

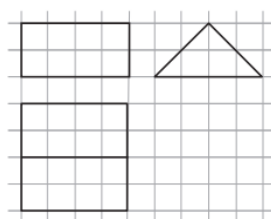
青海省果洛市重点中学 2023-2024 学年高三下第一次测试数学试题

注意事项:

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

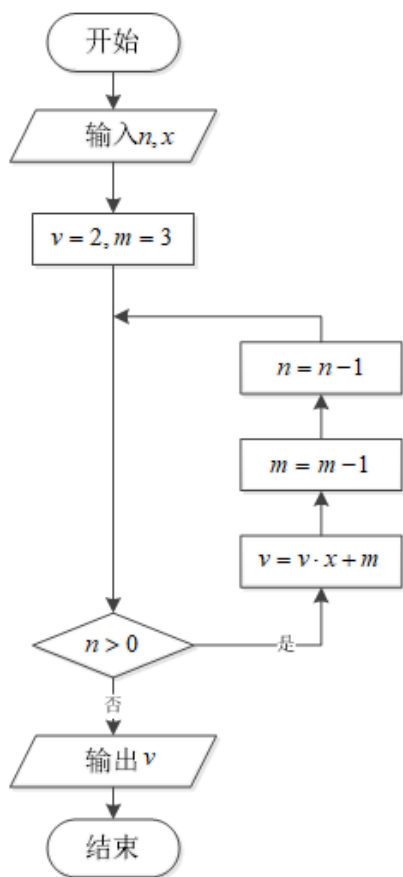
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图所示，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某几何体的三视图，其中左视图中三角形为等腰直角三角形，则该几何体外接球的体积是（ ）



- A. 16π
- B. $\frac{32\pi}{3}$
- C. $\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$
- D. $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$

2. 秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州（现四川省安岳县）人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法.如图所示的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例.若输入 n 、 x 的值分别为 3、1，则输出 v 的值为（ ）



- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $AC=2$, $\angle BAC=60^\circ$, 点 D , E 分别在线段 AB , CD 上, 且 $BD=2AD$, $CE=2ED$, 则 $\vec{BE} \cdot \vec{AB} =$ ().

- A. -3 B. -6 C. 4 D. 9

4. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid y = \lg(1-x)\}$, $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{x}}\right\}$ 则 $(\complement_U A) \cap B =$ ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

5. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线与 x 轴的交点为 K , 点 P 为抛物线上任意一点 $\angle KPF$ 的平分线与 x 轴交于 $(m, 0)$, 则 m 的最大值为 ()

- A. $3-2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}-3$ C. $2-\sqrt{3}$ D. $2-\sqrt{2}$

6. 已知复数 z 满足 $z = i(1-i)$, (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

7. 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = \sqrt{2}AB$, D 是 BC 的中点, 则异面直线 AD 与 A_1C 所成的角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

8. 胡夫金字塔是底面为正方形的锥体，四个侧面都是相同的等腰三角形. 研究发现，该金字塔底面周长除以2 倍的塔高，恰好为祖冲之发现的密率 $\frac{355}{113} \approx \pi$. 设胡夫金字塔的高为 h ，假如对胡夫金字塔进行亮化，沿其侧棱和底边布设单条灯带，则需要灯带的总长度约为

- A. $(4\pi + \frac{\sqrt{2\pi^2 + 4}}{2})h$ B. $(2\pi + \frac{\sqrt{\pi^2 + 16}}{4})h$
C. $(8\pi + 4\sqrt{2\pi^2 + 1})h$ D. $(2\pi + \sqrt{2\pi^2 + 16})h$

9. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$ ， $a_1 + a_3 + a_5 = 21$ ，则 $a_3 + a_5 + a_7 =$ ()

- A. 21 B. 42 C. 63 D. 84

10. 已知圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ 关于双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线对称，则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. 5 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{5}{4}$

11. 已知 m 为实数，直线 $l_1: mx + y - 1 = 0$ ， $l_2: (3m - 2)x + my - 2 = 0$ ，则“ $m = 1$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的 ()

- A. 充要条件 B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

12. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 0 \leq 2x + y \leq 6 \\ 3 \leq x - y \leq 6 \end{cases}$ ，则 $z = x + 2y$ 的最大值为 ()

- A. 10 B. 8 C. 5 D. 3

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在 $(x + a)^6$ 的展开式中的 x^3 系数为 160，则 $a =$ _____.

