2022 级高三调研测试 4（期中）

数学试卷

第 I 卷

一, 单项选择题：本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分.在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $P=\left\{x\in\mathbf{N}\left|y=\dfrac{6}{x+1},y\in\mathbf{N}\right.\right\}$, $Q=\{x|-1\le x<5\}$, 则 $P\cap Q=$（　　）

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{0,1,2\}$　　C. $\{1,2,5\}$　　D. $\{0,1,2,5\}$

2. 已知 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{2-2\mathrm{i}}$, 则 $|z|=$（　　）

A. 2　　B. 1　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

3. 已知 $|\vec{a}|=\sqrt{3},|\vec{b}|=1$. 若 $(\vec{a}+2\vec{b})\perp\vec{a}$, 则 $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=$（　　）

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且 $S_3=ma_1$, 则“$m=7$”是“$\{a_n\}$ 的公比为 2”的（　　）

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

5. 已知一个正四棱柱和某正四棱锥的底面边长相等, 侧面积相等, 且它们的高均为 $\sqrt{15}$, 则此正四棱锥的体积为（　　）

A. $60\sqrt{5}$　　B. $60\sqrt{15}$　　C. $120\sqrt{5}$　　D. $180\sqrt{15}$

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{2}\right)^x, x\ge 0,\\ -|x^2+2x|, x<0,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 图象上关于原点对称的点有（　　）

A. 1 对　　B. 2 对　　C. 3 对　　D. 4 对

7. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}\cos^2\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{2}\sin^2\dfrac{x}{2}+\sqrt{3}\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}$, 函数 $f(x)$ 的图象各点的横坐标缩小为原来的 $\dfrac{1}{2}$（纵坐标不变）, 再向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到函数 $y=g(x)$ 的图象.若方程 $2g(x)-m=1$ 在 $x\in\left[0,\dfrac{7\pi}{12}\right]$ 上有两个不同的解 x_1, x_2, 则 x_1+x_2 的值为（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{2}$　　D. π

8. 若关于 x 不等式 $\ln\left(ax\right)\le x+b$ 恒成立, 则当 $\frac{1}{e}\le a\le e$ 时, $e^{b+1}-\ln a$ 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{e}+1$　　B. $e-1$　　C. 1　　D. e

二.多项选择题（本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分.在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分, 部分选对得部分分, 有选错的得 0 分）

9. 已知 $3^a=5^b=15$, 则下列结论正确的是（　　）

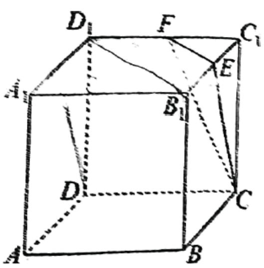
A. $\lg a>\lg b$　　B. $a+b=ab$　　C. $\left(\frac{1}{2}\right)^a>\left(\frac{1}{2}\right)^b$　　D. $a+4b>9$

10. 若数列$\{a_n\}$满足 $a_1=1$, $a_2=1$, $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$（$n\ge 3$, $n\in\mathbf{N}_+$）, 则称数列$\{a_n\}$为斐波那契数列, 又称黄金分割数列, 则下列结论成立的是（　　）

A. $a_7=13$　　B. $2a_n=a_{n-2}+a_{n+2}$（$n\ge 3$, $n\in\mathbf{N}_+$）

C. $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2023}=a_{2024}$　　D. $a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2024}=a_{2025}$

11. 如图, 在边长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是棱 B_1C_1, C_1D_1 的中点, P 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 内的动点, 则下列结论正确的是（　　）



A. 若 $DP//$平面 CEF, 则点 P 的轨迹长度为 $2\sqrt{2}$

B. 若 $AP=\sqrt{17}$, 则点 P 的轨迹长度为 2π

C. 若 P 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心, Q 在线段 EF 上, 则 $PQ+CQ$ 的最小值为 $4\sqrt{2}$

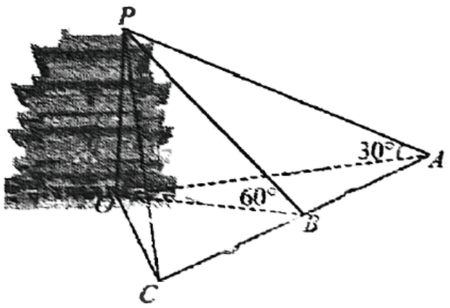
D. 若 P 是棱 A_1B_1 的中点, 则三棱锥 $P-CEF$ 的外接球的表面积是 41π

第Ⅱ卷

三.填空题（本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分）

12. 曲线 $y=x^3+3x^2+7x+4$ 的所有切线中, 斜率最小的切线的方程是______.

