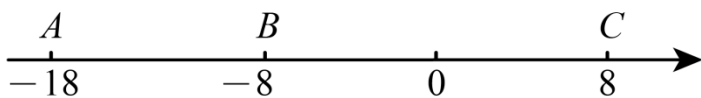


专题 7.1 期中复习——解答压轴题专项训练

1. (2022 秋·湖南株洲·七年级统考期中) 阅读: 如图, 已知数轴上有 A 、 B 、 C 三个点, 它们表示的数分别是 -18 , -8 , 8 . A 到 C 的距离可以用 AC 表示, 计算方法: C 表示的数 8 , A 表示的数 -18 , 8 大于 -18 , 用 $8 - (-18)$. 用式子表示为: $AC = 8 - (-18) = 26$. 根据阅读完成下列问题:



(1) 填空: $AB = \underline{\hspace{2cm}}$, $BC = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 若点 A 以每秒 1 个单位长度的速度向左运动, 同时, 点 B 和点 C 分别以每秒 4 个单位长度和 9 个单位长度的速度向右运动, 试探索: $BC - AB$ 的值是否随着时间 t 的变化而改变? 请说明理由.

(3) 现有动点 P 、 Q 都从 A 点出发, 点 P 以每秒 1 个单位长度的速度向右移动, 当点 P 移动 6 秒时, 点 Q 才从 A 点出发, 并以每秒 2 个单位长度的速度向右移动. 设点 P 移动的时间为 t 秒 ($0 \leq t \leq 19$), 写出 P 、 Q 两点间的距离 (用含 t 的代数式表示).

【思路点拨】

(1) 根据数轴上两点间距离公式计算即可;

(2) 根据题意求出点 A , B , C 向右移动后表示的数, 然后根据数轴上两点间距离公式出表示 AB , BC 的值, 最后再进行计算即可;

(3) 分三种情况讨论, 点 Q 在点 A 处, 点 P 在点 Q 的右边, 点 Q 在点 P 的右边.

【解题过程】

(1) 解: $AB = -8 - (-18) = 10$, $BC = 8 - (-8) = 16$,

(2) 解: 不变,

因为: 经过 t 秒后, A , B , C 三点所对应的数分别是 $-18 - t$, $-8 + 4t$, $8 + 9t$,

所以: $BC = 8 + 9t - (-8 + 4t) = 16 + 5t$, $AB = -8 + 4t - (-18 - t) = 10 + 5t$,

所以: $BC - AB = 16 + 5t - (10 + 5t) = 6$,

所以 $BC - AB$ 的值不会随着时间 t 的变化而改变;

(3) 解: 经过 t 秒后, P , Q 两点所对应的数分别是 $-18 + t$, $-18 + 2(t - 6)$,

当点 Q 追上点 P 时, $-18 + t - [-18 + 2(t - 6)] = 0$,

解得: $t = 12$,

① 当 $0 < t \leq 6$ 时, 点 Q 在点 A 处,

所以： $PQ = t$ ，

②当 $6 < t \leq 12$ 时，点 P 在点 Q 的右边，

所以： $PQ = -18 + t - [-18 + 2(t-6)] = -t + 12$ ，

③当 $12 < t \leq 19$ 时，点 Q 在点 P 的右边，

所以： $PQ = -18 + 2(t-6) - (-18 + t) = t - 12$ ，

综上所述， P 、 Q 两点间的距离为 t 或 $-t + 12$ 或 $t - 12$ 。

2. (2022 秋·福建宁德·七年级统考期中) 数学课上李老师和同学们玩一个找原点的游戏。

(1) 如图 1，在数轴上标有 A 、 B 两点，已知 A 、 B 两点所表示的数互为相反数。

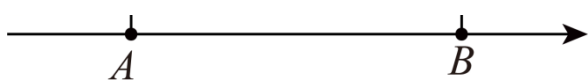


图1

①如果点 A 所表示的数是 -5 ，那么点 B 所表示的数是_____；

②请在图 1 中标出原点 O 的位置；

(2) 图 2 是小敏所画的数轴，数轴上标出的点中任意相邻两点间的距离都相等。请你帮她标出隐藏的原点 O 的位置，并写出此时点 C 所表示的数是_____；

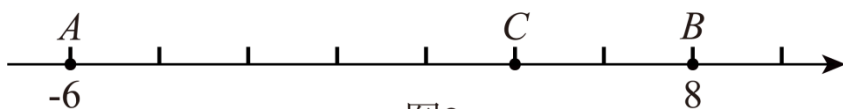


图2

(3) 如图 3，数轴上标出若干个等距点，其中点 A 、 B 、 C 所表示的数分别为 a 、 b 、 c 。若数轴上标出的若干个等距点中每相邻两点相距 1 个单位 (如 $AB = 1$)，且 $c - 2a = 8$ 。

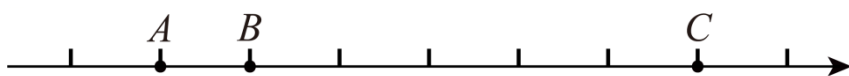


图3

①试求 a 的值；

②若点 D 也在这条数轴上，且 $CD = 3$ ，设 D 点所表示的数为 d ，求 d 的值。

【思路点拨】

(1) ①根据相反数的定义可得点 B 表示的数，②根据 A 、 B 的位置可得原点的位置；

(2) 根据 A 、 B 所表示的数可得单位长度表示 3，进而可得原点的位置和点 C 表示的数；

(3) ①由数轴可得 $c - a = 6$ ，再结合 $c - 2a = 8$ 可得 a 的值；②根据 a 的值可得 c ，根据 $CD = 3$ 可得 $c - d = 3$ 或 $d - c = 3$ ，即可求出答案。

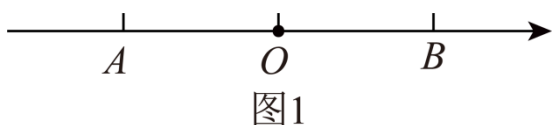
【解题过程】

(1) 解：①点A所表示的数是-5，点A、点B所表示的数互为相反数，

所以点B所表示的数是5，

故答案为：5；

②在图1中表示原点O的位置如图所示：



(2) 原点O的位置如图所示，



点C所表示的数是4.

