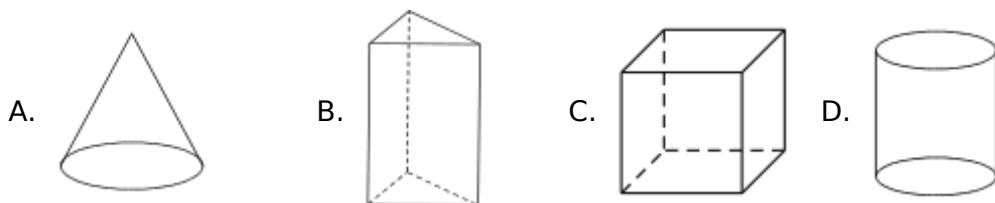


2023年四川省成都市三校高中联考自主招生数学试卷

一、选择题：本题共 **10** 小题，每小题 **3** 分，共 **30** 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 某几何体从三个方向看到的平面图形都相同，这个几何体可以是()



2. 把抛物线 $y = 3(x + 1)^2 - 2$ 先向右平移 1 个单位，再向上平移 n 个单位后，得到抛物线 $y = 3x^2$ ，则 n 的值是()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 已知点 $(-2, y_1)$ ， $(-1, y_2)$ ， $(3, y_3)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k^2 + 1}{x}$ 的图象上，那么 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系正确的是()

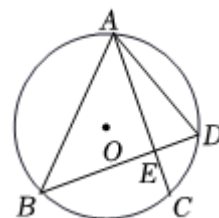
A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_2 < y_1 < y_3$ D. $y_3 < y_1 < y_2$

4. 在直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 2$ ，则 $\sin A$ 的值为()

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

5. 如图，半径为 R 的 $\odot O$ 的弦 $AC = BD$ ，且 $AC \perp BD$ 于 E ，连结 AB ， AD ，若 $AD = 1$ ，则 R 的值为()

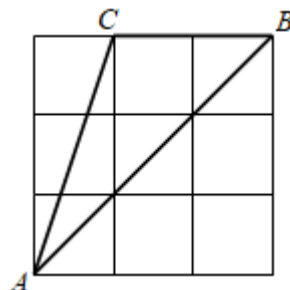
A. $\frac{1}{2}$
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. 1
D. $\sqrt{2}$



6. 已知点 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 为抛物线 $y = -ax^2 + 4ax + c (a \neq 0)$ 上两点，且 $x_1 < x_2$ ，则下列说法正确的是()

A. 若 $x_1 + x_2 < 4$ ，则 $y_1 < y_2$ B. 若 $x_1 + x_2 > 4$ ，则 $y_1 < y_2$
C. 若 $a(x_1 + x_2 - 4) > 0$ ，则 $y_1 > y_2$ D. 若 $a(x_1 + x_2 - 4) < 0$ ，则 $y_1 > y_2$

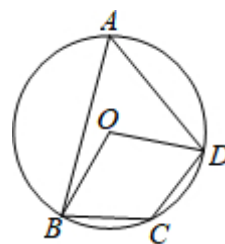
7. 如图，点 A ， B ， C 在正方形网格的格点上，则 $\sin \angle BAC$ 等于()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
 B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$
 C. $\frac{\sqrt{5}}{10}$
 D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

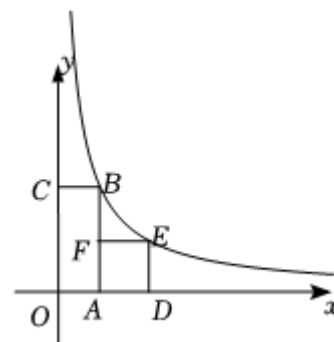
8. 如图，四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形， $\angle BCD = 110^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数是 ()

- A. 70°
 B. 120°
 C. 140°
 D. 160°

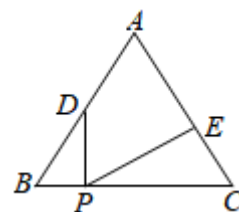


9. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 是矩形，四边形 $ADEF$ 是正方形，点 A, D 在 x 轴的正半轴上，点 C 在 y 轴的正半轴上，点 F 在 AB 上，点 B, E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0, k > 0)$ 的图象上，若正方形 $ADEF$ 的面积为 4，且 $BF = AF$ ，则 k 的值为 ()

- A. 12
 B. 8
 C. 6
 D. 3



10. 如图，在等边三角形 ABC 中， $AB = 4$ ，点 D 是边 AB 上一点，且 $BD = 1$ ，点 P 是边 BC 上一动点 (D, P 两点均不与端点重合)，作 $\angle DPE = 60^\circ$ ， PE 交边 AC 于点 E 。若 $CE = a$ ，当满足条件的点 P 有且只有一个时，则 a 的值为 ()



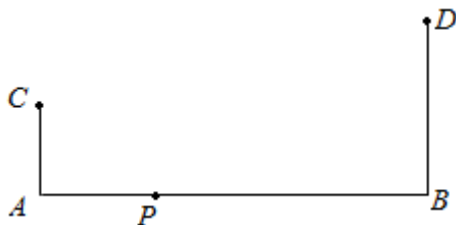
- A. 2 B. 2.5 C. 3 D. 4

二、填空题：本题共 9 小题，每小题 4 分，共 36 分。

11. 点 $(m+3, 2)$ 和点 $(3, \frac{m}{3})$ 是同一个反比例函数图象上的点，则 m 的值为_____.

12. 已知二次函数 $y = x^2 - 2kx + k^2 - k (k > 0)$ ，当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而减小，则 k 的最小整数值为_____.

13. 如图，线段 $AB = 9$ ， $AC \perp AB$ 于点 A ， $BD \perp AB$ 于点 B ， $AC = 2$ ， $BD = 4$ ，点 P 为线段 AB 上一动点，且以 A 、 C 、 P 为顶点的三角形与以 B 、 D 、 P 为顶点的三角形相似，则 AP 的长为_____.



