一、开环幅相特性曲线

- 设系统开环传递函数由若干典型环节串联

$$G(s)=G_1(s)G_2(s)\ldots G_n(s)$$

开环频率特性

$$G(j\omega)=G_1(j\omega)G_2(j\omega)\cdots G_n(j\omega)$$

$$G(j\omega)=\prod_{i=1}^{n}\left|G_i(j\omega)\right|\cdot\left[e^{j\left(\sum_{i=1}^{n}\angle G_i(j\omega)\right)}\right]$$

系统开环幅频与相频分别为

$$G(j\omega)=\prod_{i=1}^{n}\left|G_i(j\omega)\right|\cdot\left[e^{j\left(\sum_{i=1}^{n}\angle G_i(j\omega)\right)}\right]$$

$$\varphi(\omega)=\varphi_1(\omega)+\varphi_2(\omega)+\cdots+\varphi_n(\omega)$$

$$L(\omega)=20\lg\left|G(j\omega)\right|$$

$$=20\lg\prod_{i=1}^{n}\left|G_i(j\omega)\right|=\sum_{i=1}^{n}20\lg\left|G_i(j\omega)\right|$$

系统开环对数幅频特性和相频特性分别由各个环节的对数幅频特性和相频特性相加得到。

1、开环幅相特性曲线的绘制

开环幅相曲线可以通过取点、计算和作图绘制。这里着重介绍工程中绘制概略开环幅相曲线的方法。分几种情况讨论反映开环频率特性的三个重要因素：(三点一限)

（1）确定开环幅相曲线的起点$\omega = 0_+$ 点

ω

（2）确定开环幅相曲线与实轴的交点 $(\omega_x, 0)$

（3）开环幅相曲线的变化范围（象限和单调性）

（1）不包含积分环节和微分环节

$$G(s)=\prod_{i=1}^{n}\frac{K}{T_i s+1}$$

$n=1$时：$G(j\omega)$

❖一个惯性环节和比例环节串联

$\omega=0$时：$G(j0)=K\angle 0$

$\omega=\infty$时：$G(j\infty)=0\angle\frac{\pi}{2}$

❖顺时针转过90度

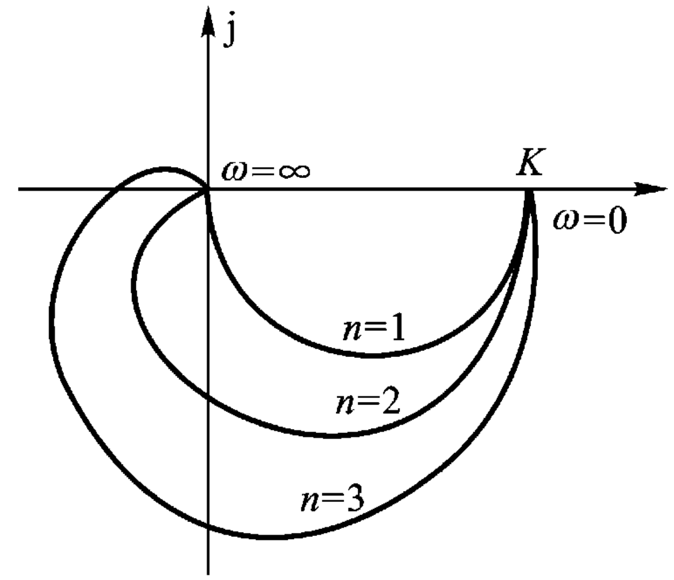
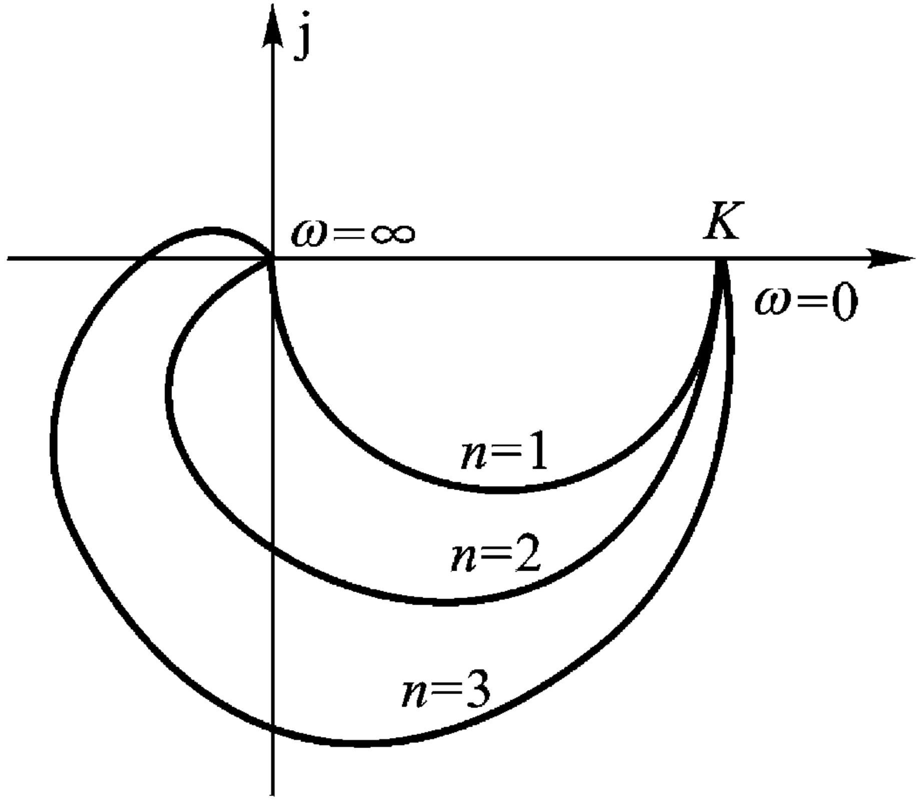