13. 为测量某塔的高度, 在塔旁的水平地面上共线的三点 A, B, C 处测得其顶点 P 的仰角分别为 30°, 60°, 45°, 且 $AB=BC=50$ 米, 则塔的高度 $OP=$_______米.



14. 已知$\left|A_1A_2\right|=1$，当$n\geq 2$，$n\in \mathrm{N}^*$时，A_{n+1}是线段A_nA_{n-1}的中点，点P在所有的线段A_nA_{n+1}上，若$\left|A_1P\right|\leqslant \lambda$，则$\lambda$的最小值是________.

四.解答题（本大题共5小题，共77分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

15. 已知数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且$S_n+2=2a_n$.

（1）求a_2及数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式.

（2）在a_n与a_{n+1}之间插入n个数，使得这$\left(n+2\right)$个数依次组成公差为d_n的等差数列，求数列$\left\{\dfrac{1}{d_n}\right\}$的前$n$项和$T_n$.

16. 设$\vee ABC$的内角A, B, C所对的边分别为a, b, c，且有$2b\cos\left(A-\dfrac{\pi}{3}\right)=a+c$.

（1）求角B；

（2）若AC边上的高$h=\dfrac{\sqrt{3}}{4}b$，求$\cos A\cos C$.

17. 如图1，在平行四边形$ABCD$中，$AB=2BC=4$，$\angle ABC=60^\circ$，E为CD的中点，将$\vee ADE$沿AE折起，连结BD，CD，且$BD=4$，如图2.

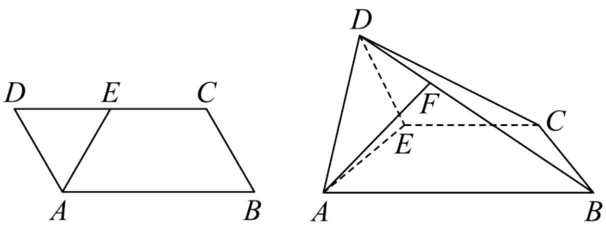


图1 图2

（1）求证：图2中的平面$ADE\perp$平面$ABCE$.

（2）在图2中，若点F在棱BD上，直线AF与平面$ABCE$所成的角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{30}}{10}$，求点F到平面DEC的距离.

18. 已知函数$f(x)=\sin x+\ln(x+1)-ax$，且$y=f(x)$与x轴相切于坐标原点.

（1）求实数a的值及$f(x)$的最大值.

（2）证明：当$x\in\left[\dfrac{\pi}{6},\pi\right]$时，$f(x)+2x>\dfrac{1}{2}$.

（3）判断关于x的方程$f(x)+x=0$实数根的个数，并证明.

19. 对于任意正整数 n, 进行如下操作：若 n 为偶数, 则对 n 不断地除以 2, 直到得到一个奇数, 记这个奇数为 a_n , 若 n 为奇数, 则对 $3n+1$ 不断地除以 2, 直到得出一个奇数, 记这个奇数为 a_n .若 $a_n=1$, 则称正整数 n 为“理想数”.

（1）求 20 以内的质数“理想数”.

（2）已知 $a_m=m-9$.求 m 的值.

（3）将所有“理想数”从小至大依次排列, 逐一取倒数后得到数列 $\{b_n\}$, 记 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 证明：

$S_n<\frac{7}{3}\left(n\in \mathrm{N}^*\right)$.

2022 级高三调研测试 4（期中）

数学试卷

第 I 卷

一, 单项选择题：本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分.在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $P=\left\{x\in\mathbf{N}\middle|y=\dfrac{6}{x+1},y\in\mathbf{N}\right\}$, $Q=\{x|-1\le x<5\}$, 则 $P\cap Q=$（　　）

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{0,1,2\}$　　C. $\{1,2,5\}$　　D. $\{0,1,2,5\}$

【答案】B

【分析】首先把集合 P 用列举法表示出来, 再运用交集的运算进行求解即可.

