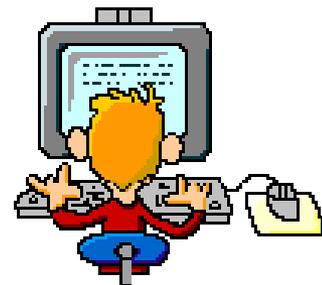




§ 2.2.2 事件的相互独立性



复习回忆

(1) 什么叫做互斥事件？什么叫做对立事件？

不可能同步发生的两个事件叫做互斥事件；假如两个互斥事件有一种发生时另一种必不发生，这么的两个互斥事件叫对立事件.

(2) 两个互斥事件A、B有一种发生的概率公式是什么？
 $P(A+B)=P(A)+P(B)$

(3) 若A与 \bar{A} 为对立事件，则P(A)与P(\bar{A})关系怎样？

$$P(A)+P(\bar{A})=1$$

复习回忆

(4) 条件概率

设事件A和事件B，且 $P(A)>0$ ，在已知事件A发生的条件下事件B发生的概率，叫做**条件概率**。记作 **$P(B|A)$** 。

(5) 条件概率计算公式:

$$P(B|A) = \frac{n(AB)}{n(A)} = \frac{P(AB)}{P(A)}$$

注意条件：必须 $P(A)>0$

俗话说：“三个臭皮匠抵个诸葛亮”。

我们是怎样来了解这句话的？



诸葛亮 VS 臭皮匠团队



比赛规则： 团队组员必须每人独立完毕问题，团队中有一人获胜即为团队获胜。

实力分析： 诸葛亮解出的概率为80%，
臭皮匠老大解出的概率为50%，
臭皮匠老二解出的概率为45%，
臭皮匠老三解出的概率为40%。



诸葛亮 VS 臭皮匠团队



比赛规则： 团队组员必须每人**独立**完毕问题，团队中有一人获胜即为团队获胜。

实力分析： 诸葛亮解出的概率为80%，
臭皮匠老大解出的概率为50%，
臭皮匠老二解出的概率为45%，
臭皮匠老三解出的概率为40%。

问： 三个臭皮匠能抵一种诸葛亮吗？



设事件**A**：老大解出问题；事件**B**：老二解出问题；

②公式 $P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C)$

利用问题

的前提：事件A、B、C彼此互斥。

= 0.8

那么，臭皮匠联队赢得比赛概率为

$$P(A + B + C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$= 0.5 + 0.45 + 0.4 = 1.35$$