14. 函数 $f(x) = |x^2 - 1| + x^2 + kx + 9$ 在区间 $(0, 3)$ 内有且仅有两个零点，则实数 k 的取值范围是_____.

15. 在回归分析的问题中，我们可以通过对数变换把非线性回归方程 $y = c_1 e^{c_2 x}$ ，($c_1 > 0$) 转化为线性回归方程，即两边取对数，令 $z = \ln y$ ，得到 $z = c_2 x + \ln c_1$. 受其启发，可求得函数 $y = x^{\log_3(9x)}$ ($x > 0$) 的值域是_____.

16. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，过点 F 且斜率为 1 的直线与抛物线 C 交于点 A, B ，以线段 AB 为直径的圆 E 上存在点 P, Q ，使得以 PQ 为直径的圆过点 $D(-2, t)$ ，则实数 t 的取值范围为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = ax - (a+1)\ln x - \frac{1}{x} + 2 (a \in \mathbf{R})$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 单调性;

(2) 当 $a = -2$ 时, 求证: $f(x) < e^x - 2x - \frac{1}{x}$.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos(x - \frac{\pi}{6})$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

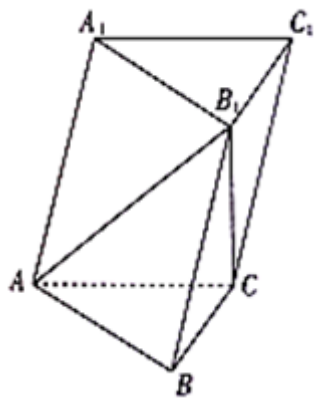
19. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点为 F , 上顶点为 A , 直线 AF 与直线 $x + y - 3\sqrt{2} = 0$ 垂直,

垂足为 B , 且点 A 是线段 BF 的中点.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 若 M, N 分别为椭圆 C 的左, 右顶点, P 是椭圆 C 上位于第一象限的一点, 直线 MP 与直线 $x = 4$ 交于点 Q , 且 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{NQ} = 9$, 求点 P 的坐标.

20. (12 分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC = BC = 1, AB = \sqrt{2}, B_1C = 1, B_1C \perp$ 平面 ABC .



(1) 证明: 平面 $A_1ACC_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1

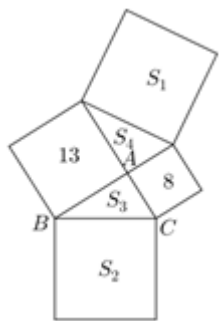
(2) 求二面角 $A - B_1B - C$ 的余弦值.

21. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的方程为 $x^2 - 2x + y^2 = 0$. 以原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{3} (\rho \in \mathbf{R})$.

(1) 写出曲线 C 的极坐标方程, 并求出直线 l 与曲线 C 的交点 M, N 的极坐标;

(2) 设 P 是椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上的动点, 求 V_{PMN} 面积的最大值.

22. (10 分) 某市计划在一片空地上建一个集购物、餐饮、娱乐为一体的大型综合园区, 如图, 已知两个购物广场的占地都呈正方形, 它们的面积分别为 13 公顷和 8 公顷. 美食城和欢乐大世界的占地也都呈正方形, 分别记它们的面积为 S_1 公顷和 S_2 公顷; 由购物广场、美食城和欢乐大世界围成的两块公共绿地都呈三角形, 分别记它们的面积为 S_3 公顷和 S_4 公顷.



(1) 设 $\angle BAC = \theta$, 用关于 θ 的函数 $S(\theta)$ 表示 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, 并求 $S(\theta)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上的最大值的近似值 (精确到 0.001 公顷);

(2) 如果 $S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 52$, 并且 $S_1 < S_2$, 试分别求出 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 的值.