故答案为：4；

(3) ①由题意得： $AC = 6$,

$$\therefore c - a = 6,$$

$$\text{又} \because c - 2a = 8,$$

$$\therefore a = -2;$$

②设D表示的数为d,

$$\because c - a = 6, a = -2,$$

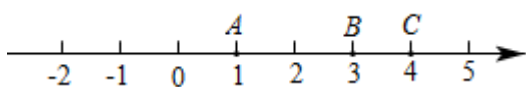
$$\therefore c = 4,$$

$$\because CD = 3,$$

$$\therefore c - d = 3 \text{ 或 } d - c = 3,$$

$$\therefore d = 1 \text{ 或 } d = 7.$$

3. (2022 秋·广西南宁·七年级南宁市第四十七中学校考期中) 对于数轴上的 A, B, C 三点, 给出如下定义: 若其中一个点与另外两个点的距离恰好满足 2 倍的数量关系, 则称该点是另外两个点的“联盟点”.



例如: 数轴上点 A, B, C 所表示的数分别为 1, 3, 4, 此时点 B 是点 A, C 的“联盟点”.

(1) 若点 A 表示数-3, 点 B 表示数 3, 下列各数, -1, 0, 1 所对应的点分别是 C_1, C_2, C_3 , 其中是点 A, B

的“联盟点”的是_____；

(2) 点 A 表示数 -10 ，点 B 表示数 5 ， P 为数轴上的一个动点：

① 若点 P 在点 A 的左侧，且点 P 是点 A, B 的“联盟点”，求此时点 P 表示的数；

② 若点 P 在点 B 的右侧，点 P, A, B 中，有一个点恰好是另外两个点的“联盟点”，求此时点 P 表示的数。

【思路点拨】

(1) 根据“联盟点”的定义列出绝对值方程即可求解；

(2) 根据数轴上两点的距离公式以及新定义，分类讨论，列出一元一次方程，解方程即可求解。

【解题过程】

(1) 解：设 C 点表示的数为 x ，且 C 点是点 A, B 的“联盟点”，

\therefore 根据 $-1, 0, 1$ 三个数在数 A, B 之间，可得 $CA = 2CB$ 或 $CB = 2CA$ ，

$\therefore |x + 3| = 2|x - 3|$ 或 $|x - 3| = 2|x + 3|$ ，

当 $|x + 3| = 2|x - 3|$ 时，解得 $x = 1$ 或 $x = 9$ (舍)，

当 $|x - 3| = 2|x + 3|$ 时，解得 $x = -1$ 或 $x = -9$ (舍)，

$\therefore C_1, C_3$ 是点 A, B 的“联盟点”，

故答案为： C_1, C_3 ；

(2) ① 设 P 点表示的数是 a ，点 P 在点 A 的左侧，

$\therefore PA < PB, PA = -10 - a, PB = 5 - a$ ，

\therefore 点 P 是点 A, B 的“联盟点”，

$\therefore PB = 2PA$ ，

$\therefore 2(-10 - a) = 5 - a$ ，

解得 $a = -25$ ，

即 P 点表示的数是 -25 ；

② 设 P 点表示的数是 b ，点 P 在点 B 的右侧，

当 P 是点 A, B 的“联盟点”时， $PA = 2PB$ ，

$\therefore b + 10 = 2(b - 5)$ ，

解得 $b = 20$ ；

当 A 是点 P, B 的“联盟点”时， $PA = 2AB$ ，

$\therefore b + 10 = 2 \times 15$ ，

解得 $b = 20$;

当 B 是点 P , A 的“联盟点”时, $PB = 2AB$ 或 $AB = 2PB$,

$$\therefore b-5 = 2 \times 15 \text{ 或 } 15 = 2(b-5),$$

解得 $b = 35$ 或 $b = 12.5$;

综上所述: P 点表示的数为 20 或 35 或 12.5 .

4. (2022 秋·河南信阳·七年级校考期中) 对于数轴上的两点 P, Q 给由如下定义: P, Q 两点到原点 O 的距离之差的绝对值称为 P, Q 两点的“绝对距离”, 记为 $\|POQ\|$. 例如, P, Q 两点表示的数如图 (1) 所示, 则 $\|POQ\| = |PO - QO| = |3 - 1| = 2$.

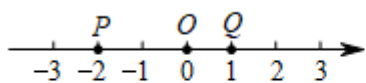


图1

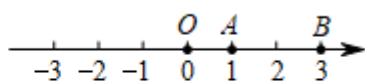


图2

(1) A, B 两点表示的数如图 (2) 所示.

①求 A, B 两点的“绝对距离”;

②若点 C 为数轴上一点 (不与点 O 重合), 且 $\|AOB\| = 2\|AOC\|$, 求点 C 表示的数;

(2) 点 M, N 为数轴上的两点. (点 M 在点 N 左侧) 且 $MN = 2, \|MON\| = 1$, 请直接写出点 M 表示的为

_____.

【思路点拨】

(1) ①根据绝对距离的定义即可解题;

②由题意可求出 $\|AOC\| = 1$, 再根据绝对距离的定义即可解题;

(2) 由题意可知 $\|MON\| = |MO - NO| = 1$, 即得出 $MO - NO = 1$ 或 $NO - MO = 1$. 再分类讨论: ①当 M, N 都在原点的左侧时, ②当 M, N 都在原点的右侧时和 ③当 M 点在原点的左侧, N 点在原点的右侧时, 结合 $MN = 2$, 即可求解;