$$\therefore P(A + B + C) > P(D)$$

所以，合三个臭皮匠之力，把握就大过诸

①事件的概率不可能不小于1

你认同以上的观点吗？

一. 新课引入

问题：

甲坛子里有3个白球，2个黑球，乙坛子里有2个白球，2个黑球，从这两个坛子里分别摸出1个球，它们都是白球的概率是多少？

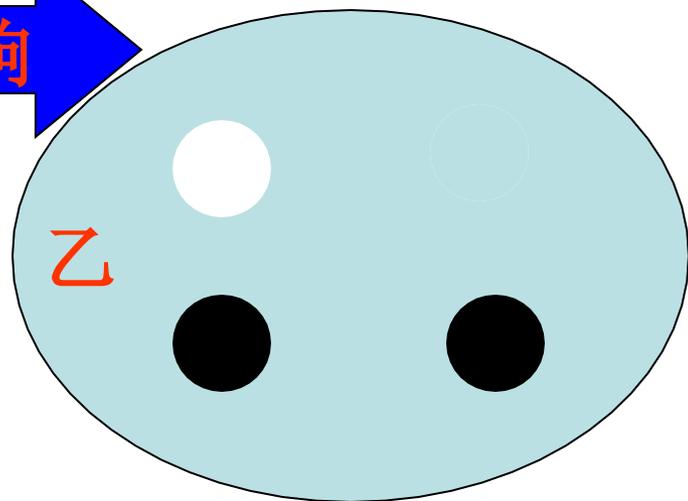
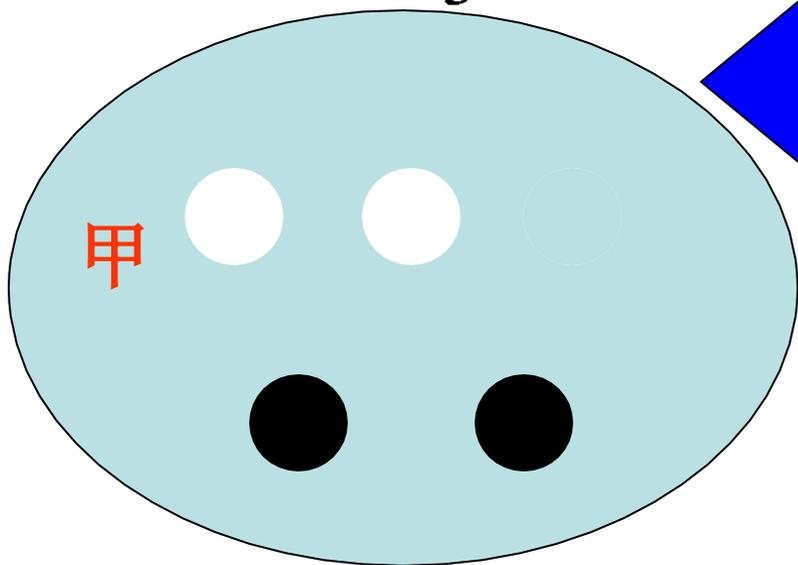
把“从甲坛子里摸出1个球，得到白球”叫做事件

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

把“从乙坛子里摸出1个球，得到白球”叫做事件B

$$P(B) = \frac{2}{4}$$

没有影响



二. 新课

1. 独立事件的定义

事件A(或B)是否发生对事件B(或A)发生的概率没有影响, 这么的两个事件叫做**相互独立事件**.

想一想 如果事件A
与B相互独立, 那么A与 \bar{B} ,
 \bar{A} 与B, \bar{A} 与 \bar{B} 是否也相互独立?



填空:

事件 \bar{A} 是指从甲坛子里摸出1个球,得到黑球;

事件 \bar{B} 是指从乙坛子里摸出1个球,得到黑球;

A 与 \bar{B} 是相互独立事件;

\bar{A} 与 B 是相互独立事件;

\bar{A} 与 \bar{B} 是相互独立事件.

如果事件 A 与 B 相互独立,

那么 A 与 \bar{B} , \bar{A} 与 B , \bar{A} 与 \bar{B}

也都相互独立

二、讲授新课

1、相互独立事件的定义：

事件A(或B)是否发生对事件B(或A)发生的概率没有影响，则称事件A与B为**相互独立事件**。

2、相互独立事件的性质：

若事件 A 与 B 相互独立，则事件 A 与 \bar{B} ， \bar{B} 与 B ， \bar{A} 与 \bar{A} 也相互独立。

3、相互独立事件同步发生的概率：

符号表达：相互独立事件A与B同步发生，记作 $A \cdot B$

2、相互独立事件的性质：

(1)必然事件 Ω 及不可能事件 \emptyset 与任何事件A相互独立.

(2).互斥事件和相互独立事件是两个不同概念：

两个事件互斥是指这两个事件不可能同步发生；

两个事件相互独立是指一种事件的发生是否对另一种事件发生的概率没有影响。

(3).假如事件A与B相互独立，那么 \bar{A} 与 \bar{B} ， \bar{A} 与B， A 与 \bar{B} 是不是相互独立的

$$(3. P(B|A)=P(B) \Leftrightarrow P(A|B)=P(A)P(B))$$

巩固练习 (1)

