

# 北师大版八年级数学下册第一章三角形的证明必考点解析

考试时间：90 分钟；命题人：数学教研组

考生注意：

- 1、本卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 100 分，考试时间 90 分钟
- 2、答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、班级填写在试卷规定位置上
- 3、答案必须写在试卷各个题目指定区域内相应的位置，如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用涂改液、胶带纸、修正带，不按以上要求作答的答案无效。

## 第 I 卷（选择题 30 分）

一、单选题（10 小题，每小题 3 分，共计 30 分）

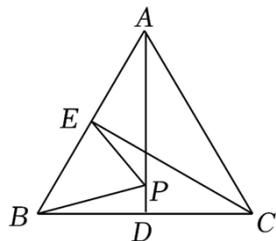
1、下列三个说法：

- ①有一个内角是  $30^\circ$ ，腰长是 6 的两个等腰三角形全等；
- ②有一个内角是  $120^\circ$ ，底边长是 3 的两个等腰三角形全等；
- ③有两条边长分别为 5，12 的两个直角三角形全等。

其中正确的个数有（ ）。

- A. 3                      B. 2                      C. 1                      D. 0

2、如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC=6\text{cm}$ ， $AD$ ， $CE$  是  $\triangle ABC$  的两条中线， $CE=4\text{cm}$ ， $P$  是  $AD$  上的一个动点，则  $BP+EP$  的最小值是（ ）



- A. 3cm                      B. 4cm                      C. 6cm                      D. 10cm

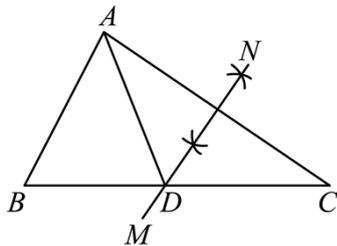
3、有两边相等的三角形的两边长为  $4\text{cm}$ ， $5\text{cm}$ ，则它的周长为（ ）

- A. 8cm                      B. 14cm                      C. 13cm                      D. 14cm 或 13cm

4、等腰三角形的一个顶角是  $80^\circ$ ，则它的底角是（ ）。

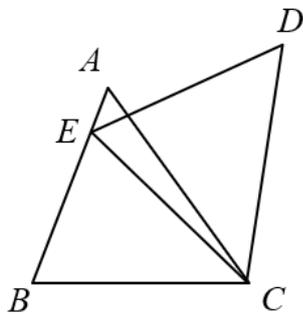
- A.  $40^\circ$                       B.  $50^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $70^\circ$

5、如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle B=62^\circ$ ， $\angle C=24^\circ$ ，分别以点  $A$  和点  $C$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}AC$  的长为半径画弧，两弧相交  $AC$  的两侧于点  $M$ 、 $N$ ，连接  $MN$ ，交  $BC$  于点  $D$ ，连接  $AD$ ，则  $\angle BAD$  的度数为（ ）



- A.  $70^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $40^\circ$

6、如图， $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ，点  $E$  在线段  $AB$  上， $\angle B=75^\circ$ ，则  $\angle ACD$  的度数为（ ）

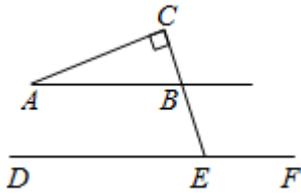


- A.  $20^\circ$                       B.  $25^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $40^\circ$

7、下列各组数中，不能作为直角三角形的三边的是（ ）

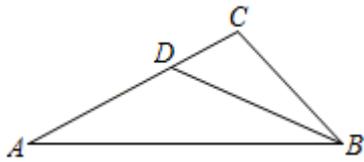
- A. 3, 4, 5                      B. 2, 3,  $\sqrt{5}$                       C. 8, 15, 17                      D.  $3^2$ ,  $4^2$ ,  $5^2$

8、如图， $AB \parallel DF$ ， $AC \perp CE$  于点  $C$ ， $BC$  与  $DF$  交于点  $E$ ，若  $\angle A=20^\circ$ ，则  $\angle CED$  等于（ ）



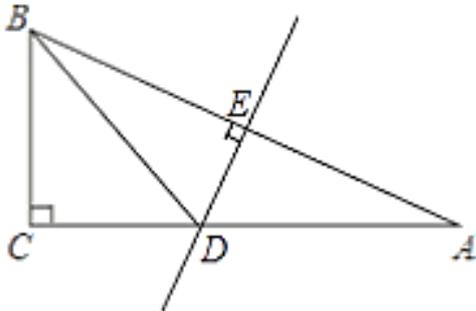
- A.  $20^\circ$                       B.  $50^\circ$                       C.  $70^\circ$                       D.  $110^\circ$

