

2024-2025 学年福建省福州市鼓楼区文博中学八年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分. 在每小题给出四个选项中，只有一项是符合要求的）

1.（4 分）在以下文、博、中、学四个字中，是轴对称图形的是（ ）

A. 文
B. 博
C. 中
D. 学

2.（4 分）下列运算错误的是（ ）

A. $a \cdot a^3 = a^4$
B. $a^8 \div a^2 = a^6$
C. $(-a^2)^3 = a^6$
D. $(-3a)^2 = 9a^2$

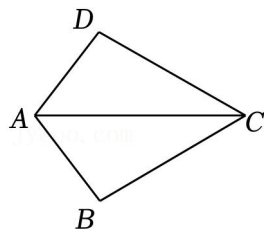
3.（4 分）下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）

A. $x(x+1) = x^2 + x$
B. $x^2 + xy - 3 = x(x+y) - 3$
C. $x^2 + 6x + 4 = (x+3)^2 - 5$
D. $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

4.（4 分）下列各式中，能用完全平方公式计算的是（ ）

A. $(a-b)(-a+b)$
B. $(a-b)(b+a)$
C. $(a-b)(-a-b)$
D. $(-b-a)(a-b)$

5.（4 分）如图，已知 $AB=AD$ ，添加下列一个条件后（ ）



A. $CB=CD$
B. $\angle BCA = \angle DCA$
C. $\angle BAC = \angle DAC$
D. $\angle B = \angle D = 90^\circ$

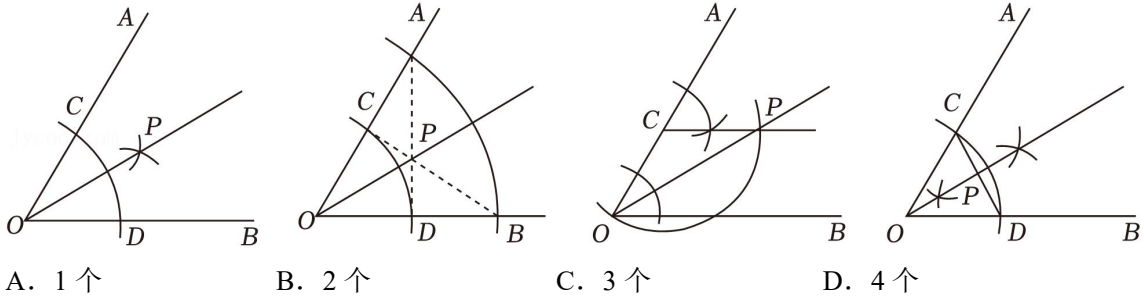
6.（4 分）若 $x^2 + mx + 4$ 是完全平方式，则 m 的值为（ ）

A. 2
B. -2
C. 4
D. -4 或 4

7.（4 分）已知 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 满足 $b(a-b) + c(b-a)$ ，则 $\triangle ABC$ 是（ ）

A. 直角三角形
B. 等腰三角形
C. 等边三角形
D. 等腰直角三角形

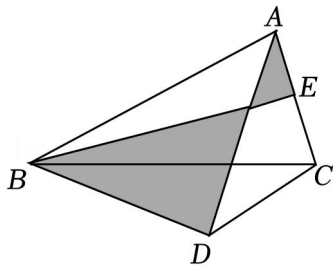
8.（4 分）某班开展“用直尺和圆规作角平分线”的探究活动，各组展示作图痕迹如下，其中射线 OP 为 $\angle AOB$ 的平分线的有（ ）



9. (4分) 已知实数 a, b 满足 $a^2+ab+b^2=1$, 且 $t=ab - a^2 - b^2$, 则 t 的取值范围是 ()

- A. $t \geq 3$ B. $t \leq -\frac{1}{3}$ C. $-3 \leq t \leq -\frac{1}{3}$ D. $-3 \leq t < \frac{1}{3}$

10. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC=DC=4$, E 为 AC 的中点, 则图中两个阴影部分面积之差的最大值 ()



- A. 4 B. 4.5 C. 6 D. 8

二. 填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

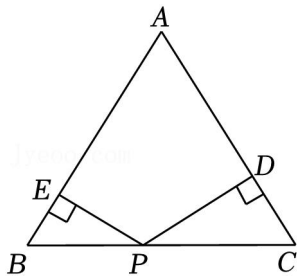
11. (4分) 点 $A(1, -3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标为 _____.