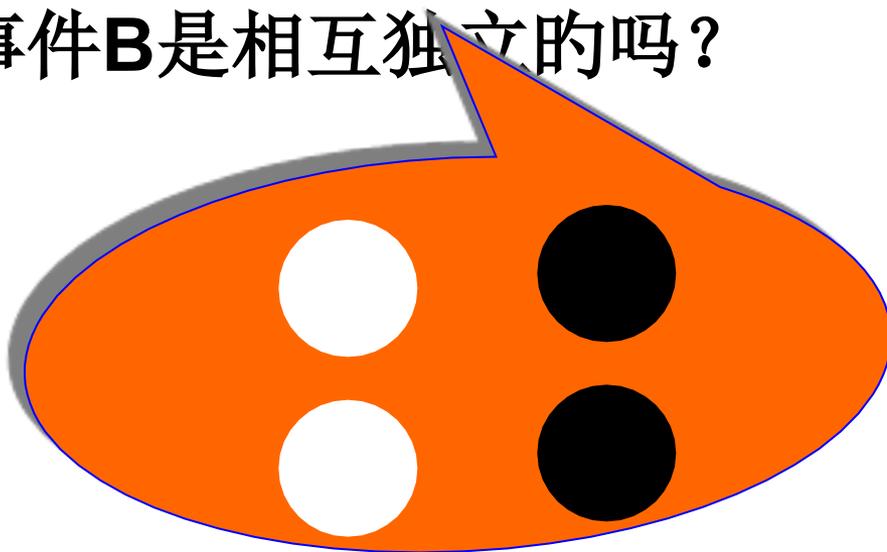
1、一种口袋装有2个白球和2个黑球，把“从中任意摸出1个球，得到白球”记作事件A，把“从剩余的3个球中

任意摸出1个球，得到白球”记作事件B，那么， $\frac{1}{3}$

(1) 在先摸出白球后，再摸出白球的概率是多少？ $\frac{2}{3}$

(2) 在先摸出黑球后，再摸出白球的概率是多少？

(3) 这里事件A与事件B是相互独立的吗？



2、下列各对事件，哪些是互斥事件？哪些是相互独立事件？为何？

(1) 在高一地理睬考中，“甲的成绩合格”与“乙的成绩不合格” 不是互斥事件，而是相互独立事件。

(2) 在一口袋内装有 3 个白球和 2 个黑球，“则从中任取一种，得到白球”与在剩余的 4 个球中，任意取出一种，得到黑球” 不是互斥，也不相互独立事件。

(3) “掷一枚硬币，得到正面对上”与掷一骰枚子，向上的面是 3 点” 不是互斥事件，而是相互独立事件。

从甲坛子里摸出1个球，有 5 种等可能的成果；从乙坛子里摸出1个球，有 4 种等可能的成果。于是从两个坛子里各摸出1个球，共有 5×4 种等可能的成果。

(白, 白)	(白, 白)	(白, 黑)	(白, 黑)
(白, 白)	(白, 白)	(白, 黑)	(白, 黑)
(白, 白)	(白, 白)	(白, 黑)	(白, 黑)
(黑, 白)	(黑, 白)	(黑, 黑)	(黑, 黑)
(黑, 白)	(黑, 白)	(黑, 黑)	(黑, 黑)

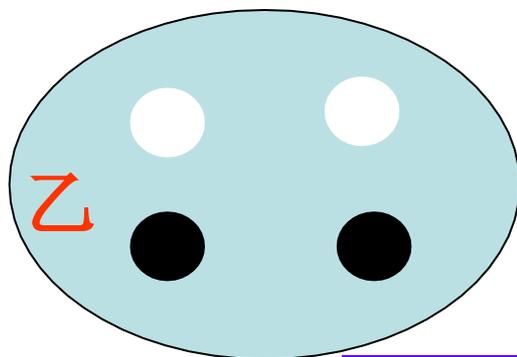
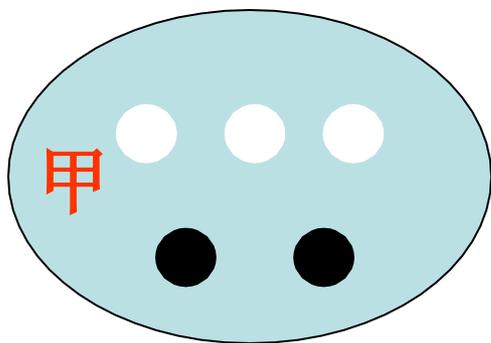
同步摸出白球的成果有 3×2 种。