9、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BD$ 平分 $\angle ABC$ ， $\angle C=2\angle CDB$ ， $AB=12$ ， $CD=3$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为（    ）



- A. 21                      B. 24                      C. 27                      D. 30

10、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB$ 的垂直平分线 $DE$ 交 $AC$ 于点 $D$ ，垂足为 $E$ ，若 $\angle A=30^\circ$ ， $CD=2\text{cm}$ ，则 $AC$ 的长为（    ）

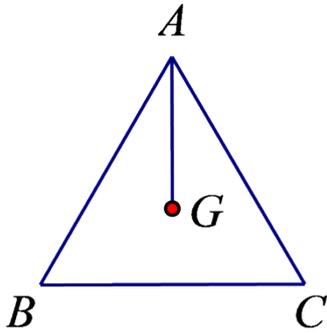


- A. 2cm                      B. 4cm                      C. 5cm                      D. 6cm

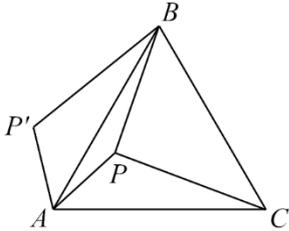
## 第II卷（非选择题 70分）

二、填空题（5小题，每小题4分，共计20分）

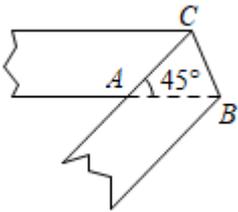
1、如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形，边长为3， $G$ 是三角形的重心，那么 $GA =$ \_\_\_\_\_.



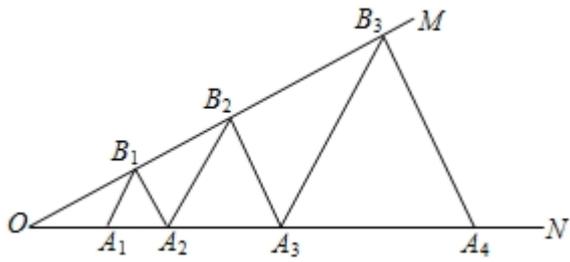
2、如图，点  $P$  是等边  $\triangle ABC$  内的一点， $PA=6$ ， $PB=8$ ， $PC=10$ ，若点  $P'$  是  $\triangle ABC$  外的一点，且  $\triangle P'AB \cong \triangle PAC$ ，则  $\angle APB$  的度数为\_\_\_\_\_。



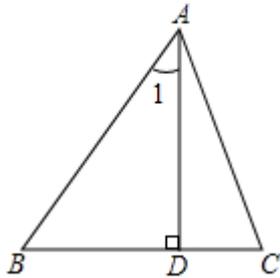
3、如图，将宽为 2cm 的纸条沿  $BC$  折叠， $\angle CAB = 45^\circ$ ，则折叠后重叠部分的面积为\_\_\_\_\_。（根号保留）



4、如图，已知  $\angle MON = 30^\circ$ ，点  $A_1, A_2, A_3, \dots$  在射线  $ON$  上，点  $B_1, B_2, B_3, \dots$  在射线  $OM$  上， $\triangle A_1B_1A_2, \triangle A_2B_2A_3, \triangle A_3B_3A_4, \dots$  均为等边三角形，若  $OA_1 = a$ ，则  $\triangle A_2B_2A_3$  的边长为\_\_\_\_\_。 $\triangle A_nB_nA_{n+1}$  的边长为\_\_\_\_\_。



5、如图， $AD \perp BC$ ， $\angle 1 = \angle B$ ， $\angle C = 65^\circ$ ， $\angle BAC =$  \_\_\_\_\_



### 三、解答题（5 小题，每小题 10 分，共计 50 分）

1、已知，在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 30^\circ$ ，点  $D$  在射线  $BC$  上，连接  $AD$ ， $\angle CAD = \alpha$ ，点  $D$  关于直线  $AC$  的对称点为  $E$ ，点  $E$  关于直线  $AB$  的对称点为  $F$ ，直线  $EF$  分别交直线  $AC$ ， $AB$  于点  $M$ ， $N$ ，连接  $AF$ ， $AE$ ， $CE$ 。

(1) 如图 1，点  $D$  在线段  $BC$  上。

① 根据题意补全图 1；

②  $\angle AEF =$  \_\_\_\_\_（用含有  $\alpha$  的代数式表示）， $\angle AMF =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$ ；