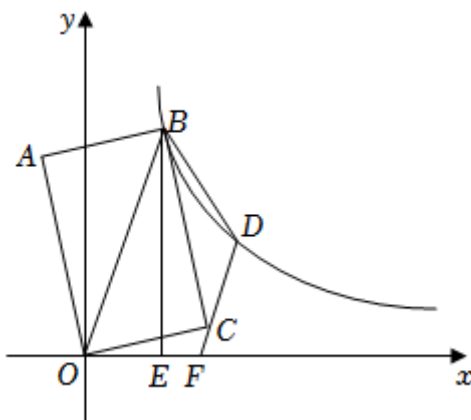
14. 已知二次函数 $y = x^2 + 2x + n$ ，当自变量 x 的取值在 $-2 \leq x \leq 1$ 的范围内时，函数的图象与 x 轴有且只有一个公共点，则 n 的取值范围是_____.

15. 若关于 x 的方程 $(1 - m^2)x^2 + 2mx - 1 = 0$ 的所有根都是比 1 小的正实数，则实数 m 的取值范围是_____.

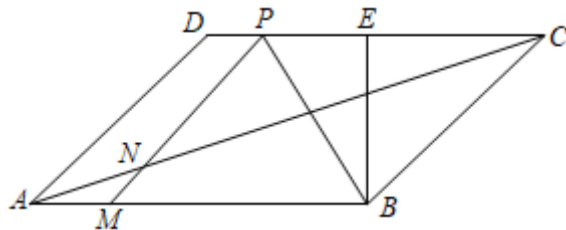
16. 对 x 、 y 定义一种新运算 T ，规定： $T(x, y) = \frac{ax + by}{2x + y}$ (其中 a 、 b 均为非零常数)，这里等式右边是通常的四则运算，例如： $T(0, 1) = \frac{a \times 0 + b \times 1}{2 \times 0 + 1} = b$ ，已知 $T(1, -1) = -2$ ， $T(4, 2) = 1$ ，若关于 m 的不等

式组 $\begin{cases} T(2m, 5 - 4m) \leq 4 \\ T(m, 3 - 2m) > P \end{cases}$ 恰好有 3 个整数解，则实数 P 的取值范围是_____.

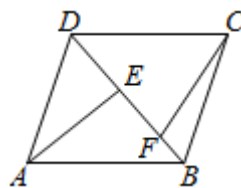
17. 如图，四边形 $OABC$ 为矩形，点 A 在第二象限，点 A 关于 OB 的对称点为点 D ，点 B 、 D 都在函数 $y = \frac{6\sqrt{2}}{x} (x > 0)$ 的图象上， $BE \perp x$ 轴于点 E 。若 DC 的延长线交 x 轴于点 F ，当矩形 $OABC$ 的面积为 $9\sqrt{2}$ 时， $\frac{EF}{OE}$ 的值为_____，点 F 的坐标为_____.



18. 如图，面积为 4 的平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ，过点 B 作 CD 边的垂线，垂足为点 E ，点 E 正好是 CD 的中点，点 M 、点 N 分别是 AB 、 AC 上的动点， MN 的延长线交线段 DE 于点 P ，若点 P 是唯一使得线段 $\angle MPB = 45^\circ$ 的点，则线段 BM 长 x 的取值范围是_____.



19. 如图，平行四边形 $ABCD$ ， $AB > AD$ ， $AD = 4$ ， $\angle ADB = 60^\circ$ ，点 E 、 F 为对角线 BD 上的动点， $DE = 2BF$ ，连接 AE 、 CF ，则 $AE + 2CF$ 的最小值为_____.



三、计算题：本大题共 1 小题，共 12 分。

20. (1) 计算： $\sqrt{4} + (1 + \pi)^0 - 2 \cos 45^\circ + |1 - \sqrt{2}|$.

(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} 5x - 2 > 3(x + 1) \text{①} \\ \frac{1}{2}x - 1 \leq 7 - \frac{3}{2}x \text{②} \end{cases}$$

四、解答题：本题共 8 小题，共 72 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

21. (本小题 6 分)

先化简，再求值： $(1 + \frac{2}{a+1}) \div \frac{a^2 + 6a + 9}{a+1}$ ，其中 $a = \sqrt{3} - 3$.

22. (本小题 8 分)

河南某中学准备在感恩节向全校学生征集书画作品，美术田老师从全校随机抽取了四个班级记作 A 、 B 、 C 、 D ，对征集到的作品的数量进行了分析统计，制作了如下两幅不完整的统计图.

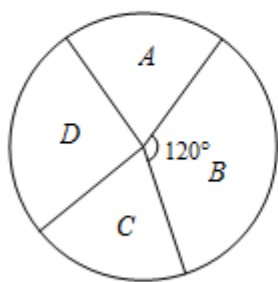


图1

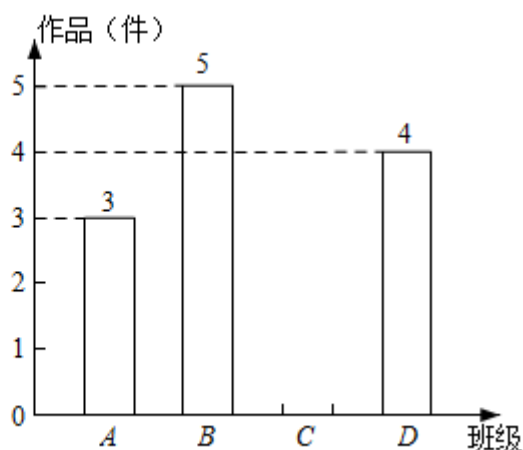


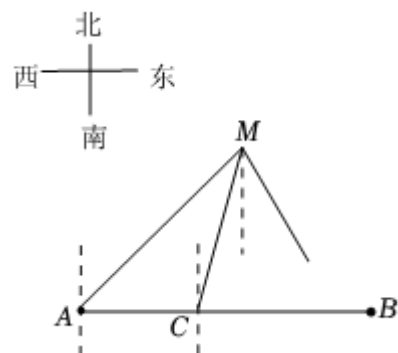
图2

- (1) 田老师抽查的四个班级共征集到作品多少件?
- (2) 请把图 2 的条形统计图补充完整.
- (3) 若全校参展作品中有五名同学获奖, 其中有二名男生、三名女生. 现在要在其中抽三名同学去参加学校书画座谈会, 请用画树状图或列表的方法求恰好抽中一名男生、两名女生的概率.