$$\therefore P(A \bullet B) = \frac{3 \times 2}{5 \times 4}$$

又 $Q P(A) = \frac{3}{5}$,

$$P(B) = \frac{2}{4}.$$



猜测：

$$P(A \bullet B) = P(A) \bullet P(B)$$

相互独立事件同步发生的概率公式

1. 若A、B是相互**独立**事件，则有 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$

即两个相互独立事件同步发生的概率，
等于每个事件发生的概率的积。

2. 推广：假如事件 A_1, A_2, \dots, A_n 相互独立，那么这n个事件同步发生的概率

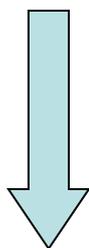
等于每个事件发生的概率的积。即：

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \dots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

应用公式的前提：

1. 事件之间相互独立
2. 这些事件同步发生。

假如A、B是两个相互独立的事件，
那么 $1-P(A) \cdot P(B)$ 表达什么？



想一想？

表达相互独立事件A、B中
至少有一种不发生的概率

即

$$1-P(A) \cdot P(B) = P(\bar{A}\bar{B} + \bar{A}B + A\bar{B})$$

学习准备： 甲、乙两同学同步解一道数学题，设事件A：“甲同学做对”，事件B：“乙同学做对”，试用事件A、B表达下列事件：

(1) 甲同学做错、乙同学做对。 $\overline{A} \cdot B$

(2) 甲、乙两同学同步做错。 $\overline{A} \cdot \overline{B}$

(3) 甲、乙两同学中至少有一人做对。

(4) 甲、乙两同学中至多有一人做对。

(5) 甲、乙两同学中恰有一人做对。

$$(3) \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} + A \cdot B = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$

$$(4) \overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot B = \overline{A \cdot B} \quad (5) \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$

概 率	意 义
$P(A \cdot B)$	A 、 B 同时发生
$P(\bar{A} \cdot B)$	A 不发生 B 发生
$P(A \cdot \bar{B})$	A 发生 B 不发生
$P(\bar{A} \cdot \bar{B})$	A 不发生 B 不发生
$P(\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B})$	A 、 B 中恰有一个发生
$1 - P(\bar{A} \cdot \bar{B})$	A 、 B 中至少有一个发生
$1 - P(A \cdot B)$	A 、 B 中至多有一个发生

用数学符号语言描述下列情况：

① A、B、C同步发生； ① $A \cdot B \cdot C$

② A、B、C都不发生； ② $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$

③ A、B、C中恰有一种发生；
③ $A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$

④ A、B、C中至少有一种发生；

⑤ A、B、C中至多有一种发生。

⑤ $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$

1

生产一种零件，甲车间的合格率是96%，乙车间的合格率是97%，从它们生产的零件中各抽取1件，都抽到合格品的概率是多少？

解： 设从甲车间生产的零件中抽取1件得到合格品为事件A，从乙车间抽取一件得到合格品为事件B。那么，2件都是合格品就是事件A•B发生，又事件A与B相互独立，所以抽到合格品的概率为

$$\begin{aligned} P(A \bullet B) &= P(A) \bullet P(B) \\ &= \frac{96}{100} \bullet \frac{97}{100} = \frac{582}{625} \end{aligned}$$

答：抽到合格品的概率是 $\frac{582}{625}$

2 甲、乙二人各进行1次射击比赛，假如2人击中目的的概率都是0.6，计算：
(1) 两人都击中目的的概率；

解2) (其中记“甲射击1次，击中目的”为事件A“乙射击1次，击中目的”为事件B且A与B相互独立，又A与B各射击1次，都击中目的，就是事件A,B同时发生，根据相互独立事件的概率的乘法公式，得到

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) = 0.6 \times 0.6 = 0.36$$

答：两人都击中目的的概率是0.36

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/108104013130006132>