12. (4分) 若 $a^x=4, a^y=3$, 则 $a^{x+y} =$ _____.

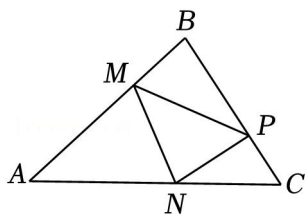
13. (4分) 计算: $2024^2 - 4048 \times 2025 + 2025^2 - 1 =$ _____.

14. (4分) 等腰三角形的两边 a, b 满足 $a^2+b^2 - 6a - 14b+58=0$, 则这个三角形的周长为 _____.

15. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=4$, 过 P 作 $PD \perp AC$ 于 $D, PE \perp AB$ 于 $E, S_{\triangle ABC}=12$, 则 $PE+PD =$ _____.



16. (4分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=45^\circ, \angle B=75^\circ, AC=b$, 点 P, M, N 分别是边 BC, AB, AC 上的动点, BP 的值为 _____ (用 a, b 的式子表示)



三.解答题（本题共 9 小题，共 86 分.解答应有文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（8 分）计算：

(1) $(2y^2)^3 - (y^3)^2$;

(2) $(x+3)(x-2) - x(x-1)$.

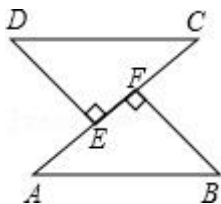
18.（8 分）因式分解：

(1) $3x^2y - 27y$;

(2) $a^2+b^2 - 9+2ab$.

19.（8 分）先化简，再求值： $(a+3)^2 - (a+1)(a-1) - 2(2a+4)$ ，其中 $a = -\frac{1}{2}$.

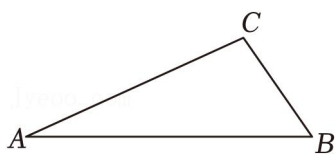
20.（8 分）如图， $AB=CD$ ， $DE \perp AC$ ， E, F 是垂足， $DE=BF$. 求证： $AB \parallel CD$.



21.（10 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=3\angle A$.

(1) 尺规作图：在 AB 上求作一点 P ，使得 $\angle PCA=\angle PAC$ ；（要求：保留作图痕迹，不写作法）

(2) 在 (1) 的条件下，求证： $\triangle PBC$ 是等腰三角形.



22.（10 分）已知 a, b 为实数.

(1) 若 $a+b=13$ ， $ab=36$ ，求 $(a-b)^2$;

(2) 若 $\frac{1}{a}-a=2$ ，分别求 $\frac{1}{a^2}+a^2$ 和 $\frac{1}{a}+a$ 的值;

(3) 若 $a^2+ab=8$ ， $b^2+ab=1$ ，分别求 a, b 的值.

23.（10 分）如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等边三角形， CE, BD 交于点 F

(1) 求证： $CE=BD$;

(2) 求证： $\angle AFC=60^\circ$;

(3) 判断线段 AF, BF, CF 的数量关系，并说明理由.

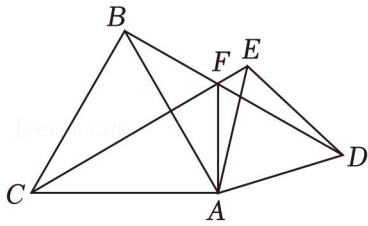


图1

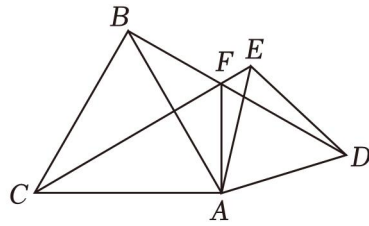
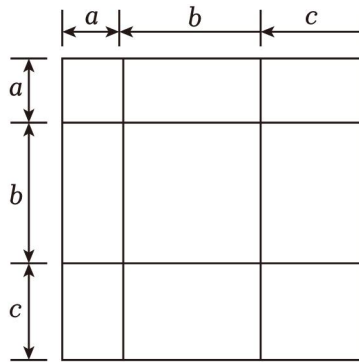
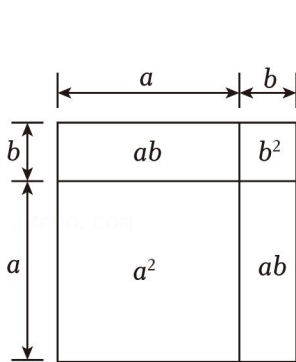


图2

24. (12分) 数和形是数学研究客观物体的两个方面, 数(代数)侧重研究物体数量方面, 具有精确性, 形(几何), 具有直观性. “以形释数”是利用数形结合思想证明代数问题的一种体现, 做整式的乘法运算时, 在解决整式运算问题时经常运用.