③ 用等式表示线段  $MA$ ， $ME$ ， $MF$  之间的数量关系，并证明。

(2) 点  $D$  在线段  $BC$  的延长线上，且  $\angle CAD < 60^\circ$ ，直接用等式表示线段  $MA$ ， $ME$ ， $MF$  之间的数量关系，不证明。

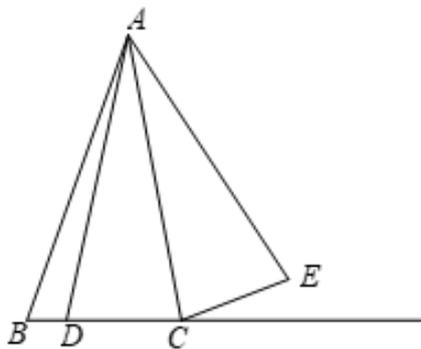
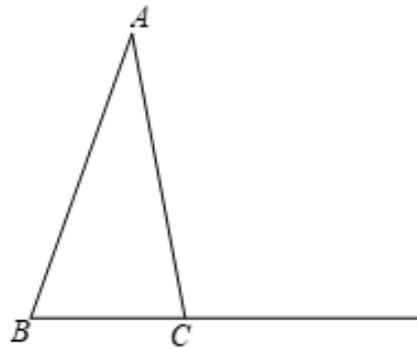
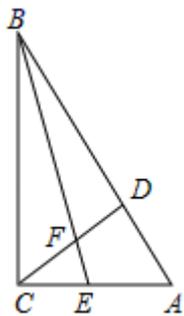


图 1



备用图

2、在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ 。现给出以下 3 个关系：① $CD$ 垂直于 $AB$ ，② $BE$ 平分 $\angle ABC$ ，③ $\angle CFE=\angle CEF$ ，请你从中任选两个作为条件，另一个作为结论构成一个命题，并证明该命题的正确性。



3、如图 1，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $A(-4, 0)$ ， $B(4, 0)$ ， $C(0, 4)$ ，给出如下定义：若 $P$ 为 $\triangle ABC$ 内（不含边界）一点，且 $AP$ 与 $\triangle BCP$ 的一条边相等，则称 $P$ 为 $\triangle ABC$ 的友爱点。

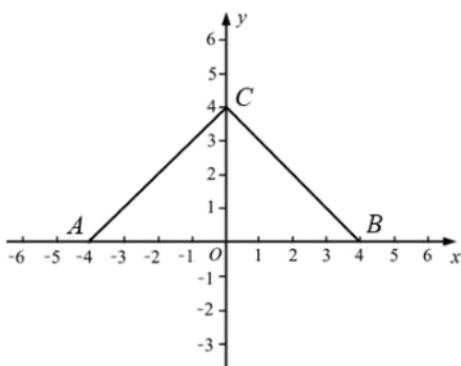


图 1

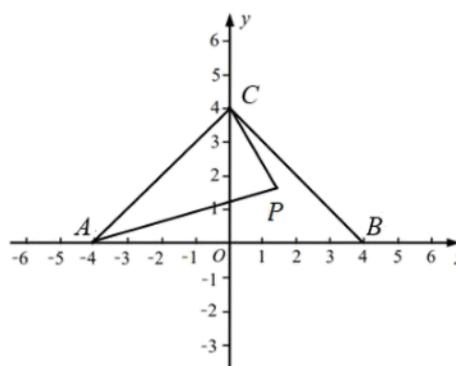


图 2

(1) 在 $P_1(0, 3)$ ， $P_2(-1, 1)$ ， $P_3(-2, 1)$ 中， $\triangle ABC$ 的友爱点是\_\_\_\_\_；

(2) 如图 2，若 $P$ 为 $\triangle ABC$ 内一点，且 $\angle PAB = \angle PCB = 15^\circ$ ，求证： $P$ 为 $\triangle ABC$ 的友爱点；

(3) 直线  $l$  为过点  $M(0, m)$ ，且与  $x$  轴平行的直线，若直线  $l$  上存在  $\triangle ABC$  的三个友爱点，直接写出  $m$

的取值范围.

4、已知:

(1)  $O$  是  $\angle BAC$  内部的一点.

①如图 1, 求证:  $\angle BOC > \angle A$ ;

②如图 2, 若  $OA=OB=OC$ , 试探究  $\angle BOC$  与  $\angle BAC$  的数量关系, 给出证明.

(2) 如图 3, 当点  $O$  在  $\angle BAC$  的外部, 且  $OA=OB=OC$ , 继续探究  $\angle BOC$  与  $\angle BAC$  的数量关系, 给出证明.