23. (本小题 8 分)

东西走向海岸线上有一个码头 (图中线段 AB), 已知 AB 的长为 132 米, 小明在 A 处测得海上一艘货船 M 在 A 的东北方向, 小明沿海岸线向东走 60 米后到达点 C , 在 C 测得 M 在 C 处的北偏东 15° 方向 (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{6} \approx 2.45$)

- (1) 求 AM 的长; (结果精确到 1 米)
- (2) 如图, 货船从 M 出发, 沿着南偏东 30° 方向行驶, 问该货船是否能行驶到码头所在的线段 AB 上? 请说明理由.



24. (本小题 10 分)

如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = 3x + b$ 经过点 $A(-1, 0)$, 与 y 轴正半轴交于 B 点, 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 交于点 C , 且 $AC = 3AB$, $BD \parallel x$ 轴交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 于点 D .

(1) 求 b 、 k 的值；

(2) 如图 1, 若点 E 为线段 BC 上一点, 设 E 的横坐标为 m , 过点 E 作 $EF \parallel BD$, 交反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 于点 F . 若 $EF = \frac{1}{3}BD$, 求 m 的值.

(3) 如图 2, 在 (2) 的条件下, 连接 FD 并延长, 交 x 轴于点 G , 连接 OD , 在直线 OD 上方是否存在点 H , 使得 $\triangle ODH$ 与 $\triangle ODG$ 相似 (不含全等)? 若存在, 请求出点 H 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

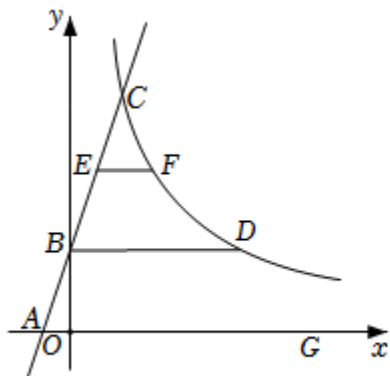


图1

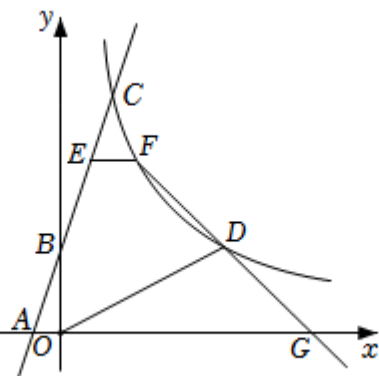
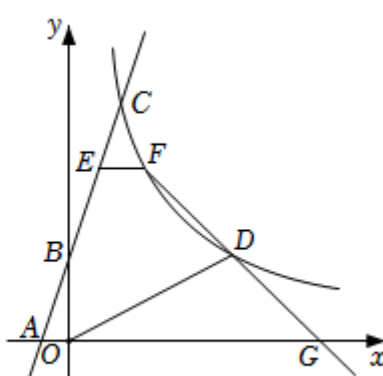


图2



备用图

25. (本小题 10 分)

在 $\odot O$ 中 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$, 顺次连接 A 、 B 、 C .

(1) 如图 1, 若点 M 是 $\widehat{AC}$ 的中点, 且 $MN \parallel AC$ 交 BC 延长线于点 N , 求证: MN 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 连接 MC , 过点 A 作 $AP \perp BM$ 于点 P , 若 $BP = a$, $MP = b$, $CM = c$, 则 a 、 b 、 c 有何数量关系?

(3) 如图 3, 当 $\angle BAC = 60^\circ$ 时, E 是 BC 延长线上一点, D 是线段 AB 上一点, 且 $BD = CE$, 若 $BE = 5$, $\triangle AEF$ 的周长为 9, 请求出 $S_{\triangle AEF}$ 的值?

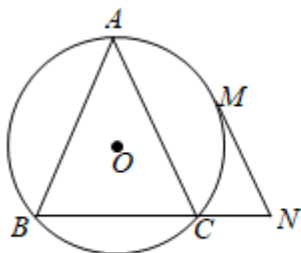


图1

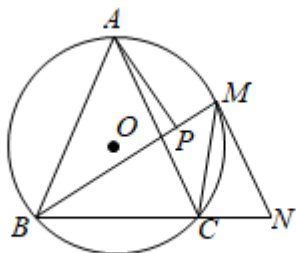


图2

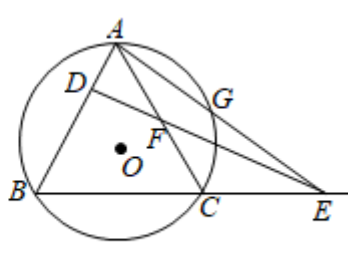


图3

26. (本小题 8 分)

甲、乙两汽车出租公司均有 50 辆汽车对外出租, 下面是两公司经理的一段对话:

甲公司经理：如果我公司每辆汽车月租费 3000 元，那么 50 辆汽车可以全部租出.如果每辆汽车的月租费每增加 50 元，那么将少租出 1 辆汽车.另外，公司为每辆租出的汽车支付月维护费 200 元.

乙公司经理：我公司每辆汽车月租费 3500 元，无论是否租出汽车，公司均需一次性支付月维护费共计 1850 元.