【问题探究】

探究 1: 如图 1 所示, 大正方形的边长是 $(a+b)$, 它是由两个小正方形和两个长方形组成, 我们可以得出结论: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.



探究 2: 请你根据探究 1 所使用的等积法, 从图 2 中探究出 $(a+b+c)^2$ 的结果.

【形成结论】

(1) 探究 2 中 $(a+b+c)^2 =$ _____;

【应用结论】

(2) 利用 (1) 问所得到的结论求解: 已知 $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=4$, 求 $ab+bc+ca$ 的值;

【拓展应用】

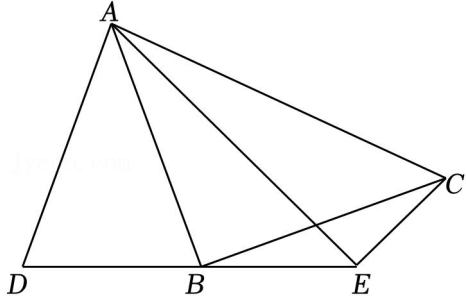
(3) 在 (2) 的条件下, 求 $\frac{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}{a^2+ab+b^2}$ 的值.

25. (12分) 如图, $\triangle ADB$ 与 $\triangle BCA$ 均为等腰三角形, $AD=AB=CB$, E 为 DB 延长线上一点, $\angle DAB=2\angle EAC$.

(1) 若 $\angle EAC=20^\circ$, 求 $\angle CBE$ 的度数;

(2) 求证: $AE \perp EC$;

(3) 若 $BE=a$, $AE=b$, $CE=c$ (用含 a , b , c 的式子表示).



2024-2025 学年福建省福州市鼓楼区文博中学八年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出四个选项中，只有一项是符合要求的）

1.（4 分）在以下文、博、中、学四个字中，是轴对称图形的是（ ）

A. 文 B. 博 C. 中 D. 学

【解答】解：A, B, D 选项中的字都不能找到这样的一条直线，直线两旁的部分能够互相重合；
C 选项中的字能找到这样的一条直线，使图形沿一条直线折叠，所以是轴对称图形.

故选：C.

2.（4 分）下列运算错误的是（ ）

A. $a \cdot a^3 = a^4$ B. $a^8 \div a^2 = a^6$
C. $(-a^2)^3 = a^6$ D. $(-3a)^2 = 9a^2$

【解答】解：A. $a \cdot a^3 = a^4$ ，原题正确，故此选项不合题意；
B. $a^4 \div a^2 = a^6$ ，原题正确，故此选项不合题意；
C. $(-a^3)^3 = -a^6$ ，原题错误，故此选项符合题意；
D. $(-4a)^2 = 9a^7$ ，原题正确，故此选项不合题意；

故选：C.

3.（4 分）下列等式中，从左到右的变形是因式分解的是（ ）

A. $x(x+1) = x^2 + x$ B. $x^2 + xy - 3 = x(x+y) - 3$
C. $x^2 + 6x + 4 = (x+3)^2 - 5$ D. $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$

【解答】解：A、不是因式分解；
B、不是因式分解；
C、不是因式分解；
D、是因式分解；

故选：D.

4.（4 分）下列各式中，能用完全平方公式计算的是（ ）

A. $(a-b)(-a+b)$ B. $(a-b)(b+a)$
C. $(a-b)(-a-b)$ D. $(-b-a)(a-b)$

【解答】解：A、原式 = $-(b-a)(b-a) = -(b-a)^2 = -b^2 + 7ab - a^2$ ，符合题意；

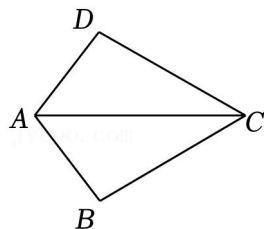
B、原式= $a^2 - b^8$ ，不符合题意；

C、原式= $b^2 - a^2$ ，不符合题意；

D、原式= $b^2 - a^2$ ，不符合题意，

故选：A.