【解题过程】

$$(1) \text{ ① } \|AOB\| = |AO - BO| = |1 - 3| = 2;$$

$$\text{② } \because \|AOB\| = 2, \|AOC\| = 2\|AOC\|,$$

$$\therefore \|AOC\| = 1,$$

$$\therefore |AO - CO| = 1,$$

$$\therefore 1 - CO = 1 \text{ 或 } CO - 1 = 1,$$

解得: $CO = 0$ 或 2 ,

∵C点不与O点重合，

∴点C表示的数为2或-2；

(2) 由题可知 $||MON|| = |MO - NO| = 1$ ，

∴ $MO - NO = 1$ 或 $NO - MO = 1$ 。

∵点M在点N左侧，

故可分类讨论：①当M，N都在原点的左侧时，

∴ $MO - NO = 1$ 。

∵ $MN = 2$ ，

∴ $MO - NO = 1 \neq MN = 2$ ，

∴此情况不存在；

②当M，N都在原点的右侧时，

∴ $MN = 2$ ，

∴ $NO - MO = 1 \neq MN = 2$ ，

∴此情况不存在；

③当M点在原点的左侧，N点在原点的右侧时，

∴ $MN = 2$ ，

∴ $MO + NO = 2$ 。

∴ $MO - NO = 1$ 或 $NO - MO = 1$ ，

∴ $MO = \frac{3}{2}$ 或 $MO = \frac{1}{2}$ ，

∴点M表示的数为 $-\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$ 。

故答案为： $-\frac{3}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$ 。

5. (2022秋·福建漳州·七年级福建省漳州第一中学校考期中) 已知在数轴上，一动点Q从原点O出发，沿着数轴以每秒4个单位长度的速度来回移动，第1次移动是向右移动1个单位长度，第2次移动是向左移动2个单位长度，第3次移动是向右移动3个单位长度，第4次移动是向左移动4个单位长度，第5次移动是向右移动5个单位长度，……

(1) 求出2.5秒钟后动点Q所在的位置；

(2) 第7次移动后，点Q在表示数_____的位置上，运动时间为_____s；

(3) 第n次移动后，点Q运动时间为_____s，当n为奇数时，点Q在表示数_____的位置上；当n为偶数时，

点 Q 在表示数_____的位置上;

(4) 如果在数轴上有一个定点 A , 且 A 与原点 O 相距48个单位长度, 问: 动点 Q 从原点出发, 可能与 A 重合, 若能, 则第一次与点 A 重合需要多长时间? 若不能, 请说明理由.

【思路点拨】

(1) 先根据路程=速度×时间求出 2.5 秒钟走过的路程, 然后根据左减右加列式计算即可得解;

(2) 根据左减右加列式计算即可得解, 根据路程=速度×时间求出路程, 进而求得时间;

(3) 根据(1)(2)的规律, 表示出运动的路程, 进而分奇数与偶数分类讨论, 即可求解;

(4) 分点 A 在原点左边与右边两种情况分别求出动点走过的路程, 然后根据时间=路程÷速度计算即可得解.

【解题过程】

(1) 解: $\because 4 \times 2.5 = 10,$

\therefore 点 Q 走过的路程是 $1 + 2 + 3 + 4 = 10,$

Q 处于: $1 - 2 + 3 - 4 = 4 - 6 = -2;$

(2) 解: Q 处于: $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 = -3 + 7 = 4;$

\therefore 点 Q 走过的路程是 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$

$\therefore 28 \div 4 = 7$ 秒,

故答案为: 4, 7.

(3) 解: 第 n 次移动后, 点 Q 运动时间为 $(1 + |-2| + 3 + |-4| + 5 + \dots + n) \div 4 = \left(\frac{1+n}{2} \times n\right) \div 4 = \frac{n(n+1)}{8},$

设 $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + n,$ 当 n 为奇数时, $S = -\frac{n-1}{2} + n = \frac{n+1}{2}$

\therefore 点 Q 在表示数为 $\frac{n+1}{2}$ 的位置上;

当 n 为偶数时, $S = -\frac{n}{2}$ 点 Q 在表示数 $-\frac{n}{2}$ 的位置

故答案为: $\frac{n(n+1)}{8}, \frac{n+1}{2}, -\frac{n}{2}.$

(4) 解: ①当点 A 在原点右边时, 设需要第 n 次到达点 A , 则

$$\frac{n+1}{2} = 48,$$

解得 $n = 95,$

\therefore 动点 Q 走过的路程是

$$1 + |-2| + 3 + |-4| + 5 + \dots + |-94| + 95$$

$$= 1 + 2 + 3 + \dots + 95$$

$$= \frac{(1+95) \times 95}{2}$$

$$= 4560,$$

$$\therefore \text{时间} = 4560 \div 4 = 1140(\text{秒});$$

②当点A原点左边时，设需要第n次到达点A，则 $\frac{n}{2} = 48$,

解得 $n = 96$,

\therefore 动点Q走过的路程是

$$1 + |-2| + 3 + |-4| + 5 + \dots + 95 + |-96|$$

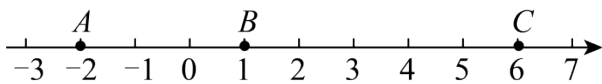
$$= 1 + 2 + 3 + \dots + 96$$

$$= \frac{(1+96) \times 96}{2}$$

$$= 4656,$$

$$\therefore \text{时间} = 4656 \div 4 = 1164(\text{秒}).$$

6. (2022秋·浙江金华·七年级校考期中) 如图所示，在数轴上点A、B、C表示的数分别为-2, 1, 6, 点A与点B之间的距离表示为AB, 点B与点C之间的距离表示为BC, 点A与点C之间的距离表示为AC.



(1) 则 $AB = \underline{\quad}$, $BC = \underline{\quad}$, $AC = \underline{\quad}$;

(2) 点A、B、C开始在数轴上运动，若点A以每秒1个单位长度的速度向左运动，同时，点B、点C分别以每秒2个单位长度和5个单位长度的速度向右运动。请问：

①运动t秒后，点A与点B之间的距离AB为多少？(用含t的代数式表示)

② $BC - AB$ 的值是否随着运动时间t的变化而改变？若变化，请说明理由；若不变，请求其值；

(3) 由第(1)小题可以发现， $AB + BC = AC$ 。若点C以每秒3个单位长度的速度向左运动，同时，点A和点B分别以每秒1个单位长度和每秒2个单位长度的速度向右运动。请问：随着运动时间t的变化，AB, BC, AC之间是否存在类似于(1)的数量关系？请说明理由。

【思路点拨】

(1) 根据两点间的距离公式即可求解；

(2) ①由点A以每秒1个单位长度的速度向左运动，点B以每秒2个单位长度的速度向右运动，得到运动t秒后，点A表示的数为 $-2 - t$ ，点B表示的数为 $1 + 2t$ ，再根据两点间的距离公式即可得到答案；②由点C以

每秒 5 单位长度的速度向右运动，得到运动 t 秒后，点 C 表示的数为 $6 + 5t$ ，从而得到 $BC = 3t + 5$ ，再计算出 $BC - AB = 2$ ，即可得到答案；

(3) 分别表示出 AB ， BC ， AC 的长度，然后分情况讨论得出之间的关系，即可得到答案.

