2022-2023学年安徽省庐江县六校联盟高三全真四模数学试题试卷

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_1$的直线交椭圆$C$于$A$，$B$两点，若$\angle ABF_2=90°$，且$\triangle ABF_2$的三边长$|BF_2|$，$|AB|$，$|AF_2|$成等差数列，则$C$的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

2．过抛物线$E:x^2=2py(p>0)$的焦点*F*作两条互相垂直的弦*AB*，*CD*，设*P*为抛物线上的一动点，$Q(1,2)$，若$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{1}{4}$，则$|PF|+|PQ|$的最小值是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

3．若复数$z=(3-i)(1+i)$，则$|z|=$（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．$\sqrt{10}$　　D．20

4．直角坐标系xOy中，双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a$，$b>0$）与抛物线$y^2=2bx$相交于$A$、$B$两点，若$\triangle OAB$是等边三角形，则该双曲线的离心率$e=$（　）

A．$\frac{4}{3}$　　B．$\frac{5}{4}$　　C．$\frac{6}{5}$　　D．$\frac{7}{6}$

5．将函数$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位，得到$g(x)$的图象，则$g(x)$满足（　　）

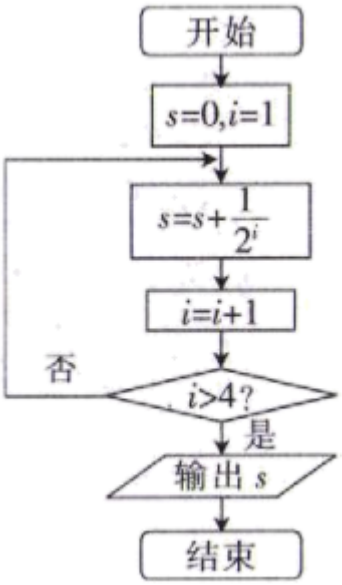
A．图象关于点$\left(\frac{\pi}{12},0\right)$对称，在区间$\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$上为增函数

B．函数最大值为2，图象关于点$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$对称

C．图象关于直线$x=\frac{\pi}{6}$对称，在$\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$上的最小值为1

D．最小正周期为π，$g\left(x\right)=1$在$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$有两个根

6．执行如图所示的程序框图，输出的结果为（　　）



A．$\frac{7}{8}$　　B．$\frac{15}{8}$　　C．$\frac{31}{16}$　　D．$\frac{15}{16}$

7．过椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左焦点$F$的直线过$C$的上顶点$B$，且与椭圆$C$相交于另一点$A$，点$A$在$y$轴上的射影为$A'$，若$\frac{\left|FO\right|}{\left|AA'\right|}=\frac{3}{4}$，$O$是坐标原点，则椭圆$C$的离心率为（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

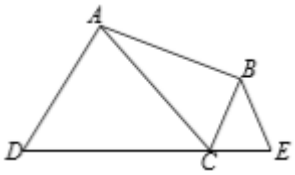
8．集合$A=\{x\mid x-2\le 0\}$，$B=\mathrm{N}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\{1\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$\{0,1\}$　　D．$\{0,1,2\}$

9．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左焦点为$F$，直线$l$经过点$F$且与双曲线的一条渐近线垂直，直线$l$与双曲线的左支交于不同的两点$A$，$B$，若$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，则该双曲线的离心率为（　　）.

A．$\frac{\sqrt{10}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\sqrt{3}$

10．如图所示，为了测量A、B两座岛屿间的距离，小船从初始位置C出发，已知A在C的北偏西$45°$的方向上，B在C的北偏东$15°$的方向上，现在船往东开2百海里到达E处，此时测得B在E的北偏西$30°$的方向上，再开回C处，由C向西开$2\sqrt{6}$百海里到达D处，测得A在D的北偏东$22.5°$的方向上，则A、B两座岛屿间的距离为（　）



A．3　　B．$3\sqrt{2}$　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

11．复数$\frac{1}{i}+i=$（　　）

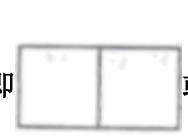
A．$-2i$　B．$\frac{1}{2}i$　C．0　　D．$2i$

12．已知$\{a_n\}$为等差数列，若$a_2=2a_3+1$，$a_4=2a_3+7$，则$a_5=$(　　)

A．1　　B．2　　C．3　　D．6

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知正实数x,y满足$xy=1$，则$(\frac{x}{y}+y)(\frac{y}{x}+x)$的最小值为_____.

14．一个房间的地面是由 12 个正方形所组成，如图所示.今想用长方形瓷砖铺满地面，已知每一块长方形瓷砖可以覆盖两块相邻的正方形，即或，则用 6 块瓷砖铺满房间地面的方法有_____种.