【详解】若 $y=\dfrac{6}{x+1}$, $y\in\mathbf{N}$, 则 $x+1$ 是 6 的正因数, 而 6 的正因数有 1, 2, 3, 6.

所以 $P=\left\{x\in\mathbf{N}\middle|y=\dfrac{6}{x+1},y\in\mathbf{N}\right\}=\{0,1,2,5\}$.

因为 $Q=\{x|-1\le x<5\}$.

所以 $P\cap Q=\{0,1,2\}$.

故选：B.

2. 已知 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{2-2\mathrm{i}}$, 则 $|z|=$（　　）

A. 2　　B. 1　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】C

【分析】根据复数的运算法则计算出复数 z, 再计算复数的模.

【详解】由题意知 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{2-2\mathrm{i}}=\dfrac{\mathrm{i}(2+2\mathrm{i})}{(2-2\mathrm{i})(2+2\mathrm{i})}=\dfrac{2\mathrm{i}-2}{8}=-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}\mathrm{i}$.

所以 $|z|=\sqrt{\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2+\left(\dfrac{1}{4}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

故选：C

3. 已知 $|\vec{a}|=\sqrt{3},|\vec{b}|=1$. 若 $(\vec{a}+2\vec{b})\perp\vec{a}$, 则 $\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=$（　　）

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】B

【分析】根据向量垂直可得$\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{3}{2}$，代入向量夹角公式即可得结果.

【详解】因为$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\perp\vec{a}$，且$\left|\vec{a}\right|=\sqrt{3},\left|\vec{b}\right|=1$.

则$\left(\vec{a}+2\vec{b}\right)\cdot\vec{a}=\vec{a}^{2}+2\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，可得$\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{2}\vec{a}^{2}=-\frac{3}{2}$.

所以$\cos\left\langle\vec{a},\vec{b}\right\rangle=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}=\frac{-\frac{3}{2}}{\sqrt{3}\times1}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：B.

4. 已知等比数列$\left\{a_n\right\}$的前n项和为S_n，且$S_3=ma_1$，则“$m=7$”是“$\left\{a_n\right\}$的公比为2”的（　　）

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【分析】利用等比数列的性质，分别判断充分性与必要性即可.

【详解】设等比数列$\left\{a_n\right\}$的公比为q.

由$S_3=a_1+a_2+a_3=a_1+a_1q+a_1q^2=a_1\left(1+q+q^2\right)=ma_1$，得$1+q+q^2=m$.

当$m=7$时，$1+q+q^2=7$，解得$q=2$或$q=-3$，充分性不成立.

当$q=2$时，$1+q+q^2=m=7$，必要性成立.

所以“$m=7$”是“$\left\{a_n\right\}$的公比为2” 的必要不充分条件.

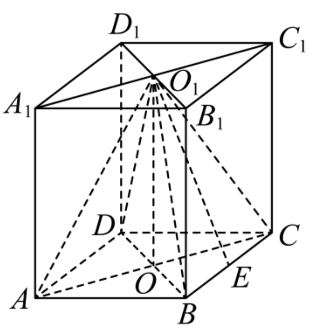
故选：A

5. 已知一个正四棱柱和某正四棱锥的底面边长相等，侧面积相等，且它们的高均为$\sqrt{15}$，则此正四棱锥的体积为（　　）

A. $60\sqrt{5}$　　B. $60\sqrt{15}$　　C. $120\sqrt{5}$　　D. $180\sqrt{15}$

【答案】B

【分析】根据正四棱柱及正四棱锥的体积公式可得正四棱锥的高与斜高的关系式，进而可得解.

【详解】

如图所示, 正四棱柱为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 正四棱锥 O_1-ABCD.

设底边边长 $AB=a$, 高 $OO_1=\sqrt{15}$.

则 $O_1E=\sqrt{OO_1^2+OE^2}=\sqrt{15+\frac{1}{4}a^2}$.

又正四棱柱的侧面积 $S_1=4AB\cdot OO_1=4\sqrt{15}a$.

正四棱锥的侧面积 $S_2=4\cdot\frac{1}{2}AB\cdot O_1E=2\sqrt{15+\frac{1}{4}a^2}\cdot a$.