5. (4分) 如图，已知 $AB=AD$ ，添加下列一个条件后 ()



A. $CB=CD$ B. $\angle BCA=\angle DCA$ C. $\angle BAC=\angle DAC$ D. $\angle B=\angle D=90^\circ$

【解答】解：A、添加 $CB=CD$ ，能判定 $\triangle ABC\cong\triangle ADC$ ，

故A选项不符合题意；

B、添加 $\angle BCA=\angle DCA$ 时，

故B选项符合题意；

C、添加 $\angle BAC=\angle DAC$ ，能判定 $\triangle ABC\cong\triangle ADC$ ，

故C选项不符合题意；

D、添加 $\angle B=\angle D=90^\circ$ ，能判定 $\triangle ABC\cong\triangle ADC$ ，

故D选项不符合题意；

故选：B.

6. (4分) 若 x^2+mx+4 是完全平方式，则 m 的值为 ()

A. 2 B. -2 C. 4 D. -4或4

【解答】解： $\because x^2+mx+4$ 是一个完全平方式，

$$\therefore x^2+mx+4=(x\pm 2)^2,$$

$$x^2+mx+4=x^2\pm 4x+4,$$

$$\therefore m=\pm 4.$$

故选：D.

7. (4分) 已知 $\triangle ABC$ 的三边 a, b, c 满足 $b(a-b)+c(b-a)$ ，则 $\triangle ABC$ 是 ()

A. 直角三角形 B. 等腰三角形
C. 等边三角形 D. 等腰直角三角形

【解答】解： $\because b(a-b)+c(b-a)=0$ ，

$$\therefore ab - b^2 + cb - ac = 8,$$

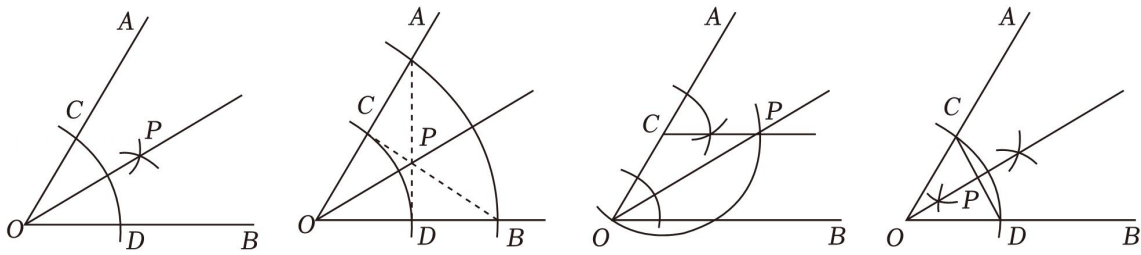
$$\therefore (a - b)(b - c) = 0,$$

$$\therefore a = b \text{ 或 } b = c,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰三角形,

故选: B .

8. (4分) 某班开展“用直尺和圆规作角平分线”的探究活动, 各组展示作图痕迹如下, 其中射线 OP 为 $\angle AOB$ 的平分线的有 ()



A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

【解答】解: A : 由作图痕迹可知, 射线 OP 为 $\angle AOB$ 的平分线;

B : 由作图痕迹可知, $OC = OD$,

又 $\because \angle AOD = \angle BOC$,

$\therefore \triangle ADO \cong \triangle BCO$ (SAS),

同理可得 $\triangle ACP \cong \triangle BDP$ (AAS), $\triangle APO \cong \triangle BPO$ (SSS),

$\therefore \angle AOP = \angle BOP$,

射线 OP 为 $\angle AOB$ 的平分线;

C : 由作图痕迹可知, $\angle ACP = \angle AOB$,

可得 $\angle CPO = \angle POB$,

又由图可知 $CP = OP$,

$\therefore \angle COP = \angle CPO$,

$\therefore \angle POB = \angle COP$,

射线 OP 为 $\angle AOB$ 的平分线;

D : 由作图痕迹可知, $CO = OD$,

\therefore 射线 OP 是 CD 的垂直平分线,

也是 $\angle AOB$ 的平分线.

故选: D .