参考答案

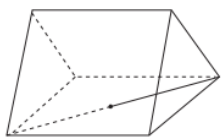
一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

作出三视图所表示几何体的直观图, 可得直观图为直三棱柱, 并且底面为等腰直角三角形, 即可求得外接球的半径, 即可得外接球的体积.

【详解】



如图为几何体的直观图, 上下底面为腰长为 $\sqrt{2}$ 的等腰直角三角形, 三棱柱的高为 4, 其外接球半径为 $r = 2\sqrt{2}$

, 所以体积为 $V = \frac{4}{3}\pi \times (2\sqrt{2})^3 = \frac{64\sqrt{2}}{3}\pi$.

故选: C

【点睛】

本题考查三视图还原几何体的直观图、球的体积公式, 考查空间想象能力、运算求解能力, 求解时注意球心的确定.

2、B

【解析】

列出循环的每一步, 由此可得出输出的 v 值.

【详解】

由题意可得: 输入 $n=3$, $x=1$, $v=2$, $m=3$;

第一次循环, $v=2 \times 1 + 3 = 5$, $m=3-1=2$, $n=3-1=2$, 继续循环;

第二次循环, $v=5 \times 1 + 2 = 7$, $m=2-1=1$, $n=2-1=1$, 继续循环;

第三次循环, $v=7 \times 1 + 1 = 8$, $m=1-1=0$, $n=1-1=0$, 跳出循环;

输出 $v=8$.

故选: B.

【点睛】

本题考查根据算法框图计算输出值, 一般要列举出算法的每一步, 考查计算能力, 属于基础题.

3、B

【解析】

根据题意, 分析可得 $AD=1$, 由余弦定理求得 DC 的值, 由

$\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE}) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB}$ 可得结果.

【详解】

根据题意, $AB=3$, $BD=2AD$, 则 $AD=1$

在 $\triangle ADC$ 中, 又 $AC=2$, $\angle BAC=60^\circ$

则 $DC^2 = AD^2 + AC^2 - 2AD \cdot AC \cos \angle BAC = 3$

则 $DC = \sqrt{3}$

则 $CD \perp AB$

则 $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE}) \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AB} = 3 \times 2 \times \cos 180^\circ = -6$

故选: B

【点睛】

此题考查余弦定理和向量的数量积运算，掌握基本概念和公式即可解决，属于简单题目.

4、D

【解析】

根据函数定义域的求解方法可分别求得集合 A, B ，由补集和交集定义可求得结果.

【详解】

$$Q A = \{x | 1 - x > 0\} = (-\infty, 1), \quad B = (0, +\infty), \quad \therefore \complement_U A = [1, +\infty),$$

$$\therefore (\complement_U A) \cap B = [1, +\infty).$$

故选：D.

【点睛】

本题考查集合运算中的补集和交集运算问题，涉及到函数定义域的求解，属于基础题.

5、A

【解析】

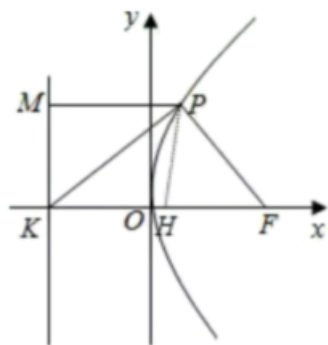
求出抛物线的焦点坐标，利用抛物线的定义，转化求出比值， $\frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2+4x}} = \frac{1-m}{1+m}$ ，

求出等式左边式子的范围，将等式右边代入，从而求解.