【解题过程】

(1) 解：∵ 在数轴上点 A 、 B 、 C 表示的数分别为 -2 ， 1 ， 6 ，

$$\therefore AB = 1 - (-2) = 1 + 2 = 3, BC = 6 - 1 = 5, AC = 6 - (-2) = 6 + 2 = 8,$$

故答案为：3，5，8；

(2) 解：① ∵ 点 A 以每秒 1 个单位长度的速度向左运动，点 B 以每秒 2 个单位长度的速度向右运动，

$$\therefore \text{运动 } t \text{ 秒后，点 } A \text{ 表示的数为：} -2 - t, \text{ 点 } B \text{ 表示的数为：} 1 + 2t,$$

$$\therefore \text{点 } A \text{ 与点 } B \text{ 之间的距离为：} AB = 1 + 2t - (-2 - t) = 1 + 2t + 2 + t = 3t + 3;$$

② ∵ 点 C 以每秒 5 单位长度的速度向右运动，

$$\therefore \text{运动 } t \text{ 秒后，点 } C \text{ 表示的数为：} 6 + 5t,$$

$$\therefore BC = 6 + 5t - (1 + 2t) = 6 + 5t - 1 - 2t = 3t + 5,$$

$$\therefore BC - AB = 3t + 5 - (3t + 3) = 3t + 5 - 3t - 3 = 2,$$

∴ $BC - AB$ 的值不会随着时间 t 的变化而改变；

(3) 解：∵ 点 C 以每秒 3 个单位长度的速度向左运动，同时，点 A 和点 B 分别以每秒 1 个单位长度和每秒 2 个单位长度的速度向右运动，

$$\therefore \text{运动 } t \text{ 秒后，点 } A \text{ 表示的数为：} -2 + t, \text{ 点 } B \text{ 表示的数为：} 1 + 2t, \text{ 点 } C \text{ 表示的数为：} 6 - 3t,$$

$$\therefore AB = 1 + 2t - (-2 + t) = t + 3, BC = |6 - 3t - (1 + 2t)| = |5 - 5t|, AC = |6 - 3t - (-2 + t)| = |8 - 4t|,$$

$$\text{当 } t < 1 \text{ 时，} AB + BC = 3 + t + 5 - 5t = 8 - 4t = AC,$$

$$\text{当 } 1 \leq t \leq 2 \text{ 时，} BC + AC = 5t - 5 + 8 - 4t = t + 3 = AB,$$

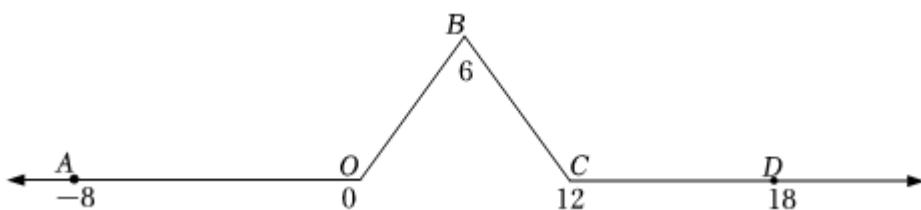
$$\text{当 } t > 2 \text{ 时，} AB + AC = t + 3 + 4t - 8 = 5t - 5 = BC,$$

∴ 随着运动时间 t 的变化， AB ， BC ， AC 之间存在类似于 (1) 的数量关系.

7. (2022 秋·浙江宁波·七年级校考期中) 数轴上点 A 表示 -8 ，点 B 表示 6 ，点 C 表示 12 ，点 D 表示

18. 如图，将数轴在点 O 和点 B 、 C 处各折一下，得到一条“折线数轴”. 在“折线数轴”上，把两点所对应的两数之差的绝对值叫这两点间的和谐距离. 例如，点 A 和点 D 在折线数轴上的和谐距离为 $|-8 - 18| = 26$ 个单位长度. 动点 M 从点 A 出发，以 4 个单位/秒的速度沿着折线数轴的正方向运动，从点 O 运动到点 C 期间速度变为原来的一半，过点 C 后继续以原来的速度向终点 D 运动；点 M 从点 A 出发的同时，点 N 从点 D 出发，一直以 3 个单位/秒的速度沿着“折线数轴”负方向向终点 A 运动，其中一点到达终点时，两点都

停止运动. 设运动的时间为 t 秒.



- (1) 当 $t = 2$ 秒时, M 、 N 两点在折线数轴上的和谐距离 $|MN|$ 为 _____;
- (2) 当点 M 、 N 都运动到折线段 $O-B-C$ 上时, O 、 M 两点间的和谐距离 $|OM| =$ _____ (用含有 t 的代数式表示); C 、 N 两点间的和谐距离 $|CN| =$ _____ (用含有 t 的代数式表示); $t =$ _____ 时, M 、 N 两点相遇;
- (3) 当 $t =$ _____ 时, M 、 N 两点在折线数轴上的和谐距离为 4 个单位长度; 当 $t =$ _____ 时, M 、 O 两点在折线数轴上的和谐距离与 N 、 B 两点在折线数轴上的和谐距离相等.