则 $4\sqrt{15}a=2\sqrt{15+\frac{1}{4}a^2}\cdot a$, 解得 $a=6\sqrt{5}$.

所以正四棱锥体积 $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}\cdot OO_1=\frac{\sqrt{15}}{3}a^2=60\sqrt{15}$.

故选：B.

6. 已知函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^x, x\ge 0,\\ -\left|x^2+2x\right|, x<0,\end{cases}$ 则 $f\left(x\right)$ 图象上关于原点对称的点有（　　）

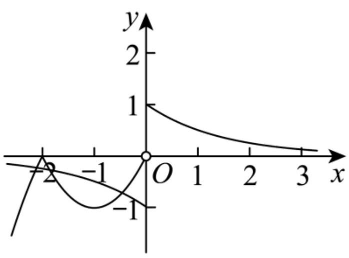
A. 1 对　　B. 2 对　　C. 3 对　　D. 4 对

【答案】C

【分析】作出 $f\left(x\right)$ 的图象, 再作出函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x, x\ge 0,$ 关于原点对称的图象, 进而数形结合判断即可.

【详解】作出 $f\left(x\right)$ 的图象, 再作出函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x, x\ge 0,$ 关于原点对称的图象如图所示.

因为函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x, x\ge 0,$ 关于原点对称的图象与 $y=-\left|x^2+2x\right|, x<0,$ 图象有三个交点, 故 $f\left(x\right)$ 图象上关于原点对称的点有 3 对.



故选：C

7. 已知函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{2}\cos^2\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\sin^2\frac{x}{2}+\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$, 函数$f(x)$的图象各点的横坐标缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ （纵坐标不变）, 再向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 得到函数$y=g(x)$的图象.若方程 $2g\left(x\right)-m=1$ 在 $x\in\left[0,\frac{7\pi}{12}\right]$ 上有两个不同的解 x_1,

x_2，则 x_1+x_2 的值为（　　）

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　　　C. $\dfrac{\pi}{2}$　　　　D. π

【答案】A

【分析】先化简 $f\left(x\right)$，根据图象变换求出 $g\left(x\right)$，将方程 $2g\left(x\right)-m=1$ 转化为 $g\left(x\right)=\dfrac{m+1}{2}$，由函数 $g\left(x\right)$ 图象的对称性求出答案.

【详解】根据题意可得 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}\cos x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$.

所以 $g\left(x\right)=\sin\left[2\left(x+\dfrac{\pi}{12}\right)+\dfrac{\pi}{6}\right]=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

Q$0\le x\le\dfrac{7\pi}{12}$，$\therefore\dfrac{\pi}{3}\le 2x+\dfrac{\pi}{3}\le\dfrac{3\pi}{2}$.

所以 $g\left(x\right)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{12}\right]$ 上单调递增，在 $\left[\dfrac{\pi}{12},\dfrac{7\pi}{12}\right]$ 上单调递减，$g\left(x\right)$ 关于 $x=\dfrac{\pi}{12}$ 对称.

且 $g\left(0\right)=g\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$g\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=1$，$g\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)=-1$.

方程 $2g\left(x\right)-m=1$ 等价于 $g\left(x\right)=\dfrac{m+1}{2}$ 有两个不同的解 x_1,x_2.

$\therefore x_1+x_2=2\times\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{\pi}{6}$.

故选：A.

8. 若关于 x 不等式 $\ln\left(ax\right)\le x+b$ 恒成立，则当 $\dfrac{1}{\mathrm{e}}\le a\le\mathrm{e}$ 时，$\mathrm{e}^{b+1}-\ln a$ 的最小值为（　　）

A. $\dfrac{1}{\mathrm{e}}+1$　　　　B. $\mathrm{e}-1$　　　　C. 1　　　　D. e

【答案】C

【分析】构建 $f\left(x\right)=\ln\left(ax\right)-x-b$，分析可知 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，且 $f\left(x\right)\le 0$ 在 $(0,+\infty)$ 内恒成立，利用导数可得 $\ln a\le b+1$，整理可得 $\mathrm{e}^{b+1}-\ln a\ge a-\ln a$，构建 $g\left(a\right)=a-\ln a,\dfrac{1}{\mathrm{e}}\le a\le\mathrm{e}$，利用导数求其最值即可.