图5－20 系统开环幅相特性曲线



$n =$

❖2

ω

➢当开环传函由n个惯性环节和比例环节串联时，开环幅相特性曲线从实轴开始，随ω从 0 变化时，顺时针转过n个象限(n个90度)

（2）含微分环节的情况

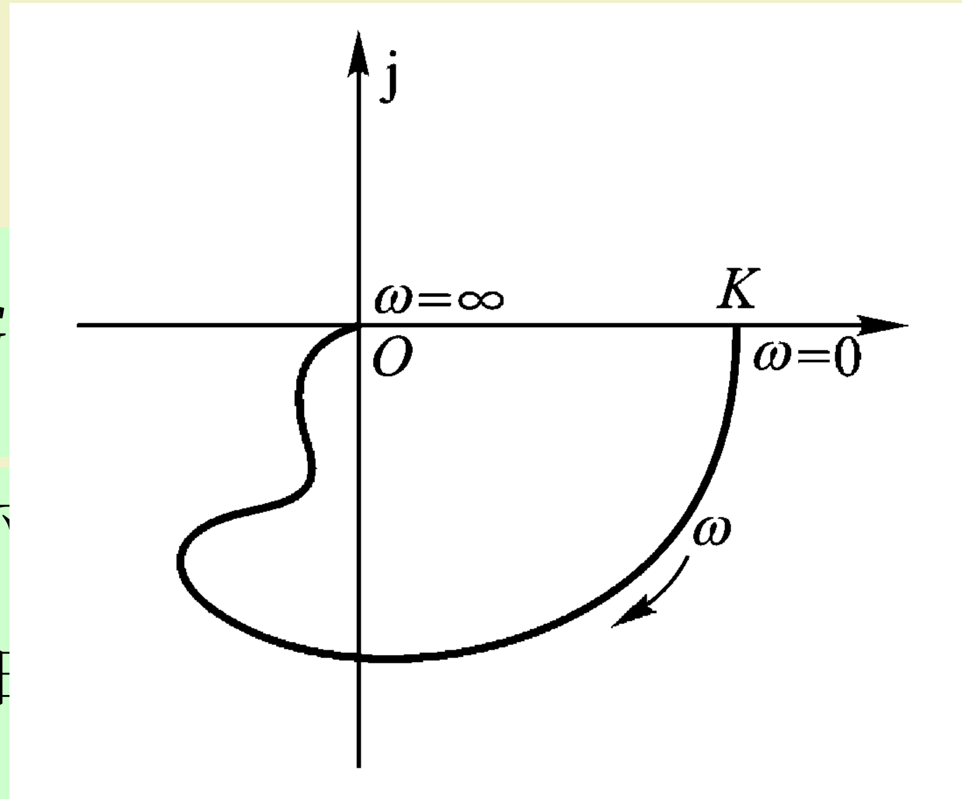
$$G(s)=\frac{K\prod_{i=1}^{m}(\tau_i s+1)}{\prod_{i=1}^{n}(T_i s+1)}$$