【详解】

解：由题意可得，焦点 $F(1, 0)$ ，准线方程为 $x = -1$ ，

过点 P 作 PM 垂直于准线， M 为垂足，



由抛物线的定义可得 $|PF| = |PM| = x + 1$ ，

记 $\angle KPF$ 的平分线与 x 轴交于 $H(m, 0)$ ， $(-1 < m < 1)$

根据角平分线定理可得 $\frac{|PF|}{|PK|} = \frac{|PM|}{|PK|} = \frac{|FH|}{|KH|}$ ，

$$\therefore \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2+4x}} = \frac{1-m}{1+m},$$

当 $x=0$ 时, $m=0$,

$$\text{当 } x \neq 0 \text{ 时, } \frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2+4x}} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{4}{x+\frac{1}{x}+2}}} \in \left[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right),$$

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \frac{1-m}{1+m} < 1 \Rightarrow 0 < m \leq 3-2\sqrt{2},$$

综上: $0 \leq m \leq 3-2\sqrt{2}$.

故选: A.

【点睛】

本题主要考查抛物线的定义、性质的简单应用, 直线的斜率公式、利用数形结合进行转化是解决本题的关键. 考查学生的计算能力, 属于中档题.

6、A

【解析】

$$z = i(1-i) = 1+i, \text{ 故 } |z| = \sqrt{2}, \text{ 故选 A.}$$

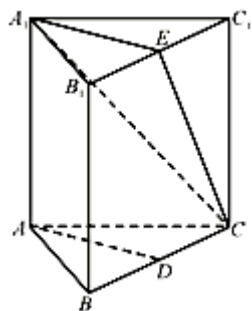
7、C

【解析】

取 B_1C_1 中点 E , 连接 A_1E , CE , 根据正棱柱的结构性质, 得出 $A_1E \parallel AD$, 则 $\angle CA_1E$ 即为异面直线 AD 与 A_1C 所成角, 求出 $\tan \angle CA_1E = \frac{CE}{A_1E}$, 即可得出结果.

【详解】

解: 如图, 取 B_1C_1 中点 E , 连接 A_1E , CE ,



由于正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$, 则 $BB_1 \perp$ 底面 $A_1B_1C_1$,

而 $A_1E \subset$ 底面 $A_1B_1C_1$ ，所以 $BB_1 \perp A_1E$ ，

由正三棱柱的性质可知， $\triangle A_1B_1C_1$ 为等边三角形，

所以 $A_1E \perp B_1C_1$ ，且 $A_1E \cap B_1C_1 = E$ ，

所以 $A_1E \perp$ 平面 BB_1C_1C ，

而 $EC \subset$ 平面 BB_1C_1C ，则 $A_1E \perp EC$ ，

则 $A_1E \parallel AD$ ， $\angle A_1EC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CA_1E$ 即为异面直线 AD 与 A_1C 所成角，

设 $AB = 2$ ，则 $AA_1 = 2\sqrt{2}$ ， $A_1E = \sqrt{3}$ ， $CE = 3$ ，

$$\text{则 } \tan \angle CA_1E = \frac{CE}{A_1E} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle CA_1E = \frac{\pi}{3}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查通过几何法求异面直线的夹角，考查计算能力.

8、D

【解析】

设胡夫金字塔的底面边长为 a ，由题可得 $\frac{4a}{2h} = \pi$ ，所以 $a = \frac{\pi h}{2}$ ，

$$\text{该金字塔的侧棱长为 } \sqrt{h^2 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2} = \sqrt{h^2 + \frac{\pi^2 h^2}{8}} = \frac{h\sqrt{2\pi^2 + 16}}{4},$$

所以需要灯带的总长度约为 $4 \times \frac{h\sqrt{2\pi^2 + 16}}{4} + 4 \times \frac{\pi h}{2} = (2\pi + \sqrt{2\pi^2 + 16})h$ ，故选 D.

9、B

【解析】

由 $a_1 + a_3 + a_5 = 21$ 得 $a_1(1 + q^2 + q^4) = 21 \therefore 1 + q^2 + q^4 = 7 \therefore q^2 = 2 \therefore a_3 + a_5 + a_7 = q^2(a_1 + a_3 + a_5) = 2 \times 21 = 42$ ，选 B.

10、C

【解析】

将圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ ，化为标准方程为，求得圆心为 $(2, -1)$. 根据圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ 关于双曲线

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/115110214122011222>