【详解】设 $f\left(x\right)=\ln\left(ax\right)-x-b$.

因为 $\dfrac{1}{\mathrm{e}}\le a\le\mathrm{e}$，可知 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，所以 $f\left(x\right)\le 0$ 在 $(0,+\infty)$ 内恒成立.

又因为 $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{x}-1=\dfrac{1-x}{x}$.

令 $f'(x)>0$，解得 $0<x<1$，令 $f'(x)<0$，解得 $x>1$.

可知 $f\left(x\right)$ 在 $(0,1)$ 内单调递增，在 $(1,+\infty)$ 内单调递减.

则 $f\left(x\right)\le f\left(1\right)=\ln a-1-b\le 0$，可得 $\ln a\le b+1$，则 $\mathrm{e}^{b+1}\ge\mathrm{e}^{\ln a}=a$.

可得 $e^{b+1}-\ln a\ge a-\ln a$，当且仅当 $\ln a=b+1$ 时,等号成立.

令 $g\left(a\right)=a-\ln a,\frac{1}{e}\le a\le e$，则 $g'\left(a\right)=1-\frac{1}{a}=\frac{a-1}{a}$.

令 $g'\left(a\right)>0$，解得 $1<a\le e$，令 $g'\left(a\right)<0$，解得 $\frac{1}{e}\leqslant a<1$.

可知 $g\left(a\right)$ 在 $\left(1,e\right]$ 内单调递增，在 $\left[\frac{1}{e},1\right)$ 内单调递减，则 $g\left(a\right)\ge g\left(1\right)=1$.

即 $e^{b+1}-\ln a\ge a-\ln a\ge 1$，当且仅当 $a=1,b=-1$ 时，等号成立.

所以 $e^{b+1}-\ln a$ 的最小值为 1.

故选：C.

【点睛】方法点睛：两招破解不等式的恒成立问题

（1）分离参数法

第一步：将原不等式分离参数，转化为不含参数的函数的最值问题.

第二步：利用导数求该函数的最值.

第三步：根据要求得所求范围.

（2）函数思想法

第一步：将不等式转化为含待求参数的函数的最值问题.

第二步：利用导数求该函数的极值.

第三步：构建不等式求解.

二.多项选择题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对得部分分，有选错的得 0 分）

9. 已知 $3^a=5^b=15$，则下列结论正确的是（　　）

A. $\lg a>\lg b$　　　　B. $a+b=ab$　　　　C. $\left(\frac{1}{2}\right)^a>\left(\frac{1}{2}\right)^b$　　　　D. $a+4b>9$

【答案】ABD

【分析】根据指对互化与运算以及指数函数，对数函数单调性即可判断 ABC，利用基本不等式即可判断 D.

【详解】由题可得 $a=\log_3 15>\log_3 3=1>0$，$b=\log_5 15>\log_5 5=1>0$.

$\therefore 0<\frac{1}{a}=\log_{15}3<\log_{15}5=\frac{1}{b}$，即 $0<\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，所以 $a>b>0$.

对于 A，因为 $a>b>0$，所以 $\lg a>\lg b$，故 A 正确.

对于 B，$\because \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\log_{15}3+\log_{15}5=\log_{15}15=1$，$\therefore a+b=ab$，故 B 正确.

对于 C，因为 $a>b>0$，所以 $\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$，故 C 错误.

对于 D, 因为$a>b>0$, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$.

所以$a+4b=\left(a+4b\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=5+\frac{4b}{a}+\frac{a}{b}\geq 5+2\sqrt{\frac{4b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=9$.

当且仅当$\frac{4b}{a}=\frac{a}{b}$, 即$a=2b$时等号成立, 这与已知$3^a=5^b$矛盾, 所以$a+4b>9$, 故 D 正确.

故选：ABD.

10. 若数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$, $a_2=1$, $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$（$n\geq 3$, $n\in \mathbf{N}_+$）, 则称数列$\{a_n\}$为斐波那契数列, 又称黄金分割数列, 则下列结论成立的是（　　）

A. $a_7=13$

B. $2a_n=a_{n-2}+a_{n+2}$（$n\geq 3$, $n\in \mathbf{N}_+$）

C. $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2023}=a_{2024}$

D. $a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2024}=a_{2025}$

【答案】AC

【分析】利用斐波那契数列的定义结合递推关系一一判定选项即可.