说明：①汽车数量为整数；②月利润=月租车费-月维护费；③两公司月利润差=月利润较高公司的利润-月利润较低公司的利润.

在两公司租出的汽车数量相等的条件下，根据上述信息，解决下列问题：

(1) 当每个公司租出的汽车为 10 辆时，甲公司的月利润是_____元；当每个公司租出的汽车为_____辆时，两公司的月利润相等；

(2) 求两公司月利润差的最大值；

(3) 甲公司热心公益事业，每租出 1 辆汽车捐出 a 元 ($a > 0$) 给慈善机构，如果捐款后甲公司剩余的月利润仍高于乙公司月利润，且当两公司租出的汽车均为 17 辆时，甲公司剩余的月利润与乙公司月利润之差最大，求 a 的取值范围.

27. (本小题 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中， $\angle CAB = 90^\circ$ ， $AC = AB$. 若点 D 为 AC 上一点，连接 BD ，将 BD 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到 BE ，连接 CE ，交 AB 于点 F .

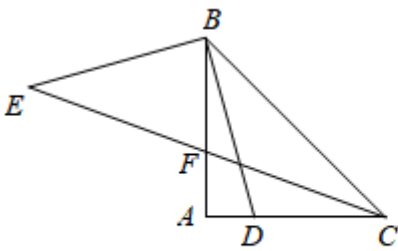


图 1

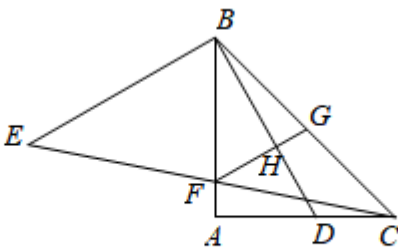


图 2

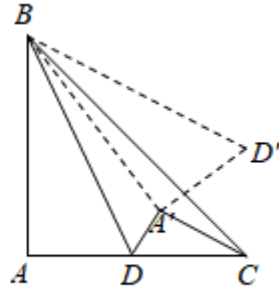


图 3

(1) 如图 1，若 $\angle ABE = 75^\circ$ ， $BD = 4$ ，求 AC 的长；

(2) 如图 2，点 G 为 BC 的中点，连接 FG 交 BD 于点 H . 若 $\angle ABD = 30^\circ$ ，猜想线段 DC 与线段 HG 的数量关系，并写出证明过程；

(3) 如图 3，若 $AB = 4$ ， D 为 AC 的中点，将 $\triangle ABD$ 绕点 B 旋转得 $\triangle A'BD'$ ，连接 $A'C$ 、 $A'D$ ，当 $A'D + \frac{\sqrt{2}}{2}A'C$ 最小时，求 $S_{\triangle A'BC}$.

28. (本小题 12 分)

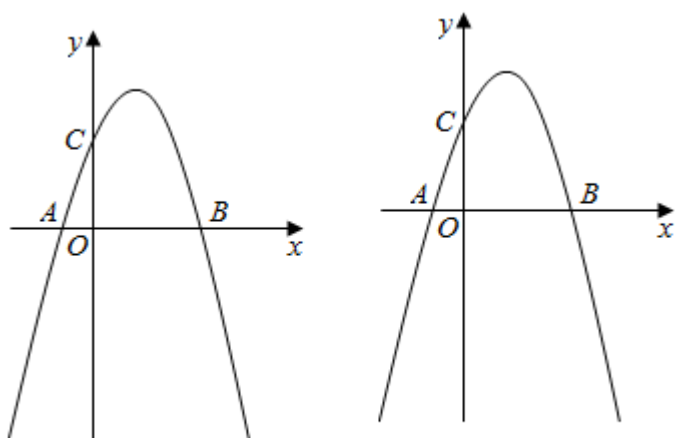
如图，抛物线 $y = -x^2 + 2mx + m + 2$ 与 x 轴负半轴交于点 A ，与 x 轴正半轴交于点 B ，与 y 轴交于点 C ， $OB = 3OA$.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 设 D 是第四象限内抛物线上的点，连接 AD 、 OD 、 CD ， $S_{\triangle COD} : S_{\triangle AOD} = 12 : 5$.

①求点 D 的坐标；

②连接 BD ，若点 P ， Q 是抛物线上不重合的两个动点，在直线 $x = a (a > 0)$ 上是否存在点 M ， N (点 A ， P ， M 按顺时针方向排列，点 A ， Q ， N 按顺时针排列)，使得 $\triangle APM \cong \triangle AQN$ 且 $\triangle APM \sim \triangle ABD$ ？若存在，求出 a 的值；若不存在，请说明理由.



备用图

答案和解析

1. 【答案】C

【解析】解：A.圆锥的主视图和左视图都是等腰三角形，俯视图是带圆心的圆，故本选项不合题意；
B.三棱柱的主视图和左视图都是矩形，俯视图是三角形，故本选项不合题意；
C.正方体的三视图都是正方形，故本选项符合题意；
D.圆柱的主视图和左视图都是矩形，俯视图是圆，故本选项不合题意；

故选：C.

分别找出每个图形从三个方向看所得到的图形即可得到答案.

本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键. 注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

2. 【答案】B

【解析】解：把抛物线 $y = 3(x+1)^2 - 2$ 先向右平移 1 个单位，再向上平移 n 个单位后，得到：

$$y = 3(x+1-1)^2 - 2 + n, \text{ 即: } y = 3x^2 - 2 + n,$$

由题意可知： $-2 + n = 0$,

$$\therefore n = 2,$$

故选：B.

根据“左加右减、上加下减”的原则得到平移后的解析式，即可得到 $-2 + n = 0$ ，解得： $n = 2$.

此题主要考查了二次函数图象与几何变换，要求熟练掌握平移的规律：左加右减，上加下减.