15．已知$\sin\alpha-\cos\alpha=0$，则$\cos(2\alpha+\frac{\pi}{2})=$_____.

16．$(1-3x)(1+x)^5$展开式中x^3项的系数是_____

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）在$\triangle ABC$中，角 *A*、*B*、*C* 的对边分别为 *a*、*b*、*c*，且$\frac{\sin C-\sqrt{3}\sin B}{\sin A+\sin B}=\frac{a-b}{c}$.

（1）求角 *A* 的大小；

（2）若$2\sin A\sin B=1+\cos C$，$\angle BAC$的平分线与BC交于点 *D*，与$\triangle ABC$的外接圆交于点 *E*（异于点 *A*），$\overrightarrow{AE}=\lambda\overrightarrow{AD}$，求$\lambda$的值.

18.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2+ax-a\right)}{e^x}$，其中 $a\in R$.

（1）当 $a=0$ 时，求 $f\left(x\right)$ 在 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 的切线方程；

（2）求证：$f\left(x\right)$ 的极大值恒大于 0.

19.（12 分）已知椭圆 $C:9x^2+y^2=m^2(m>0)$,直线 l 不过原点 O 且不平行于坐标轴，l 与 C 有两个交点 A，B，线段 AB 的中点为 M.

（Ⅰ）证明：直线 OM 的斜率与 l 的斜率的乘积为定值；

（Ⅱ）若 l 过点 $(\dfrac{m}{3},m)$，延长线段 OM 与 C 交于点 P，四边形 $OAPB$ 能否为平行四边形？若能，求此时 l 的斜率，若不能，说明理由.

20.（12 分）设不等式 $-2<\left|x-1\right|-\left|x+2\right|<0$ 的解集为 M，$a,b\in M$.

（1）证明：$\left|\dfrac{1}{3}a+\dfrac{1}{6}b\right|<\dfrac{1}{4}$；

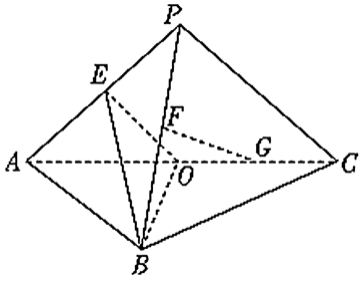
（2）比较 $\left|1-4ab\right|$ 与 $2\left|a-b\right|$ 的大小，并说明理由.

21.（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\quad(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，点 $P\left(-1,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 在椭圆上.

（Ⅰ）求椭圆的标准方程；

（Ⅱ）设直线 $y=kx+m$ 交椭圆 C 于 A,B 两点，线段 AB 的中点 M 在直线 $x=1$ 上，求证：线段 AB 的中垂线恒过定点.

22.（10 分）如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，平面 $PAC\perp$ 平面 ABC，$AB=BC$，$PA\perp PC$.点 E，F，O 分别为线段 PA，PB，AC 的中点，点 G 是线段 CO 的中点.



（1）求证：$PA\perp$ 平面 EBO.

（2）判断 FG 与平面 EBO 的位置关系，并证明.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据等差数列的性质设出$|BF_2|$，$|AB|$，$|AF_2|$，利用勾股定理列方程，结合椭圆的定义，求得$|BF_2|=a=|BF_1|$.再利用勾股定理建立a,c的关系式，化简后求得离心率.

【详解】

由已知$|BF_2|$，$|AB|$，$|AF_2|$成等差数列，设$|BF_2|=x$，$|AB|=x+d$，$|AF_2|=x+2d$.

由于$\angle ABF_2=90°$，据勾股定理有$|BF_2|^2+|AB|^2=|AF_2|^2$，即$x^2+(x+d)^2=(x+2d)^2$，化简得$x=3d$；

由椭圆定义知$\triangle ABF_2$的周长为$x+x+d+x+2d=3x+3d=12d=4a$，有$a=3d$，所以$x=a$，所以

$|BF_2|=a=|BF_1|$；

在直角$\triangle BF_2F_1$中，由勾股定理，$2a^2=4c^2$，∴离心率$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：C

【点睛】

本小题主要考查椭圆离心率的求法，考查椭圆的定义，考查等差数列的性质，属于中档题.

2、C

【解析】

设直线 AB 的方程为$y=kx+\frac{p}{2}$，代入$x^2=2py$得：$x^2-2pkx-p^2=0$，由根与系数的关系得$x_A+x_B=2pk$，

$x_Ax_B=-p^2$，从而得到$|AB|=2p(1+k^2)$，同理可得$|CD|=2p(1+\frac{1}{k^2})$，再利用$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{1}{4}$求得$p$的值，

当 Q，P，M 三点共线时，即可得答案.