【思路点拨】

(1) 当 $t = 2$ 秒时, M 表示的数是 $-8 + 2 \times 4 = 0$, N 表示的数是 $18 - 3 \times 2 = 12$, 即的 M 、 N 两点在折线数轴上的和谐距离 $|MN|$ 为 $|12 - 0| = 12$;

(2) 当点 M 、 N 都运动到折线段 $O-B-C$ 上, 即 $t \geq 2$ 时, M 表示的数是 $\frac{4}{2} \times (t-2) = 2t-4$, N 表示的数是 $12-3(t-2) = 18-3t$, 而 M 、 N 两点相遇时, M 、 N 表示的数相同, 即得 $2t-4 = 18-3t$, 可解得答案;

(3) 根据 M 、 N 两点在折线数轴上的和谐距离为 4 个单位长度, 得 $|2t-4-(18-3t)| = 4$, 可解得 $t = \frac{26}{5}$ 或 $t = \frac{18}{5}$, 由 $t = 2$ 时, M 运动到 O , 同时 N 运动到 C , 可知 $t < 2$ 时, 不存在 M 、 O 两点在折线数轴上的和谐距离与 N 、 B 两点在折线数轴上的和谐距离相等, 当 $2 \leq t \leq 8$, 即 M 在从点 O 运动到点 C 时, 有 $2t-4 = |6-(18-3t)|$, 可解得 $t = 8$ 或 $t = \frac{16}{5}$, 当 $8 < t \leq \frac{26}{3}$ 时, M 在从 C 运动到 D , 速度变为 4 个单位/秒, 不存在 M 、 O 两点在折线数轴上的和谐距离与 N 、 B 两点在折线数轴上的和谐距离相等, 即可得答案.

【解题过程】

(1) 当 $t = 2$ 秒时, M 表示的数是 $-8 + 2 \times 4 = 0$, N 表示的数是 $18 - 3 \times 2 = 12$,

$\therefore M$ 、 N 两点在折线数轴上的和谐距离 $|MN|$ 为 $|12 - 0| = 12$,

故答案为: 12;

(2) 由 (1) 知, 2 秒时 M 运动到 O , N 运动到 C ,

\therefore 当点 M 、 N 都运动到折线段 $O-B-C$ 上, 即 $t \geq 2$ 时, M 表示的数是 $\frac{4}{2} \times (t-2) = 2t-4$, N 表示的数是 $12-3(t-2) = 18-3t$,

$\therefore O、M$ 两点间的和谐距离 $|OM| = |2t-4-0| = 2t-4$, $C、N$ 两点间的和谐距离

$$|CN| = |12-(18-3t)| = 3t-6,$$

$\therefore M、N$ 两点相遇时, $M、N$ 表示的数相同,

$$\therefore 2t-4 = 18-3t,$$

$$\text{解得 } t = \frac{22}{5},$$

故答案为: $2t-4, 3t-6, \frac{22}{5}$;

(3) $\therefore M、N$ 两点在折线数轴上的和谐距离为 4 个单位长度,

$$\therefore |2t-4-(18-3t)| = 4, \text{ 即 } |5t-22| = 4,$$

$$\therefore 5t-22 = 4 \text{ 或 } 5t-22 = -4,$$

$$\text{解得 } t = \frac{26}{5} \text{ 或 } t = \frac{18}{5},$$

由 (1) 知, $t = 2$ 时, M 运动到 O , 同时 N 运动到 C ,

$\therefore t < 2$ 时, 不存在 $M、O$ 两点在折线数轴上的和谐距离与 $N、B$ 两点在折线数轴上的和谐距离相等,

当 $2 \leq t \leq 8$, 即 M 在从点 O 运动到点 C 时,

$$2t-4 = |6-(18-3t)|, \text{ 即 } |3t-12| = 2t-4,$$

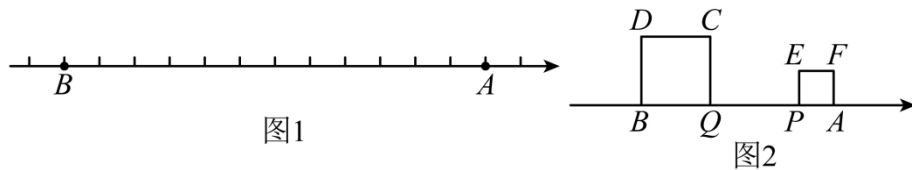
$$\therefore 3t-12 = 2t-4 \text{ 或 } 3t-12 = 4-2t,$$

$$\text{解得 } t = 8 \text{ 或 } t = \frac{16}{5},$$

当 $8 < t \leq \frac{26}{3}$ 时, M 在从 C 运动到 D , 速度变为 4 个单位/秒, 不存在 $M、O$ 两点在折线数轴上的和谐距离与 $N、B$ 两点在折线数轴上的和谐距离相等,

故答案为: $\frac{26}{5}$ 或 $\frac{18}{5}$; 8 或 $\frac{16}{5}$.

8. (2022 秋·全国·七年级期中) 如图 1, 在数轴上有 A, B 两点, 点 A 表示的数为 4, 点 B 在 A 点的左边, 且 $AB = 12$, 若有一动点 P 从数轴上点 A 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动, 动点 Q 从点 B 出发, 以每秒 2 个单位长度的速度沿着数轴向右匀速运动. 若点 P, Q 分别从 A, B 两点同时出发, 设运动时间为 t 秒.



(1) 写出数轴上点 B 表示的数为 _____, P 所表示的数为 _____ (用含 t 的代数式表示).

(2) 问点 P 运动多少秒与 Q 相距 3 个单位长度.

(3) 如图 2, 分别以 BQ 和 AP 为边, 在数轴上方作正方形 $BQCD$ 和正方形 $APEF$, 如图所示, 求当 t 为何值时, 两个正方形的重叠部分面积是正方形 $APEF$ 面积的一半, 请直接写出结论. $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 秒.

【思路点拨】

(1) 根据两点间的距离可确定点 B 表示的数, 根据 P 的运动规律可表示出点 P 表示的数;

(2) 分别根据 P 、 Q 两点的运动规律, 用变量 t 表示这两点所表示的数, 求两点间距离即把右边点表示的数减去左边点表示的数, 分情况列一次方程即可求得;

(3) 由点的运动到边的变化进而到正方形面积的变化, 找到符合题意的运动位置画出图形进行分类讨论, 由面积之间的关系列方程即可求得.