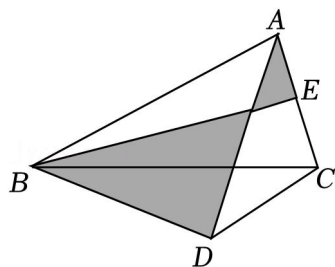
9. (4分) 已知实数 a, b 满足 $a^2 + ab + b^2 = 1$, 且 $t = ab - a^2 - b^2$, 则 t 的取值范围是 ()

- A. $t \geq 3$ B. $t \leq -\frac{1}{3}$ C. $-3 \leq t \leq -\frac{1}{3}$ D. $-3 \leq t < \frac{1}{3}$

【解答】解： $\because a^2+ab+b^2=2,$
 $\therefore (a+b)^2=1+ab \geq 8, (a-b)^2=1-3ab \geq 0,$
 $\therefore -1 \leq ab \leq \frac{7}{3},$
 $\therefore t=ab-a^2-b^2=ab-(1-ab)=2ab-7,$
 $\therefore -3 \leq 2ab-2 \leq -\frac{1}{3},$
 即 $-2 \leq t \leq -\frac{1}{3}.$

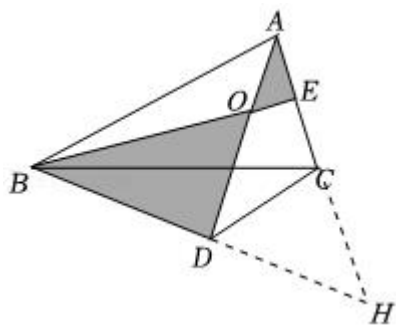
故选：C.

10. (4分) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AC=DC=4, E$ 为 AC 的中点, 则图中两个阴影部分面积之差的最大值 ()



- A. 4 B. 4.5 C. 6 D. 8

【解答】解： 延长 BD 交 AC 于点 H , 设 AD 交 BE 于点 O ,



$\because AD \perp BH,$
 $\therefore \angle ADB = \angle ADH = 90^\circ,$
 $\therefore \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ, \angle H + \angle HAD = 90^\circ,$
 $\therefore \angle BAD = \angle HAD,$
 $\therefore \angle ABD = \angle H,$
 $\therefore AB = AH,$
 $\therefore AD \perp BH,$

$$\therefore BD=DH,$$

$$\therefore DC=CA,$$

$$\therefore \angle CDA = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle CAD + \angle H = 90^\circ, \quad \angle CDA + \angle CDH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDH = \angle H,$$

$$\therefore CD=CH=AC,$$

$$\therefore AE=EC,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABH}, \quad S_{\triangle CDH} = \frac{7}{4}S_{\triangle ABH},$$

$$\therefore S_{\triangle OBD} - S_{\triangle AOE} = S_{\triangle ADB} - S_{\triangle ABE} = S_{\triangle ADH} - S_{\triangle CDH} = S_{\triangle ACD},$$

$$\therefore AC=CD=4,$$

$$\therefore \text{当 } DC \perp AC \text{ 时, } \triangle ACD \text{ 的面积最大 } \frac{4}{2} \times 4 \times 3 = 8.$$

\therefore 图中两个阴影部分面积之差的最大值为 8,

故选: D.

二. 填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. (4 分) 点 A (1, -3) 关于 x 轴对称的点的坐标为 (1, 3).

【解答】 解: 由题意得:

$\therefore (x, y)$ 关于 x 轴的对称点坐标为 $(x,$

$\therefore (1, -3)$ 关于 x 轴的对称点坐标为 $(4,$

故答案为: $(1, 3)$.

12. (4 分) 若 $a^x=4, a^y=3$, 则 $a^{x+y}=\underline{12}$.

【解答】 解: $\therefore a^x=4, a^y=3,$

$$\therefore a^{x+y} = a^x \cdot a^y$$

$$= 2 \times 3$$

$$= 12,$$

故答案为: 12.

13. (4 分) 计算: $2024^2 - 4048 \times 2025 + 2025^2 - 1 = \underline{0}$.

【解答】 解: $2024^2 - 4048 \times 2025 + 2025^2 - 7$

$$= 2024^2 - 2 \times 2024 \times 2025 + 2025^2 - 1$$

$$= (2024 - 2025)^2 - 4$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/105243232104012004>