【详解】

根据题意，可知抛物线的焦点为$(0,\frac{p}{2})$，则直线 AB 的斜率存在且不为 0，

设直线 AB 的方程为 $y=kx+\frac{p}{2}$，代入 $x^2=2py$ 得：$x^2-2pkx-p^2=0$.

由根与系数的关系得$x_A+x_B=2pk$，$x_Ax_B=-p^2$，

所以$|AB|=2p\left(1+k^2\right)$.

又直线 ***CD*** 的方程为$y=-\frac{1}{k}x+\frac{p}{2}$，同理$|CD|=2p(1+\frac{1}{k^2})$，

所以$\frac{1}{|AB|}+\frac{1}{|CD|}=\frac{1}{2p(1+k^2)}+\frac{1}{2p(1+\frac{1}{k^2})}=\frac{1}{2p}=\frac{1}{4}$，

所以$2p=4$.故$x^2=4y$.过点 ***P*** 作 ***PM*** 垂直于准线，***M*** 为垂足，

则由抛物线的定义可得$|PF|=|PM|$.

所以$|PF|+|PQ|=|PM|+|PQ|\geq|MQ|=3$，当 ***Q***，***P***，***M*** 三点共线时，等号成立.

故选：C.

【点睛】

本题考查直线与抛物线的位置关系、焦半径公式的应用，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意取最值的条件.

3、B

【解析】

化简得到$z=\left(3-i\right)\left(1+i\right)=4+2i$，再计算模长得到答案.

【详解】

$z=\left(3-i\right)\left(1+i\right)=4+2i$，故$\left|z\right|=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了复数的运算，复数的模，意在考查学生的计算能力.

4、D

【解析】

根据题干得到点 A 坐标为$\left(3x,\sqrt{3}x\right)$，代入抛物线得到坐标为$\left(6b,2\sqrt{3}b\right)$，再将点代入双曲线得到离心率.

【详解】

因为三角形 OAB 是等边三角形，设直线 OA 为$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，设点 A 坐标为$\left(3x,\sqrt{3}x\right)$

，代入抛物线得到 x=2b,故点 A 的坐标为$\left(6b,2\sqrt{3}b\right)$，代入双曲线得到$\frac{b^2}{a^2}=\frac{13}{36}\Rightarrow e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}=\frac{7}{6}.$

故答案为：D.

【点睛】

求双曲线的离心率(或离心率的取值范围)，常见有两种方法：①求出a,c，代入公式$e=\frac{c}{a}$；②只需要根据一个条件得到关于a,b,c的齐次式，结合$b^2=c^2-a^2$转化为a,c的齐次式，然后等式(不等式)两边分别除以a或a^2转化为关于e的方程(不等式)，解方程(不等式)即可得e（e的取值范围).

5、C

【解析】

由辅助角公式化简三角函数式，结合三角函数图象平移变换即可求得$g\left(x\right)$的解析式，结合正弦函数的图象与性质即可判断各选项.

【详解】

函数$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$，

则$f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

将$f(x)=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位，

可得$g\left(x\right)=2\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

由正弦函数的性质可知，$g\left(x\right)$的对称中心满足$2x+\frac{\pi}{6}=k\pi,k\in Z$，解得$x=-\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},k\in Z$，所以 A、B 选项中的对称中心错误；

对于 C，$g\left(x\right)$的对称轴满足$2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，解得$x=\frac{\pi}{6}+k\pi,k\in Z$，所以图象关于直线$x=\frac{\pi}{6}$对称；当$x\in\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{5\pi}{6}\right]$，由正弦函数性质可知$2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\in\left[1,2\right]$，所以在$\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3}\right]$上的最小值为 1，所以 C 正确；

对于 D，最小正周期为$\frac{2\pi}{2}=\pi$，当$x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$，由正弦函数的图象与性质可知，

$2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=1$时仅有一个解为$x=0$，所以 D 错误；

综上可知，正确的为C，

故选：C.

【点睛】

本题考查了三角函数式的化简，三角函数图象平移变换，正弦函数图象与性质的综合应用，属于中档题.

6、D

【解析】

由程序框图确定程序功能后可得出结论.

【详解】

执行该程序可得$S=0+\frac{1}{2^1}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\frac{1}{2^4}=\frac{15}{16}$.

故选：D.

【点睛】

本题考查程序框图．解题可模拟程序运行，观察变量值的变化，然后可得结论，也可以由程序框图确定程序功能，然后求解.