【解题过程】

(1) 解: \because 点 B 在点 A 的左边, $AB = 12$, 点 A 表示 4,

\therefore 点 B 表示的数为 $4 - 12 = -8$,

动点 P 从数轴上点 A 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动, 则点表示的数为 $4 - t$,

故答案为: -8 ; $4 - t$;

(2) 解: 依题意得, 点 P 表示的数为 $4 - t$, 点 Q 表示的数为 $-8 + 2t$,

①若点 P 在点 Q 右侧时: $(4 - t) - (-8 + 2t) = 3$,

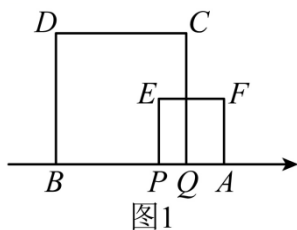
解得: $t = 3$;

②若点 P 在点 Q 左侧时: $(-8 + 2t) - (4 - t) = 3$,

解得: $t = 5$;

综上所述, 点 P 运动 3 秒或 5 秒时与 Q 相距 3 个单位长度;

(3) 解: ①如图 1, P 、 Q 均在线段 AB 上,



\therefore 两正方形有重叠部分,

\therefore 点 P 在点 Q 的左侧,

$$\begin{aligned}PQ &= (-8 + 2t) - (4 - t) \\ &= 3t - 12,\end{aligned}$$

$$\therefore PE = AP = 4 - (4 - t) = t,$$

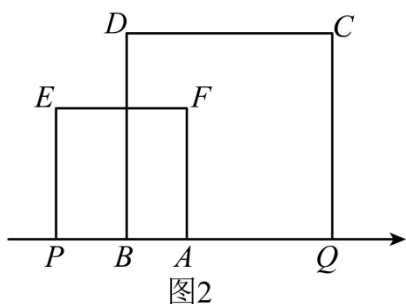
$$\therefore \text{重叠部分面积} S = PQ \cdot PE = (3t - 12) \cdot t,$$

\therefore 重叠部分的面积为正方形 $APEF$ 面积的一半,

$$\therefore (3t - 12) \cdot t = \frac{1}{2}t^2,$$

解得 $t_1 = 0$ (舍去), $t_2 = 4.8$;

②如图 2, P 、 Q 均在线段 AB 外,



$$\therefore AB = 12, AF = AP = t,$$

$$\therefore \text{重叠部分面积} S = AB \cdot AF = 12t,$$

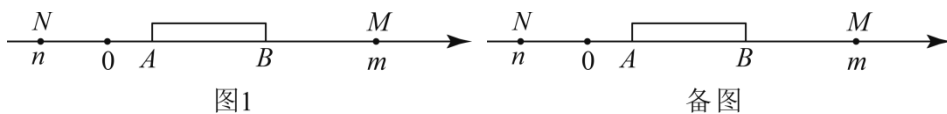
$$\therefore 12t = \frac{1}{2}t^2,$$

解得 $t_1 = 0$ (舍去), $t_2 = 24$,

故答案为: 4.8 或 24.

9. (2022 秋·湖北武汉·七年级校考期中) 已知 M 、 N 两点在数轴上所表示的数分别为 m 、 n , 且 m 、 n 满足

$$|m - 7| + (n + 2)^2 = 0.$$



(1) 求 m 、 n 的值;

(2) ①情境: 有一个玩具火车 AB 如图 1 所示, 放置在数轴上, 将火车沿数轴左右水平移动, 当点 A 移动到点 B 时, 点 B 所对应的数为 m , 当点 B 移动到点 A 时, 点 A 所对应的数为 n . 则玩具火车的长为 _____ 个单位长度;

②应用: 如图 1 所示, 当火车 AB 匀速向右运动时, 若火车完全经过点 M 需要 2 秒, 则火车的速度为 _____ 个单位长度/秒.

(3) 在 (2) 的条件下, 当火车 AB 匀速向右运动, 同时点 P 和点 Q 从 N 、 M 出发, 分别以每秒 1 个单位长度和 2 个单位长度的速度向左和向右运动, 记火车 AB 运动后对应的位置为 A_1B_1 . 是否存在常数 k 使得

$kPQ-B_1A$ 的值与它们的运动时间无关? 若存在, 请求出 k 和这个定值; 若不存在, 请说明理由.

【思路点拨】

(1) 根据 $|m-7| + (n+2)^2 = 0$ 得 $m-7 = 0, n+2 = 0$, 计算即可.

(2) ① 设 A 表示的数为 x_A, B 表示的数为 x_B , 小火车的长度为 l , 根据题意 $7-x_B = l, x_A - (-2) = l, x_B - x_A = l$, 建立方程计算即可.

② 根据①得 $x_A = 1, x_B = 4$, 火车完全经过点 M 需要 2 秒, 点 A 运动路程为 3 单位长度, 利用速度=路程÷时间计算即可.

(3) 设玩具火车运动的时间为 t 秒, 则点 B 运动到点 B_1 的距离为 $\frac{3}{2}t$ 个单位长度, 此时点 B_1 表示的数是 $\frac{3}{2}t + 4$, 继而得到 $B_1A = \frac{3}{2}t + 4 - 1 = \frac{3}{2}t + 3$, 根据题意, 得到点 Q 表示的数是 $2t + 7$, 点 P 表示的数是 $-2 - t$, 继而表示 $PQ = 2t + 7 - (-2 - t) = 9 + 3t$, 代入 $kPQ - B_1A$ 化简, 令 t 的系数为零计算即可.

【解题过程】

(1) $\because |m-7| + (n+2)^2 = 0$,

$\therefore m-7 = 0, n+2 = 0$,

$\therefore m = 7, n = -2$.

(2) ① 设 A 表示的数为 x_A, B 表示的数为 x_B , 小火车的长度为 l ,

根据题意, 得 $7-x_B = l, x_A - (-2) = l, x_B - x_A = l$,

$\therefore 9 - (x_B - x_A) = 2l$,

$\therefore 9 - l = 2l$,

解得 $l = 3$,

即玩具火车长 3 个单位长度,

故答案为: 3.