以m=1,n=3为例：

$$G(s)=\frac{K(\tau_1 s+1)}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)(T_3 s+1)}$$

$$G(j\omega)=\frac{K(\tau_1 j\omega+1)}{(T_1 j\omega+1)(T_2 j\omega+1)(T_3 j\omega+1)}$$

G … $\omega+1)$



$\omega = 0$时

$\omega =$ … $(-2$

取T_1、$T_2>\tau_1>T$时的系统开环

❖系统开环传递函数分子有一阶微分环节，其开环幅相特性曲线出现凹凸，但曲线仍从实轴开始

若开环传递函数中分子含有m个一阶微分环节，分母含有n个惯性环节时，开环幅相特性曲线随ω变化的趋势：

$$\omega = 0\text{时}: G(j0) = K \angle 0$$

$$\omega = \ \text{时}: G(j\ ) = 0 \angle \left(m\frac{\pi}{2} - n\frac{\pi}{2} \right) = 0 \angle (m - n)\frac{\pi}{2}$$

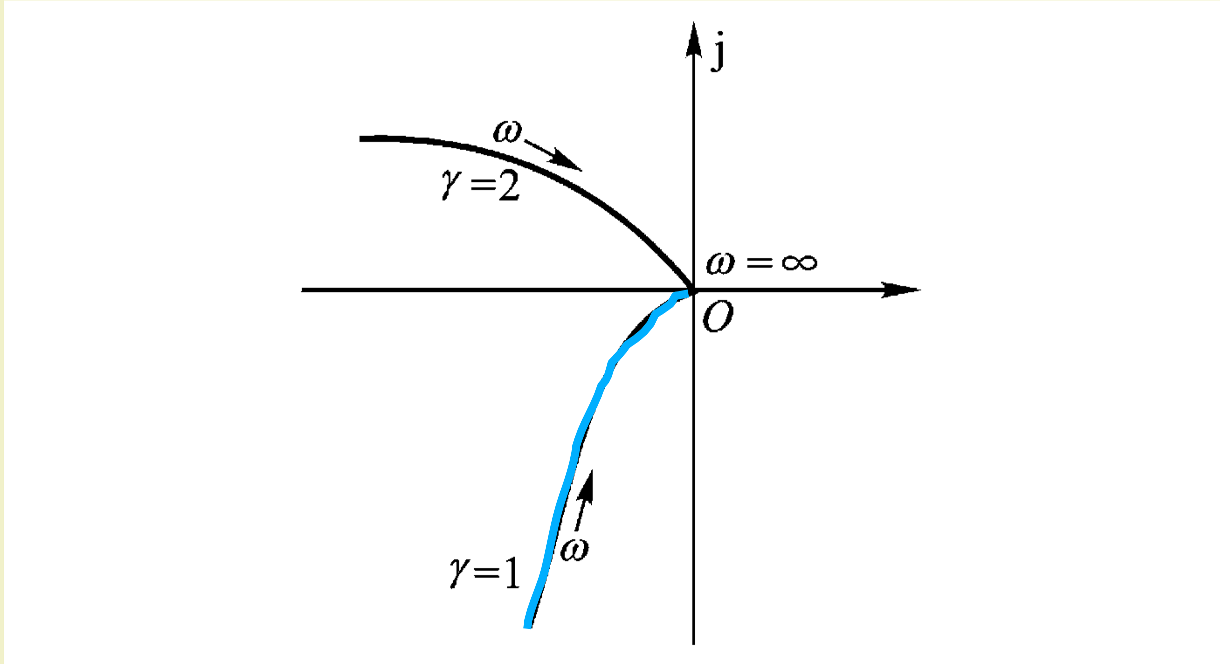
（3）含积分环节的情况

$$G(s)=\frac{K}{s^{v}(Ts+1)}$$

$v=1$时，

$$G(s)=\frac{K}{s(Ts+1)}$$

$$G(j\omega)=\frac{K}{j\omega(Tj\omega+1)}$$



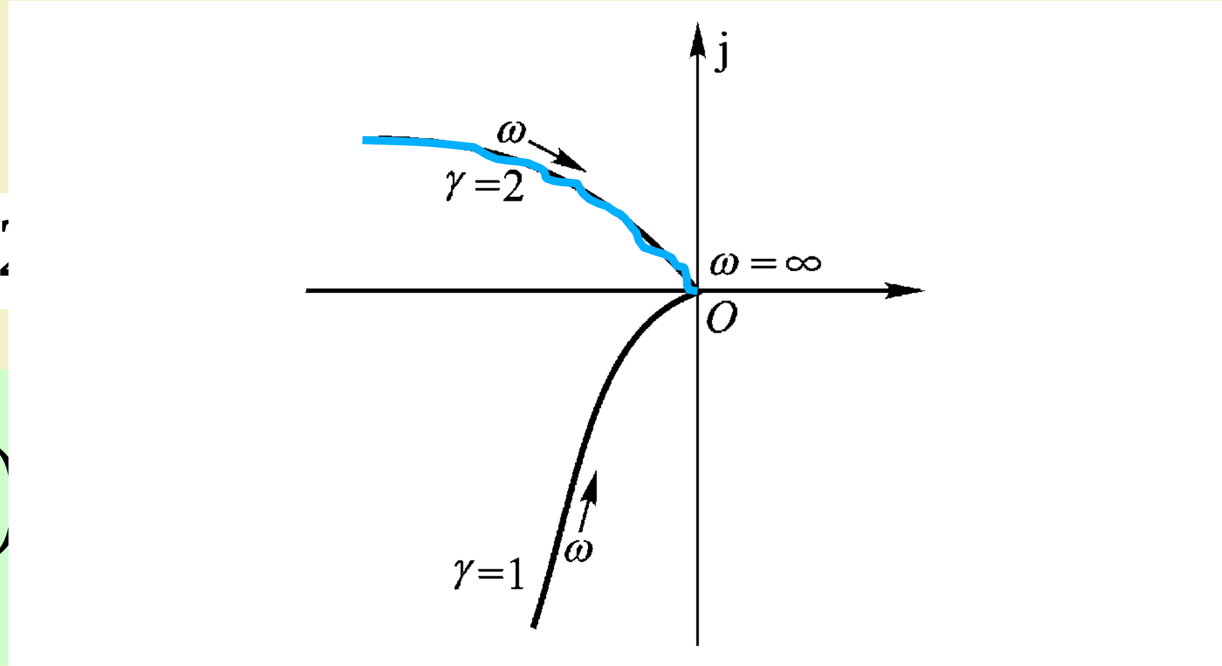
$\omega = 0$时$: G(j0) = \quad \angle -\frac{\pi}{2}$