3. 【答案】C

【解析】解： $\because k^2 \geq 0$,

$\therefore k^2 + 1 \geq 1$ ，是正数，

$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{k^2 + 1}{x}$ 的图象位于第一三象限，且在每一个象限内 y 随 x 的增大而减小，

$\because (-2, y_1), (-1, y_2), (3, y_3)$ 都在反比例函数图象上，

$$\therefore 0 < y_2 < y_1, \quad y_3 > 0,$$

$$\therefore y_2 < y_1 < y_3.$$

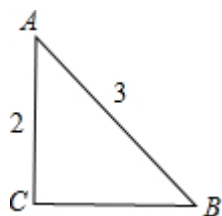
故选：C.

先判断出 $k^2 + 1$ 是正数，再根据反比例函数图象的性质，比例系数 $k > 0$ 时，函数图象位于第一三象限，在每一个象限内 y 随 x 的增大而减小判断出 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系，然后即可选取答案.

本题考查了反比例函数图象的性质，对于反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，(1) $k > 0$ ，反比例函数图象在一、三象限；(2) $k < 0$ ，反比例函数图象在第二、四象限内，本题先判断出比例系数 $k^2 + 1$ 是正数是解题的关键。

4. 【答案】A

【解析】解：如图.



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}.$$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

故选：A.

如图，根据勾股定理，得 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$. 再根据锐角的正弦值的定义，求得 $\sin A$.

本题主要考查勾股定理、正弦值的定义，熟练掌握勾股定理、正弦值的定义是解决本题的关键.

5. 【答案】B

【解析】解： $\because$ 弦 $AC = BD$ ，

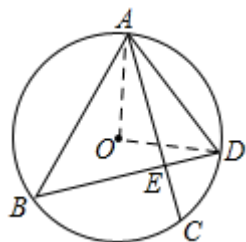
$$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BD},$$

$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{AD},$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BAC,$$

$$\therefore AE = BE;$$

如图，连接 OA ， OD ，



$$\because AC \perp BD, AE = BE,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BAE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 2\angle ABE = 90^\circ,$$

$$\because OA = OD,$$

$$\therefore AD = \sqrt{2}R,$$

$$\because AD = 1,$$

$$\therefore R = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

故选：B.

由弦 $AC = BD$ ，可得， $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ ，继而可得 $\widehat{BC} = \widehat{AD}$ ，然后由圆周角定理，证得 $\angle ABD = \angle BAC$ ，即可判定 $AE = BE$ ；连接 OA ， OD ，由 $AE = BE$ ， $AC \perp BD$ ，可求得 $\angle ABD = 45^\circ$ ，继而可得 $\triangle AOD$ 是等腰直角三角形，则可求得 $AD = \sqrt{2}R$ ，可解答.

此题考查了圆周角定理、弧与弦的关系、等腰直角三角形的性质与判定等知识. 此题难度适中，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用.

6. 【答案】C

【解析】 【分析】

先求出抛物线的对称轴为 $x = 2$ ，然后结合二次函数的开口方向，判断二次函数的增减性，即可得到答案. 本题考查二次函数的性质，二次函数的对称性，解题关键是掌握二次函数的性质，掌握二次函数与方程及不等式的关系，通过数形结合求解.

【解答】

$$\text{解：} \because y = -ax^2 + 4ax + c,$$

$$\therefore \text{抛物线对称轴为直线 } x = -\frac{4a}{-2a} = 2,$$

$$\text{当点 } P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2) \text{ 恰好关于 } x = 2 \text{ 对称时，有 } \frac{x_1 + x_2}{2} = 2,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 4, \text{ 即 } x_1 + x_2 - 4 = 0,$$

$$\because x_1 < x_2,$$

$$\therefore x_1 < 2 < x_2;$$

$\because$ 抛物线的开口方向没有确定，则需要对 a 进行讨论，故排除 A、B；

当 $a > 0$ 时，抛物线 $y = -ax^2 + 4ax + c$ 的开口向下，此时距离直线 $x = 2$ 越远， y 值越小；

$$\therefore a(x_1 + x_2 - 4) > 0,$$

$$\therefore x_1 + x_2 - 4 > 0,$$

$$\therefore \text{点 } P_2(x_2, y_2) \text{ 距离直线 } x = 2 \text{ 较远，}$$

$$\therefore y_1 > y_2;$$

当 $a < 0$ 时，抛物线 $y = -ax^2 + 4ax + c$ 的开口向上，此时距离直线 $x = 2$ 越远， y 值越大；

$$\because a(x_1 + x_2 - 4) > 0,$$

$$\therefore x_1 + x_2 - 4 < 0,$$

$\therefore$ 点 $P_1(x_1, y_1)$ 距离直线 $x = 2$ 较远，

$$\therefore y_1 > y_2;$$

故 C 符合题意， D 不符合题意.

故选：C.

7. 【答案】D

【解析】解：连接 CD ，点 D 在格点上，如右图所示：

设每个小正方形的边长为 a ，

$$\text{则 } CD = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a,$$

$$AC = \sqrt{a^2 + (3a)^2} = \sqrt{10}a,$$

$$AD = \sqrt{(2a)^2 + (2a)^2} = 2\sqrt{2}a,$$

$$\therefore CD^2 + AD^2 = (\sqrt{2}a)^2 + (2\sqrt{2}a)^2 = (\sqrt{10}a)^2 = AC^2,$$

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形，

$$\therefore \sin \angle BAC = \sin \angle CAD = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{10}a} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

故选：D.

根据题意，做出合适的辅助线，然后根据勾股定理的逆定理，可以得到 $\triangle ACD$ 的形状，从而可以求得 $\sin \angle BAC$ 的值.

本题考查解直角三角形、勾股定理，解答本题的关键是判断出 $\triangle ACD$ 的形状.