【详解】对于 A, 由题可得$a_3=2$, $a_4=3$, $a_5=5$, $a_6=8$, $a_7=13$, 故 A 正确.

对于 B, 因为$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n=a_n+a_{n-1}+a_n=2a_n+a_{n-1}$, 又$a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$.

所以$a_{n+2}+a_{n-1}+a_{n-2}=3a_n+a_{n-1}$, 即$3a_n=a_{n+2}+a_{n-2}$, 故 B 错误.

对于 C, $a_{2024}=a_{2023}+a_{2022}=a_{2023}+a_{2021}+a_{2020}=\cdots=a_{2023}+a_{2021}+\cdots+a_3+a_2$

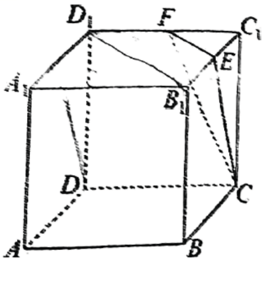
$=a_{2023}+a_{2021}+\cdots+a_3+a_1$, 故 C 正确.

对于 D, $a_{2025}=a_{2024}+a_{2023}=a_{2024}+a_{2022}+a_{2021}=a_{2024}+a_{2022}+\cdots+a_4+a_3$

$=a_{2024}+a_{2022}+\cdots+a_4+a_2+a_1$, 故 D 错误.

故选：AC.

11. 如图, 在边长为 4 的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中, E, F分别是棱B_1C_1, C_1D_1的中点, P是正方形$A_1B_1C_1D_1$内的动点, 则下列结论正确的是（　　）



A. 若$DP//$平面CEF, 则点P的轨迹长度为$2\sqrt{2}$

B. 若$AP=\sqrt{17}$, 则点P的轨迹长度为2π

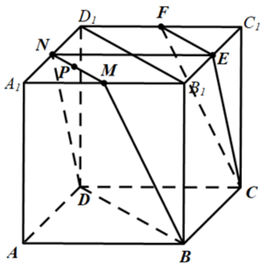
C. 若 P 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心, Q 在线段 EF 上, 则 $PQ+CQ$ 的最小值为 $4\sqrt{2}$

D. 若 P 是棱 A_1B_1 的中点, 则三棱锥 $P-CEF$ 的外接球的表面积是 41π

【答案】ACD

【分析】作出相应图形, 先证明平面 $BDNM$ // 平面 CEF, 再结合给定条件确定动点轨迹, 求出长度即可判断 A, 建立空间直角坐标系, 根据题意确定动点轨迹, 求解长度即可判断 B, 将平面 CEF 翻折到与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 共面, 连接 PC, 与 EF 交于点 Q, 此时 $PQ+CQ$ 取到最小值, 利用勾股定理求出 PQ, CQ 即可判断 C, 先找到球心, 利用勾股定理得出半径, 求出外接球的表面积即可判断 D.

【详解】如图, 取 A_1D_1, A_1B_1 的中点为 N, M, 连接 MN, DN, BD, BM, NE, B_1D_1.



所以 $MN//B_1D_1$, 又 E, F 分别是棱 B_1C_1, C_1D_1 的中点.

所以 $EF//B_1D_1$, 所以 $MN//EF$.

$MN\not\subset$ 平面 CEF, $EF\subset$ 平面 CEF.

$\therefore MN//$ 平面 CEF.

因为 N, E 分别是棱 A_1D_1, B_1C_1 的中点, 所以 $NE//CD$, 且 $NE=CD$.

所以四边形 $CDNE$ 为平行四边形.

所以 $ND//CE$, 又 $ND\not\subset$ 平面 CEF, $CE\subset$ 平面 CEF.

$\therefore ND//$ 平面 CEF.

又 $MN\cap ND=N$, $MN, ND\subset$ 平面 $BDNM$.

所以平面 $BDNM$ // 平面 CEF.

点 P 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 内的动点, 且 $DP//$ 平面 CEF.

所以点 P 的轨迹为线段 MN, 由勾股定理得 $MN=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$, 故 A 正确.