7、D

【解析】

求得点B的坐标，由$\frac{|FO|}{|AA'|}=\frac{3}{4}$，得出$\overrightarrow{BF}=3\overrightarrow{FA}$，利用向量的坐标运算得出点$A$的坐标，代入椭圆$C$的方程，可得出关于$a$、$b$、$c$的齐次等式，进而可求得椭圆$C$的离心率.

【详解】

由题意可得$B(0,b)$、$F(-c,0)$.

由$\frac{|FO|}{|AA'|}=\frac{3}{4}$，得$\frac{|BF|}{|BA|}=\frac{3}{4}$，则$\frac{|BF|}{|FA|}=\frac{3}{1}$，即$\overrightarrow{BF}=3\overrightarrow{FA}$.

而$\overrightarrow{BF}=(-c,-b)$，所以$\overrightarrow{FA}=\left(-\frac{c}{3},-\frac{b}{3}\right)$，所以点$A\left(-\frac{4}{3}c,-\frac{b}{3}\right)$.

因为点$A\left(-\frac{4}{3}c,-\frac{b}{3}\right)$在椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$上，则$\frac{\left(-\frac{4}{3}c\right)^2}{a^2}+\frac{\left(-\frac{b}{3}\right)^2}{b^2}=1$，

整理可得$\frac{16}{9}\cdot\frac{c^2}{a^2}=\frac{8}{9}$，所以$e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{1}{2}$，所以$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

即椭圆C的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$

故选：D.

【点睛】

本题考查椭圆离心率的求解，解答的关键就是要得出a、b、c的齐次等式，充分利用点A在椭圆上这一条件，围绕求点A的坐标来求解，考查计算能力，属于中等题.

8、D

【解析】

利用交集的定义直接计算即可.

【详解】

$A=\{x\mid x\le 2\}$，故$A\cap B=\{0,1,2\}$，

故选：D.

【点睛】

本题考查集合的交运算，注意常见集合的符号表示，本题属于基础题.

9、A

【解析】

直线l的方程为$x=\frac{b}{a}y-c$，令$a=1$和双曲线方程联立，再由$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$得到两交点坐标纵坐标关系进行求解即可.

【详解】

由题意可知直线l的方程为$x=\frac{b}{a}y-c$,不妨设$a=1$.

则$x=by-c$，且$b^2=c^2-1$

将$x=by-c$代入双曲线方程$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1$中，得到$\left(b^4-1\right)y^2-2b^3cy+b^4=0$

设$A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$

则$y_1+y_2=\frac{2b^3c}{b^4-1},y_1\cdot y_2=\frac{b^4}{b^4-1}$

由$\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$，可得$y_1=-2y_2$，故$\begin{cases}-y_2=\frac{2b^3c}{b^4-1}\\-2y_2^2=\frac{b^4}{b^4-1}\end{cases}$

则$8b^2c^2=1-b^4$，解得$b^2=\frac{1}{9}$

则$c=\sqrt{b^2+1}=\frac{\sqrt{10}}{3}$

所以双曲线离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{10}}{3}$

故选：A

【点睛】

此题考查双曲线和直线相交问题，联立直线和双曲线方程得到两交点坐标关系和已知条件即可求解，属于一般性题目.

10、B

【解析】

先根据角度分析出$\angle CBE,\angle ACB,\angle DAC$的大小，然后根据角度关系得到$AC$的长度，再根据正弦定理计算出$BC$的长度，最后利用余弦定理求解出$AB$的长度即可.

【详解】

由题意可知：$\angle ACB=60°,\angle ADC=67.5°,\angle ACD=45°,\angle BCE=75°,\angle BEC=60°$，

所以$\angle CBE=180°-75°-60°=45°$，$\angle DAC=180°-67.5°-45°=67.5°$，

所以$\angle DAC=\angle ADC$，所以$CA=CD=2\sqrt{6}$，

又因为$\frac{BC}{\sin\angle BEC}=\frac{CE}{\sin\angle CBE}$，所以$BC=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}$，

所以$AB=\sqrt{AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos\angle ACB}=\sqrt{24+6-2\times2\sqrt{6}\times\sqrt{6}\times\frac{1}{2}}=3\sqrt{2}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查解三角形中的角度问题，难度一般.理解方向角的概念以及活用正、余弦定理是解答问题的关键.

11、C

【解析】略

12、B

【解析】

利用等差数列的通项公式列出方程组，求出首项和公差，由此能求出a_5.

【详解】

∵{a_n}为等差数列，$a_2=2a_3+1,a_4=2a_3+7$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/115134322120011144