8. 【答案】C

【解析】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形， $\angle BCD = 110^\circ$ ，

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle BCD = 70^\circ,$$

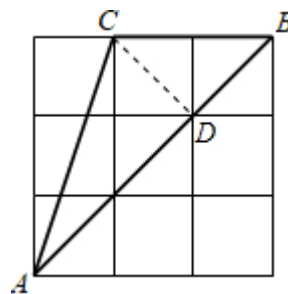
由圆周角定理得， $\angle BOD = 2\angle A = 140^\circ$ ，

故选：C.

根据圆内接四边形的性质求出 $\angle A$ ，再根据圆周角定理解答即可.

本题考查的是圆内接四边形的性质、圆周角定理，掌握圆内接四边形的对角互补是解题的关键.

9. 【答案】B



【解析】解：∵正方形 $ADEF$ 的面积为 4，

∴正方形 $ADEF$ 的边长为 2，

∴ $BF = AF = 2$ ， $AB = AF + BF = 2 + 2 = 4$ 。

设 B 点坐标为 $(t, 4)$ ，则 E 点坐标 $(t + 2, 2)$ ，

∴点 B, E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0, k > 0)$ 的图象上，

∴ $k = 4t = 2(t + 2)$ ，

解得 $t = 2$ ， $k = 8$ 。

故选：B。

先由正方形 $ADEF$ 的面积为 4，得出边长为 2，求得 AB 。再设 B 点的横坐标为 t ，则 E 点坐标 $(t + 2, 2)$ ，

根据点 B, E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0, k > 0)$ 的图象上，列出 t 的方程，即可求出 k 。

本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征：反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k$ 为常数， $k \neq 0)$ 的图象是双曲线，图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k ，即 $xy = k$ 。

10. 【答案】D

【解析】解：∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $\angle B = \angle C = 60^\circ$ ，

∴ $\angle BDP + \angle BPD = 180^\circ - \angle B = 120^\circ$ ，

∴ $\angle DPE = 60^\circ$ ，

∴ $\angle BPD + \angle CPE = 120^\circ$ ，

∴ $\angle BDP = \angle CPE$ ，

∴ $\angle B = \angle C = 60^\circ$ ，

∴ $\triangle BDP \sim \triangle CPE$ ；

∴ $\frac{BD}{CP} = \frac{BP}{CE}$ ，

∴ $\frac{1}{4 - BP} = \frac{BP}{a}$ ，

∴ $BP^2 - 4BP + a = 0$ ，

∴满足条件的点 P 有且只有一个，

∴方程 $BP^2 - 4BP + a = 0$ 有两个相等的实数根，

∴ $\Delta = 4^2 - 4 \times a = 0$ ，

∴ $a = 4$ 。

故选：D.

先证明 $\triangle BDP \sim \triangle CPE$ ；利用相似三角形的性质得出比例式，进而建立关于 BP 的一元二次方程，再判别式 $= 0$ ，建立方程求解，即可得出结论.

此题是相似形综合题，主要考查了等式的性质，相似三角形的判定和性质，利用方程的思想解决问题是解本题的关键.

11. 【答案】 -6

【解析】解： $\because$ 点 $(m+3, 2)$ 和点 $(3, \frac{m}{3})$ 是同一个反比例函数图象上的点，

$$\therefore 2(m+3) = 3 \times \frac{m}{3},$$

$$\therefore m = -6.$$

故答案为：-6.

根据反比例函数图象上点的坐标特征得到 $2(m+3) = 3 \times \frac{m}{3}$ ，然后解关于 m 的方程即可.

本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征：反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数， $k \neq 0$) 的图象是双曲线，图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k ，即 $xy = k$.

12. 【答案】 1

【解析】解： $\because$ 二次函数 $y = x^2 - 2kx + k^2 - k = (x - k)^2 - k$ ，

$\therefore$ 对称轴为 $x = k$ ，

$\therefore$ 当 $x \leq k$ 时， y 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $x < 1$ 时， y_2 的函数值随 x 的增大而减小，

$$\therefore k \geq 1,$$

$\therefore k$ 的最小整数值为：1.

故答案为：1.

求出抛物线的对称轴的解析式，再根据二次函数的性质，列出 k 的不等式，进而求得 k 的最小整数值.

本题主要考查了二次函数的性质，二次函数与不等式的关系，难度适中，关键是掌握二次函数的性质.

13. 【答案】 1 或 3 或 8.

【解析】解：设 $AP = x$.

$\therefore$ 以 A 、 C 、 P 为顶点的三角形与以 B 、 D 、 P 为顶点的三角形相似，

$$\textcircled{1} \text{ 当 } \frac{AC}{BD} = \frac{AP}{PB} \text{ 时， } \frac{2}{4} = \frac{x}{9-x}, \text{ 解得 } x = 3.$$

②当 $\frac{AC}{BP} = \frac{AP}{BD}$ 时, $\frac{2}{9-x} = \frac{x}{4}$, 解得 $x = 1$ 或 $x = 8$,

∴ 当以 A 、 C 、 P 为顶点的三角形与以 B 、 D 、 P 为顶点的三角形相似时, AP 的长为 1 或 3 或 8,

故答案为 1 或 3 或 8.

分两种情形构建方程求解即可.

本题考查了相似三角形的判定, 利用分类讨论思想解决问题是本题的关键.

14. 【答案】 $n = 1$ 或 $-3 \leq n < 0$

【解析】解: 抛物线的对称轴为直线 $x = -\frac{2}{2 \times 1} = -1$,

若抛物线与 x 轴有一个交点, 则当 $x = -1$, $y = 0$; 当 $x = 1$, $y \geq 0$ 时, 在 $-2 \leq x \leq 1$ 的范围内时, 抛物线与 x 轴有且只有一个公共点, 即 $1 + 2 + n \geq 0$ 且 $4 - 4 + n < 0$, 解得 $-3 \leq n < 0$;

所以, n 的取值范围是 $n = 1$ 或 $-3 \leq n < 0$.

