

重难点 03 函数的单调性 (6 种考法)



【目录】

- 考法 1: 定义法判断或证明函数的单调性
- 考法 2: 根据函数的单调性求参数值
- 考法 3: 复合函数的单调性
- 考法 4: 根据函数的单调性解不等式
- 考法 5: 比较函数值的大小
- 考法 6: 根据函数的解析式直接判断函数的单调性



二、命题规律与备考策略

一. 函数的单调性

【解题方法点拨】

判断函数的单调性, 有四种方法: 定义法; 导数法; 函数图象法; 基本函数的单调性的应用; 复合函数遵循“同增异减”; 证明方法有定义法; 导数法.

单调区间只能用区间表示, 不能用集合或不等式表示; 如有多个单调区间应分别写, 不能用符号“ \cup ”联结, 也不能用“或”联结, 只能用“和”或“,” 连结.

设任意 $x_1, x_2 \in [a, b]$ 且 $x_1 \neq x_2$, 那么

$$\textcircled{1} \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0 \Leftrightarrow f(x) \text{ 在 } [a, b] \text{ 上是增函数;}$$

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0 \Leftrightarrow f(x) \text{ 在 } [a, b] \text{ 上是减函数.}$$

$$\textcircled{2} (x_1 - x_2) [f(x_1) - f(x_2)] > 0 \Leftrightarrow f(x) \text{ 在 } [a, b] \text{ 上是增函数;}$$

$$(x_1 - x_2) [f(x_1) - f(x_2)] < 0 \Leftrightarrow f(x) \text{ 在 } [a, b] \text{ 上是减函数.}$$

函数的单调区间, 定义求解求解一般包括端点值, 导数一般是开区间.

【命题方向】

函数的单调性及单调区间. 是高考的重点内容, 一般是压轴题, 常与函数的导数相结合, 课改地区单调性定义证明考查大题的可能性比较小. 从近三年的高考试题来看, 函数单调性的判断和应用以及函数的最值问题是高考的热点, 题型既有选择题、填空题, 又有解答题, 难度中等偏高; 客观题主要考查函数的单调性、最值的灵活确定与简单应用, 主观题在考查基本概念、重要方法的基础上, 又注重考查函数方程、等价转化、数形结合、分类讨论的思想方法. 预测明年高考仍将以利用导数求函数的单调区间, 研究单调性及利用单调性求最值或求参数的取值范围为主要考点, 重点考查转化与化归思想及逻辑推理能力.

二、函数单调性判断

【解题方法点拨】

证明函数的单调性用定义法的步骤: ①取值; ②作差; ③变形; ④确定符号; ⑤下结论.

利用函数的导数证明函数单调性的步骤:

第一步: 求函数的定义域. 若题设中有对数函数一定先求定义域, 若题设中有三次函数、指数函数可不考虑定义域.

第二步: 求函数 $f(x)$ 的导数 $f'(x)$, 并令 $f'(x) = 0$, 求其根.

第三步: 利用 $f'(x) = 0$ 的根和不可导点的 x 的值从小到大顺次将定义域分成若干个小开区间, 并列表.

第四步: 由 $f'(x)$ 在小开区间内的正、负值判断 $f(x)$ 在小开区间内的单调性; 求极值、最值.

第五步: 将不等式恒成立问题转化为 $f(x)_{\max} \leq a$ 或 $f(x)_{\min} \geq a$, 解不等式求参数的取值范围.

第六步: 明确规范地表述结论

【命题方向】

从近三年的高考试题来看, 函数单调性的判断和应用以及函数的最值问题是高考的热点, 题型既有选择题、填空题, 又有解答题, 难度中等偏高; 客观题主要考查函数的单调性、最值的灵活确定与简单应用, 主观题在考查基本概念、重要方法的基础上, 又注重考查函数方程、等价转化、数形结合、分类讨论的思想方法. 预测明年高考仍将以利用导数求函数的单调区间, 研究单调性及利用单调性求最值或求参数的取值范围为主要考点, 重点考查转化与化归思想及逻辑推理能力.

三、复合函数的单调性

【解题方法点拨】

求复合函数 $y = f(g(x))$ 的单调区间的步骤:

(1) 确定定义域;

(2) 将复合函数分解成两个基本初等函数;

(3) 分别确定两基本初等函数的单调性;

(4) 按“同增异减”的原则，确定原函数的单调区间.

【命题方向】

理解复合函数的概念，会求复合函数的区间并判断函数的单调性.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/107006020164006162>