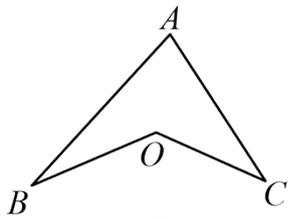


图1

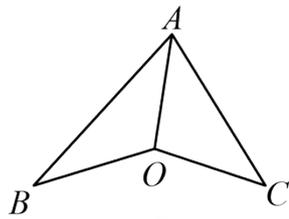


图2

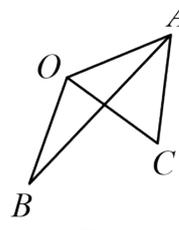
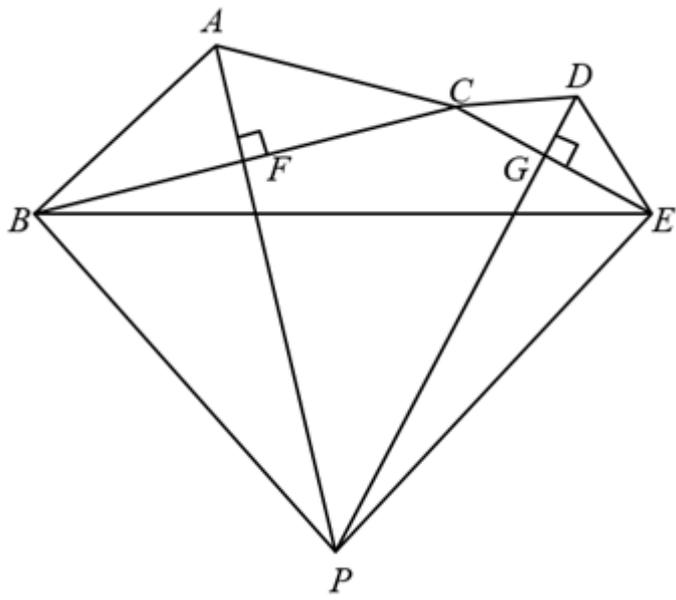


图3

5、如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $AF \perp BC$ , 在  $\triangle CDE$  中,  $DC=DE$ ,  $DG \perp CE$ ,  $AF$  和  $DG$  的延长线交于点  $P$ , 连接  $BP$ 、 $EP$ .

(1) 求证:  $BP=EP$ ;

(2) 若  $\angle BCE=135^\circ$ , 试判断  $\triangle PBE$  的形状, 并给出证明.



-参考答案-

一、单选题

1、C

【分析】

根据三角形全等的判定方法，等腰三角形的性质和直角三角形的性质判断即可.

【详解】

解：①当一个是底角是  $30^\circ$ ，一个是顶角是  $30^\circ$  时，两三角形就不全等，故本选项错误；

②有一个内角是  $120^\circ$ ，底边长是 3 的两个等腰三角形全等，本选项正确；

③当一条直角边为 12，一条斜边为 12 时，两个直角三角形不全等，故本选项错误；正确的只有 1 个，

故选：C.

【点睛】

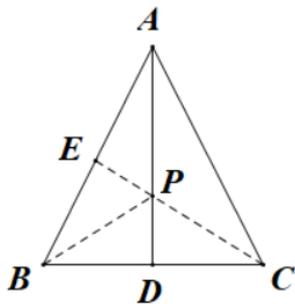
本题考查了全等三角形的判定定理，等腰三角形的性质和直角三角形的性质，熟练掌握全等三角形的判定定理是解题的关键.

2、B

【分析】

连接  $CE$  交  $AD$  于点  $P$ ，则  $BP+EP$  的最小值为  $CE$  的长.

【详解】



如图，连接  $CE$  交  $AD$  于点  $P$ ，

$\because AB=AC$ ， $AD$  是  $BC$  的中线，

$\therefore AD \perp BC$ ，

$\therefore BP=CP$ ，

$\therefore BP+EP=CP+EP \geq CE$ ，

$\therefore BP+EP$  的最小值为  $CE$  的长，

$\because CE=4\text{cm}$ ，

$\therefore BP+EP$  的最小值为  $4\text{cm}$ ，

故选：B.

#### 【点睛】

本题是典型的将军饮马问题，考查了等腰三角形三线合一的性质和两点间线段最短知识，关键是把  $BP+EP$  的最小值转化为  $CP+EP$  的最小值，从而根据两点间线段最短解决最小值的问题.