故答案为 $n = 1$ 或 $-3 \leq n < 0$.

先确定抛物线的对称轴为直线 $x = -1$, 若函数的图象与 x 轴有且只有一个公共点, 利用函数图象, 当 $x = -1$, $y = 0$ 且 $x = 1$, $y \geq 0$ 时, 在 $-2 \leq x \leq 1$ 的范围内时, 抛物线与 x 轴有且只有一个公共点, 即 $1 + 2 + n \geq 0$ 且 $4 - 4 + n < 0$, 解不等式组即可.

本题考查了抛物线与 x 轴的交点: 把求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标问题转化为解关于 x 的一元二次方程. 也考查了二次函数的性质.

15. 【答案】 $m = 1$ 或 $m > 2$

【解析】 【分析】

本题考查了解一元二次方程及解一元一次不等式, 解题的关键是将二次项系数分 $1 - m^2 = 0$, $1 - m^2 \neq 0$ 两种情况讨论求解.

分 $1 - m^2 = 0$, $1 - m^2 \neq 0$ 两种情况先求出原方程的实数根, 再根据两个实数根都是比 1 小的正实数, 列出不等式, 求出 m 的取值范围.

【解答】

解: 当 $1 - m^2 = 0$ 时, $m = \pm 1$.

当 $m = 1$ 时, 可得 $2x - 1 = 0$, $x = \frac{1}{2}$, 符合题意;

当 $m = -1$ 时, 可得 $-2x - 1 = 0$, $x = -\frac{1}{2}$, 不符合题意;

当 $1 - m^2 \neq 0$ 时, $(1 - m^2)x^2 + 2mx - 1 = 0$,

$[(1 + m)x - 1][(1 - m)x + 1] = 0$,

$$\therefore x_1 = \frac{1}{1+m}, \quad x_2 = \frac{-1}{1-m}.$$

$\therefore$ 关于 x 的方程 $(1-m^2)x^2 + 2mx - 1 = 0$ 的所有根都是比 1 小的正实数,

$$\therefore 0 < \frac{1}{1+m} < 1, \text{ 解得 } m > 0,$$

$$0 < \frac{-1}{1-m} < 1, \text{ 解得 } m > 2.$$

综上可得, 实数 m 的取值范围是 $m = 1$ 或 $m > 2$.

故答案为: $m = 1$ 或 $m > 2$.

16. 【答案】 $-2 \leq P < -\frac{1}{3}$

【解析】 解: $\because T(1, -1) = -2, \quad T(4, 2) = 1,$

$$\therefore \frac{a-b}{2+(-1)} = -2, \quad \frac{4a+2b}{2 \times 4+2} = 1,$$

解得: $a = 1, \quad b = 3,$

$$T(2m, 5-4m) = \frac{2m+3(5-4m)}{4m+5-4m} \leq 4, \text{ 解得 } m \geq -\frac{1}{2},$$

$$T(m, 3-2m) = \frac{m+3(3-2m)}{2m+3-2m} > P, \text{ 解得 } m < \frac{9-3P}{5},$$

$\therefore$ 关于 m 的不等式组 $\begin{cases} T(2m, 5-4m) \leq 4 \\ T(m, 3-2m) > P \end{cases}$ 恰好有 3 个整数解,

$$\therefore 2 < \frac{9-3P}{5} \leq 3,$$

$$\therefore -2 \leq P < -\frac{1}{3},$$

$\therefore$ 实数 P 的取值范围是 $-2 \leq P < -\frac{1}{3},$

故答案为: $-2 \leq P < -\frac{1}{3}.$

根据已知得出关于 a 、 b 的方程组, 求出 a 、 b 的值, 代入求出不等式组的每个不等式的解集, 根据已知即可得出 P 的范围.

本题考查了解一元一次不等式组, 解二元一次方程组的应用, 能求出 a 、 b 的值是解此题的关键.

17. 【答案】 $\frac{1}{2} \quad (\frac{3\sqrt{3}}{2}, 0)$

设点 $B(b, \frac{6\sqrt{2}}{b})$, $D(a, \frac{6\sqrt{2}}{a})$,

$$\therefore \angle OBC = \angle BOD, \quad BC = OD,$$
$$\therefore DI = CI,$$
$$\therefore \angle CID = \angle BIO,$$
$$\therefore \angle CDI = \angle BOI,$$
$$\therefore S_{\triangle BOD} = S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}S_{\text{矩形}AOCB} = \frac{9\sqrt{2}}{2},$$
$$\therefore S_{\text{梯形}BEGD} = S_{\triangle BOD} = \frac{9\sqrt{2}}{2},$$
$$\therefore 2a^2 - 3ab - 2b^2 = 0,$$
$$\therefore a = 2b, \quad a = -\frac{b}{2} \text{ (舍去)},$$

第 17 页，共 40 页

$$\text{即: } (2b, \frac{3\sqrt{2}}{b}),$$

在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中, 由勾股定理得,

$$OD^2 + BD^2 = OB^2,$$

$$\therefore [(2b)^2 + (\frac{3\sqrt{2}}{b})^2] + [(2b-b)^2 + (\frac{6\sqrt{2}}{b} - \frac{3\sqrt{2}}{b})^2] = b^2 + (\frac{6\sqrt{2}}{b})^2,$$

$$\therefore b = \sqrt{3},$$

$$\therefore B(\sqrt{3}, 2\sqrt{6}), D(2\sqrt{3}, \sqrt{6}),$$

$$\therefore \text{直线 } OB \text{ 的解析式为: } y = 2\sqrt{2}x,$$

$$\therefore \text{直线 } DF \text{ 的解析式为: } y = 2\sqrt{2}x - 3\sqrt{6},$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } 2\sqrt{2}x - 3\sqrt{6} = 0,$$

$$\therefore x = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore F(\frac{3\sqrt{3}}{2}, 0),$$

$$\therefore OE = \sqrt{3}, OF = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore EF = OF - OE = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \frac{EF}{OE} = \frac{1}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{1}{2}, (\frac{3\sqrt{3}}{2}, 0).$$

连接 OD , 作 $DG \perp x$ 轴, 设点 $B(b, \frac{6\sqrt{2}}{b})$, $D(a, \frac{6\sqrt{2}}{a})$, 根据矩形的面积得出三角形 BOD 的面积, 将三角

形 BOD 的面积转化为梯形 $BEGD$ 的面积, 从而得出 a, b 的等式, 将其分解因式, 从而得出 a, b 的关系,

进而在直角三角形 BOD 中, 根据勾股定理列出方程, 进而求得 B, D 的坐标, 进一步可求得结果.