$\omega = \quad$ 时$: G(j \quad) = 0 \angle (-2\frac{\pi}{2})$

❖当开环传递函数中含有1个积分环节时，开环幅相特性曲线从负虚轴方向开始，但不是从负虚轴上开始

$v = 2$

$G(s)$ … $\omega+1)$



$\omega = 0$时$: G(j0) = \quad \angle \quad -\frac{}{2}$

$2\frac{\pi}{}$

$\omega = \quad$时$: G(j \quad) = 0 \angle (-3\frac{\pi}{2})$

❖当开环传递函数中含有**2**个积分环节时，开环幅相特性曲线从负实轴方向开始

❖开环传递函数有积分环节时，频率趋于零时，幅值趋于无穷大。

2. 系统开环幅相的特点

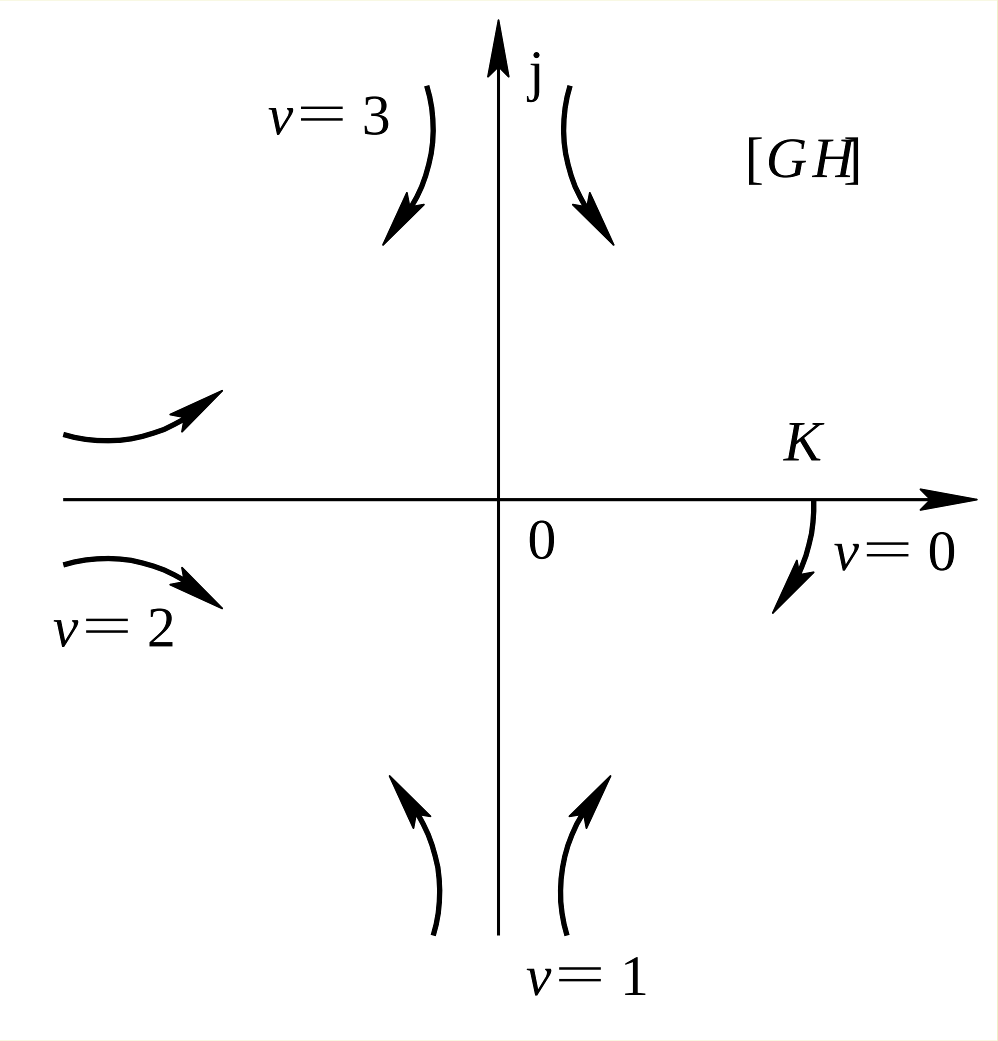
①当频率 **ω → 0** 时(起点)，其开环幅相特性完全由比例环节和积分环节决定。

- 当开环传函不包含积分环节,即v=0时,G(j ω)曲线从正实轴开始，G(j0)=K∠0.

- 当开环传函包含一个积分环节,即v=1时,G(j ω)曲线从负虚轴方向开始，$G(j0) = \quad \angle -\frac{\pi}{2}$

- 当开环传函包含2个积分环节,即v=2时,G(j ω)曲线从负实轴方向开始，$G(j0) = \quad \angle -\frac{2\pi}{2}$

- 当v=3时，$G(j0) = \quad \angle -\frac{3\pi}{2}$



积分环节与起点的关系

②当频率**ω→∞** 时(终点)，若**n>m**（即**G(s)**中的分母阶次**n**大于分子阶次**m**），**|G(j ω)|=0**，相角为**(m-n)π/2**。

$$G(j\ \ )=0\angle(m-n)\frac{\pi}{2}$$

③若**G(s)** 中分子含有**s**因子的环节时，其**G(jω)**曲线随**ω**变化时发生弯曲；不含有**s**因子的环节时，**G(jω)**曲线随**ω**变化将是一条平滑的曲线。

与负实轴的交点

④ **G(jω)** 曲线与负实轴的交点，是一个关键点。交点坐标可有下列方法确定：

$$G(j\omega) = |G(j\omega)|\, e^{j\angle G(j\omega)}$$

(a) 令$\angle G(j\omega) = -\pi$，解出与负实轴交点处对应的频率ω_x，再将ω_x代入$|G(j\omega)|$中，求得与负实轴交点的模值；

(b) 令$v(\omega) = 0$，解出ω_x，再将ω_x代入$u(\omega)$中，求得与负实轴交点的坐标。

例1

系统的开环传递函数为

$$G(s)H(s) = \frac{1}{s(Ts+1)}$$

试绘制该系统的开环幅相特性曲线。

$$\omega = 0\text{时}: G(j0) = \quad \angle -\frac{\pi}{2}$$

$$\omega = \quad \text{时}: G(j\quad) = 0\angle\left(-2\frac{\pi}{2}\right)$$