3、D

#### 【分析】

有两边相等的三角形，是等腰三角形，两边分别为  $5\text{cm}$  和  $4\text{cm}$ ，但没有明确哪是底边，哪是腰，所以有两种情况，需要分类讨论.

#### 【详解】

解：当  $4$  为底时，其它两边都为  $5$ ，

$4$ 、 $5$ 、 $5$  可以构成三角形，周长为  $14\text{cm}$ ；

当  $4$  为腰时，其它两边为  $4$  和  $5$ ，

$4$ 、 $4$ 、 $5$  可以构成三角形，周长为  $13\text{cm}$  .

综上所述，该等腰三角形的周长是  $13\text{cm}$  或  $14\text{cm}$  .

故选：D.

**【点睛】**

本题考查了等腰三角形的性质和三角形的三边关系，解题的关键是对于底和腰不等的等腰三角形，若条件中没有明确哪边是底哪边是腰时，应在符合三角形三边关系的前提下分类讨论.

4、B

**【分析】**

依据三角形的内角和是  $180^\circ$  以及等腰三角形的性质即可解答.

**【详解】**

解：  $(180^\circ - 80^\circ) \div 2$

$=100^\circ \div 2$

$=50^\circ$  ；

答：底角为  $50^\circ$  .

故选：B.

**【点睛】**

本题主要考查三角形的内角和定理及等腰三角形的两个底角相等的特点.

5、A

**【分析】**

根据  $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC$ ，想办法求出  $\angle BAC$ ， $\angle DAC$  即可解决问题.

**【详解】**

解：  $\because \angle B = 62^\circ$ ， $\angle C = 24^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$ ，

由作图可知：  $MN$  垂直平分线段  $AC$ ，

$\therefore DA = DC$ ，

$$\therefore \angle DAC = \angle C = 24^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAD = 94^\circ - 24^\circ = 70^\circ ,$$

故选：A.

### 【点睛】

本题考查作图-基本作图，线段的垂直平分线的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

6、C

### 【分析】

根据全等三角形的性质可证得  $BC=CE$ ， $\angle ACB=\angle DCE$  即  $\angle ACD=\angle BCE$ ，根据等腰三角形的性质和三角形的内角和定理求解  $\angle B=\angle BEC$  和  $\angle BCE$  即可.

### 【详解】

解：  $\because \triangle ABC \cong \triangle DEC$ ，

$$\therefore BC=CE, \angle ACB=\angle DCE,$$

$$\therefore \angle B=\angle BEC, \angle ACD=\angle BCE,$$

$$\because \angle B = 75^\circ ,$$

$$\therefore \angle ACD=\angle BCE=180^\circ - 2 \times 75^\circ = 30^\circ ,$$

故选：C.

### 【点睛】

本题考查全等三角形的性质、等腰三角形的性质、三角形的内角和定理，熟练掌握全等三角形的性质和等腰三角形的性质是解答的关键.

7、D

### 【分析】

由题意直接根据勾股定理的逆定理即如果三角形有两边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形是直角三角形，如果没有这种关系，这个就不是直角三角形进行分析判断即可.

【详解】

解：A、 $3^2+4^2=5^2$ ，符合勾股定理的逆定理，故选项错误；

B、 $2^2+(\sqrt{5})^2=3^2$ ，符合勾股定理的逆定理，故选项错误；

C、 $8^2+15^2=17^2$ ，符合勾股定理的逆定理，故选项错误；

D、 $\because (3^2)^2+(4^2)^2=81+256=337$ ， $(5^2)^2=625$ ，

$\therefore (3^2)^2+(4^2)^2 \neq (5^2)^2$ ，不符合勾股定理的逆定理即此时三角形不是直角三角形，故选项正确.

故选：D.

### 【点睛】

本题考查勾股定理的逆定理，注意掌握在应用勾股定理的逆定理时，应先认真分析所给边的大小关系，确定最大边后，再验证两条较小边的平方和与最大边的平方之间的关系，进而作出判断.

8、C

### 【分析】

由  $AC \perp CE$  与  $\angle A = 20^\circ$ ，即可求得  $\angle ABC$  的度数，又由  $AB \parallel DF$ ，根据两直线平行，同位角相等，即可求得  $\angle CED$  的度数.

### 【详解】

解： $\because AC \perp CE$ ，

$\therefore \angle C = 90^\circ$ ，

$\because \angle A = 20^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = 70^\circ$ ，

$\because AB \parallel DF$ ，

$\therefore \angle CED = \angle ABC = 70^\circ$ .

故选：C.

### 【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/107153011165010010>