)^2+\left(7-5\right)^2+\left(8-5\right)^2\right]=4$.

故选：ABC

10. 下列化简正确的是（　　）

A. $\sin 75°\cos 75°=\dfrac{1}{4}$

B. $\dfrac{1}{2}\cos 40°+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 40°=\sin 80°$

C. $\sin 10°\cos 20°\cos 40°=\dfrac{1}{8}$

D. $\tan 105°=-2-\sqrt{3}$

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用二倍角公式、诱导公式、两角和的正切公式，结合特殊角的三角函数值依次判断即可.

【详解】对于 A，根据二倍角的正弦公式可得

$\sin 75°\cos 75°=\dfrac{1}{2}\cdot 2\sin 75°\cos 75°=\dfrac{1}{2}\sin 150°=\dfrac{1}{4}$，A 正确；

对于 B，$\dfrac{1}{2}\cos 40°+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 40°=\sin 30°\cos 40°+\cos 30°\sin 40°=\sin 70°\neq\sin 80°$，

所以 B 错误；

对于 C，$\sin 10°\cos 20°\cos 40°=\dfrac{8\cos 10°\sin 10°\cos 20°\cos 40°}{8\cos 10°}=\dfrac{\sin 80°}{8\sin 80°}=\dfrac{1}{8}$，

所以 C 正确；

对于 D，$\tan 105°=\tan\left(60°+45°\right)=\dfrac{\tan 60°+\tan 45°}{1-\tan 60°\tan 45°}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{1-\sqrt{3}}=-2-\sqrt{3}$，

所以 D 正确；

故选：ACD

11. 若抛物线$y^2=2px$（$p>0$）的焦点为F，其准线与x轴交于点 A .过点F作直线l与抛物线交于点M,N，且$\overrightarrow{MF}=\lambda\overrightarrow{FN}$（$\lambda>1$），直线$AM$与抛物线的另一交点为$E$（点$E$在点$M$的左边）.下列结论正确的是（　　）

A. 直线l的斜率为$\dfrac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda-1}$

B. $\tan\angle MAF=\dfrac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda+1}$

C. $\angle MAF=\angle NAF$　　　　　　　　D. $|AE|=|AN|$

【答案】CD

【解析】

【分析】设直线l的方程为$x=my+\frac{p}{2}$，$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，根据$\overrightarrow{MF}=\lambda\overrightarrow{FN}$（$\lambda>1$），可得$y_1,y_2$的关系，联立方程，利用韦达定理求出$y_1+y_2,y_1y_2$，进而可求出$y_1,y_2$，从而可求出$m$，即可判断A；求出$M$点的坐标即可判断B；根据$k_{AM}+k_{AN}=0$是否成立即可判断C；根据C选项结合抛物线的对称性即可判断D.

【详解】$F\left(\frac{p}{2},0\right),A\left(-\frac{p}{2},0\right)$，

设直线l的方程为$x=my+\frac{p}{2}$，$M(x_1,y_1),N(x_2,y_2)$，

则$\overrightarrow{MF}=\left(\frac{p}{2}-x_1,-y_1\right),\overrightarrow{FN}=\left(x_2-\frac{p}{2},y_2\right)$，

因为$\overrightarrow{MF}=\lambda\overrightarrow{FN}$（$\lambda>1$），

所以$\begin{cases}\frac{p}{2}-x_1=\lambda\left(x_2-\frac{p}{2}\right)\\-y_1=\lambda y_2\end{cases}$，所以$\begin{cases}x_1=(1+\lambda)\frac{p}{2}-\lambda x_2\\y_1=-\lambda y_2\end{cases}$，

联立$\begin{cases}x=my+\frac{p}{2}\\y^2=2px\end{cases}$得$y^2-2pmy-p^2=0$，

则$y_1+y_2=2pm,y_1y_2=-p^2$，

所以$y_1+y_2=(1-\lambda)y_2=2pm$，所以$y_2=\frac{2pm}{1-\lambda},y_1=-\frac{2pm\lambda}{1-\lambda}$，

所以$y_1y_2=-\frac{2pm\lambda}{1-\lambda}\cdot\frac{2pm}{1-\lambda}=-p^2$，解得$\frac{1}{m}=\pm\frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda-1}$，

即直线l的斜率为$\pm\frac{2\sqrt{\lambda}}{\lambda-1}$，故A错误；

由$y_1=-\frac{2pm\lambda}{1-\lambda}$，得$x_1=\frac{y_1^2}{2p}=\frac{\frac{4p^2m^2\lambda^2}{(1-\lambda)^2}}{2p}=\frac{2pm^2\lambda^2}{(1-\lambda)^2}=\frac{2p\lambda^2\cdot\frac{(\lambda-1)^2}{4\lambda}}{(1-\lambda)^2}=\frac{p\lambda}{2}$，