② 根据①得 $x_A = 1, x_B = 4$, 火车完全经过点 M 需要 2 秒,

故点 A 运动路程为 3 单位长度,

\therefore 玩具火车的速度为: $3 \div 2 = \frac{3}{2}$ (单位长度/秒)

故答案为: $\frac{3}{2}$.

(3) 存在, $k = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$ 理由如下:

设玩具火车运动的时间为 t 秒, 则点 B 运动到点 B_1 的距离为 $\frac{3}{2}t$ 个单位长度, 此时点 B_1 表示的数是 $\frac{3}{2}t + 4$,

$$\therefore B_1A = \frac{3}{2}t + 4 - 1 = \frac{3}{2}t + 3,$$

根据题意，得到点 Q 表示的数是 $2t + 7$ ，点 9 表示的数是 $-2 - t$ ，

$$\therefore PQ = 2t + 7 - (-2 - t) = 9 + 3t,$$

$$\therefore kPQ - B_1A = k(9 + 3t) - \left(\frac{3}{2}t + 3\right) = (9k - 3) + \left(3k - \frac{3}{2}\right)t,$$

\therefore 常数 k 使得 $kPQ - B_1A$ 的值与它们的运动时间无关，

$$\therefore 3k - \frac{3}{2} = 0,$$

$$\text{解得 } k = \frac{1}{2},$$

$$\text{故 } 9k - 3 = \frac{3}{2},$$

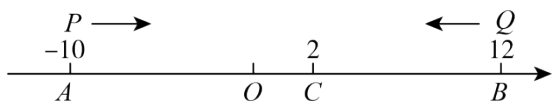
故当 $k = \frac{1}{2}$ 时，常数 k 使得 $kPQ - B_1A$ 的值与它们的运动时间无关，此时值为 $\frac{3}{2}$ 。

10. (2022 秋·浙江金华·七年级校考期中) 定义：若 A 、 B 、 C 为数轴上三个不同的点，若点 C 到点 A 的距离和点 C 到点 B 的距离的2倍的和为10，我们就称点 C 是 $[A, B]$ 的美好点。例如：点 M 、 N 、 P 表示的数分别为 -6 、 2 、 0 ，则点 P 到点 M 的距离是6，到点 N 的距离是2，那么点 P 是 $[M, N]$ 的美好点，而点 P 就不是 $[N, M]$ 的美好点。

(1) 若点 M 、 N 、 P 表示的数分别为3、6、7，则_是 $[_]$ 的美好点。(空格内分别填入 M 、 N 、 P)

(2) 若点 M 、 P 表示的数分别为 -4 、 -2 ，且 P 是 $[M, N]$ 的美好点，则点 N 为_。

(3) 如图，数轴上 A 、 B 、 C 三点分别表示的数为 -10 、 12 、 2 ，点 Q 从 B 点出发以每秒8个单位长度的速度沿数轴向左匀速运动，当它到达 A 点后立即以相同的速度返回往 B 点运动，并持续在 A 、 B 两点间往返运动。在 Q 点出发的同时，点 P 从 A 点出发以每秒2个单位长度向右匀速运动，直到当点 P 达到 C 点时，点 P 、 Q 停止运动。当 t 为何值时，点 C 恰好为 $[P, Q]$ 的美好点？



【思路点拨】

(1) 先求出点 M 到点 P 和点 N 的距离，再根据美好点的定义，即可得到答案；

(2) 设点 N 表示的数为 n ，得到点 P 到点 M 和点 N 的距离，再根据美好点的定义，即可得到答案；

(3) 分三种情况讨论：①当 $0 < t < \frac{11}{4}$ 时，此时点 Q 第一次从 B 点出发向左匀速运动；②当 $\frac{11}{4} \leq t < \frac{11}{2}$ 时，此时点 Q 第一次到达 A 点这番折返出发向右匀速运动；③当 $\frac{11}{2} \leq t \leq 6$ 时，此时点 Q 第二次从 B 点出发向

左匀速运动，分别表述出 CP 和 CQ 的长度，再根据美好点的定义求解，即可得到答案.

【解题过程】

(1) 解：点 M 、 N 、 P 表示的数分别为3、6、7，

\therefore 点 M 到点 P 的距离是4，到点 N 的距离是3，

$$\therefore 4 + 3 \times 2 = 10,$$

\therefore 点 M 是 $[P,N]$ 的美好点，

故答案为： M ， P ， N ；

(2) 解：设点 N 表示的数为 n ，

\therefore 点 M 、 P 表示的数分别为 -4 、 -2 ，

\therefore 点 P 到点 M 的距离是2，到点 N 的距离是 $|n - (-2)| = |n + 2|$

\therefore 点 P 是 $[M,N]$ 的美好点，

$$\therefore 2 + 2|n + 2| = 10,$$

$$\therefore n = -6 \text{ 或 } 2;$$

(3) 解：①当 $0 < t < \frac{11}{4}$ 时，此时点 Q 第一次从 B 点出发向左匀速运动，

根据题意得：点 P 表示的数为 $-10 + 2t$ ，点 Q 表示的数为 $12 - 8t$ ，

\therefore 点 C 表示的数为2，

$$\therefore CP = 2 - (-10 + 2t) = 12 - 2t, \quad CQ = |12 - 8t - 2| = |10 - 8t|,$$

\therefore 点 C 恰好为 $[P,Q]$ 的美好点，

$$\therefore 12 - 2t + 2|10 - 8t| = 10,$$

$$\text{当 } 0 < t < \frac{5}{4} \text{ 时, } 12 - 2t + 2|10 - 8t| = 12 - 2t + 2(10 - 8t) = -18t + 32 = 10,$$

$$\text{解得: } t = \frac{11}{9};$$

$$\text{当 } \frac{5}{4} \leq t < \frac{11}{4} \text{ 时, } 12 - 2t + 2|10 - 8t| = 12 - 2t + 2(8t - 10) = 14t - 8 = 10,$$

$$\text{解得: } t = \frac{9}{7};$$

②当 $\frac{11}{4} \leq t < \frac{11}{2}$ 时，此时点 Q 第一次到达 A 点这番折返出发向右匀速运动，

根据题意得：点 P 表示的数为 $-10 + 2t$ ，点 Q 表示的数为 $-10 + 8\left(t - \frac{22}{8}\right) = 8t - 32$ ，