本题考查了矩形性质, 轴对称性质, 反比例函数的“ k ”的几何含义, 勾股定理, 一次函数及其图象性质, 分解因式等知识, 解决问题的关键是变形等式, 进行分解因式.

$$18. \text{【答案】 } 2\sqrt{2} - 2 \leq x \leq 4$$

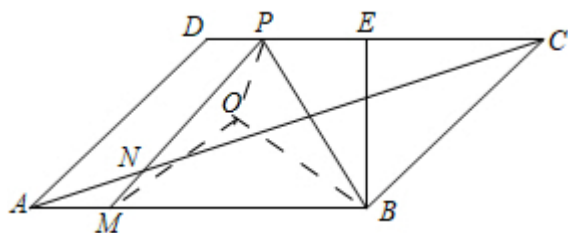
【解析】解: $\because$ 平行四边形 $ABCD$ 的面积为 4, $AB = 4$, $BE \perp CD$,

$$\therefore BE = 1,$$

$\therefore$ 点 P 是唯一使得线段 $\angle MPB = 45^\circ$ 的点,

则可看成弦 MB 所对的圆周角 $\angle MPB = 45^\circ$,

设 $\triangle MBP$ 外接圆的圆心为 O ,



则 $\angle MOB = 90^\circ$,

$$\therefore OB = \frac{\sqrt{2}}{2}x,$$

$\because CD$ 与 AB 之间的距离为 1,

$$\therefore \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}x \geq 1,$$

$$\therefore x \geq 2\sqrt{2} - 2,$$

又 $\because MB \leq 4$,

$$\therefore 2\sqrt{2} - 2 \leq x \leq 4.$$

故答案为: $2\sqrt{2} - 2 \leq x \leq 4$.

根据点 P 是唯一使得 $\angle MPB = 45^\circ$ 的点, 可看成弦 MB 所对的圆周角 $\angle MPB = 45^\circ$, 设 $\triangle MBP$ 外接圆的圆心为 O , 列出不等式即可得结果.

本题考查了平行四边形的性质, 解决本题的关键是将 MB 看成是弦 MB 所对的圆周角 $\angle MPB = 45^\circ$.

19. 【答案】 $4\sqrt{7}$

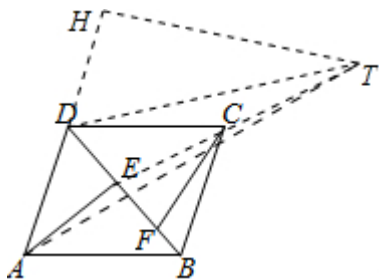
【解析】 【分析】

本题考查平行四边形的性质, 胡不归问题, 解直角三角形等知识解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造相似三角形解决问题, 属于中考填空题中的压轴题.

如图, 在直线 DB 的上方作 $\angle BDT = 60^\circ$, 且使得 $DT = 2BC$. 过点 T 作 $TH \perp AD$ 交 AD 的延长线于 H . 首先利用相似三角形的性质证明 $DT = 2CF$, 解直角三角形求出 AT , 根据 $AE + 2CF = AE + ET$, 推出 $AE + 2CF \geq 4\sqrt{7}$, 即可解决问题.

【解答】

解 如图, 在直线 DB 的上方作 $\angle BDT = 60^\circ$, 且使得 $DT = 2BC$. 过点 T 作 $TH \perp AD$ 交 AD 的延长线于 H .



∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore BC \parallel AD, AD = BC = 4,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle DBC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle TDE,$$

$$\therefore \frac{BC}{DT} = \frac{BF}{DE} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \triangle CBF \sim \triangle TDE,$$

$$\therefore \frac{CF}{ET} = \frac{BC}{DT} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore ET = 2CF,$$

$$\therefore \angle TDH = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ, \angle H = 90^\circ, DT = 2BC = 8,$$

$$\therefore DH = DT \cdot \cos 60^\circ = 4, HT = \sqrt{3}DH = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore AH = AD + DH = 8,$$

$$\therefore AT = \sqrt{AH^2 + HT^2} = \sqrt{8^2 + (4\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{7},$$

$$\therefore AE + 2CF = AE + ET, AE + ET \geq AT,$$

$$\therefore AE + 2CF \geq 4\sqrt{7},$$

$$\therefore AE + 2CF \text{ 的最小值为 } 4\sqrt{7}.$$

故答案为: $4\sqrt{7}$.

20. 【答案】解: (1) 原式 $= 2 + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} - 1$

$$= 2 + 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$$

$$= 2;$$

(2) 由①得: $x > 2.5$,

由②得: $x \leq 4$,

则不等式组的解集为 $2.5 < x \leq 4$.

【解析】 本题主要考查实数的运算与解一元一次不等式组, 解题的关键是熟练掌握零指数幂、特殊角的三角函数值、绝对值的性质及不等式组的解法.

(1) 原式第一项开平方化简, 第二项利用零指数幂的意义化简, 第三项利用特殊角的三角函数值计算, 最后一项利用绝对值的代数意义化简, 然后计算即可得到结果;

(2) 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分即可.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/107022106063006061>