\therefore 点 C 表示的数为2，

$$\therefore CP = 2 - (-10 + 2t) = 12 - 2t, \quad CQ = |8t - 32 - 2| = |8t - 34|,$$

∵ 点 C 恰好为 $[P, Q]$ 的美好点,

$$\therefore 12 - 2t + 2|8t - 34| = 10,$$

$$\text{当 } \frac{11}{4} < t < \frac{17}{4} \text{ 时, } 12 - 2t + 2|8t - 34| = 12 - 2t + 2(34 - 8t) = -18t + 80 = 10,$$

$$\text{解得: } t = \frac{35}{9};$$

$$\text{当 } \frac{17}{4} \leq t < \frac{11}{2} \text{ 时, } 12 - 2t + 2|8t - 34| = 12 - 2t + 2(8t - 34) = 14t - 56 = 10,$$

$$\text{解得: } t = \frac{33}{7};$$

③ 当 $\frac{11}{2} \leq t \leq 6$ 时, 此时点 Q 第二次从 B 点出发向左匀速运动,

$$\text{点 } P \text{ 表示的数为 } -10 + 2t, \text{ 点 } Q \text{ 表示的数为 } 12 - 8\left(t - \frac{44}{8}\right) = 56 - 8t,$$

$$\therefore CP = 2 - (-10 + 2t) = 12 - 2t, \quad CQ = 56 - 8t - 2 = 54 - 8t,$$

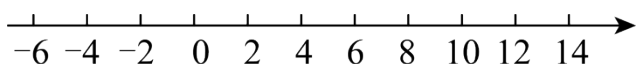
∵ 点 C 恰好为 $[P, Q]$ 的美好点,

$$\therefore 12 - 2t + 2(54 - 8t) = 10,$$

$$\text{解得: } t = \frac{55}{9} \text{ (舍)},$$

综上所述, 当 t 值为 $\frac{11}{9}$ 或 $\frac{9}{7}$ 或 $\frac{35}{9}$ 或 $\frac{33}{7}$ 秒时, 点 C 恰好为 $[P, Q]$ 的美好点.

11. (2022 秋·浙江金华·七年级校考期中) 已知 A 、 B 在数轴上对应的数分别用 a 、 b 表示, 且 $|b + 4| + (a - 6)^2 = 0$, P 是数轴上的一个点.



(1) 在数轴上标出 A 、 B 的位置, 并求出 A 、 B 两点之间的距离.

(2) 数轴上一点 C 距 A 点 7 个单位长度, 其对应的数 c 满足 $|ac| = -ac$.

① 写出 B 、 C 两点之间的距离.

② 若 PB 表示点 P 与点 B 之间的距离, PC 表示点 P 与点 C 之间的距离, 当 P 点满足 $PB = 2PC$ 时, 直接写出点 P 对应的数.

(3) 动点 P 从点 B 开始第一次向左移动 1 个单位长度, 第二次向右移动 3 个单位长度, 第三次向左移动 5 个单位长度, 第四次向右移动 7 个单位长度, 依此类推... 在这个移动过程中, 点 P 和与 A 能重合吗? 若能, 请探索是第几次移动时重合, 并写出算式说明; 若不能, 请说明理由.

【思路点拨】

(1) 由绝对值的非负性和偶次方的非负性可求出 a 、 b 的值, 再根据两点间的距离公式进行计算即可得到答

案;

(2) ①由绝对值的定义得 $ac < 0$, 从而推断出 $c < 0$, 由两点间的距离即可求出点 C 所表示的数, 从而即可得到答案; ②分两种情况: 当点 P 在 B 、 C 之间时; 当点 P 在 C 的右侧时, 根据 BC 、 PB 、 PC 之间的关系, 分别求出点 P 表示的数即可得到答案;

(3) 先表示出移动 N 次后, 点 P 对应的数为: $-4 + (-1) + 3 + (-5) + \dots + (-1)^N(2N-1)$, 再分当 N 为偶数时, 当 N 为奇数时, 分别求解即可得到答案.

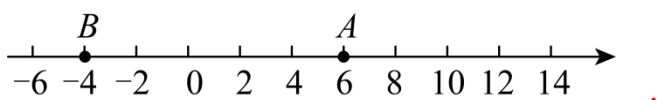
【解题过程】

(1) 解: $\because |b+4| + (a-6)^2 = 0, |b+4| \geq 0, (a-6)^2 \geq 0,$

$\therefore b+4=0, a-6=0,$

解得: $a=6, b=-4,$

\therefore 点 A 在数轴上对应的数为 6 , 点 B 在数轴上对应的数为 -4 , 画出图如下:



$\therefore AB = 6 - (-4) = 6 + 4 = 10;$

(2) 解: ①由(1)可知: $b = -4, a = 6 > 0,$

$\therefore |ac| = -ac,$

$\therefore ac < 0,$

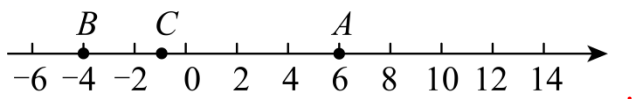
$\therefore c < 0,$

\therefore 数轴上一点 C 距 A 点 7 个单位长度,

\therefore 点 C 在数轴上表示的数为: $6-7 = -1,$

$\therefore BC = -1 - (-4) = -1 + 4 = 3;$

②如图, A 、 B 、 C 在数轴上的位置表示如下:



\therefore 点 P 满足 $PB = 2PC,$

\therefore 点 P 可能在 B 、 C 之间, 也可能在 C 的右侧,

当点 P 在 B 、 C 之间时, $BC = PB + PC = 2PC + PC = 3PC = 3,$

$\therefore PC = 1,$

\therefore 点 P 对应的数为: $-1-1 = -2,$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/107146002026010003>