

## 5.2 导数的运算（精练）

### 题组1 基本函数的求导

1. (2022·广西桂林·高二期末) 求下列函数的导数.

(1)  $y=x^{1/2}$ ; (2)  $y=\frac{1}{x^4}$ ; (3)  $y=\sqrt[5]{x^3}$ ; (4)  $y=3x$ ; (5)  $y=\log_5 x$ .

2. (2022·湖南·高二课时练习) 求下列函数的导数:

(1)  $y=\sin\frac{\pi}{2}$ ; (2)  $y=\lg x$ ; (3)  $y=x\cdot\sqrt[3]{x}$ ; (4)  $y=2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$ .

3 (2022·湖南·高二课时练习) 求下列函数的导数:

(1)  $y=x^0$ ; (2)  $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ ; (3)  $y=\frac{x^2}{\sqrt{x}}$ ; (4)  $y=1-2\sin^2\frac{x}{2}$ .

### 题组2 导数的基本运算

1. (2022·全国·高二课时练习) 求下列函数的导数:

$$(1) y = (x^2 - 9) \left( x - \frac{3}{x} \right); \quad (2) y = \sin x \cdot (\cos x + 1); \quad (3) y = \frac{1-x}{\sqrt{x}}; \quad (4) y = \frac{x + \cos x}{x - \cos x}; \quad (5) y = 2^x - e^x \log_2 x;$$

$$(6) y = \frac{\ln x}{x+1}.$$

2. (2022·全国·高二课时练习) 求下列函数  $y = f(x)$  的导数, 其中:

$$(1) f(x) = a^2 + 2ax - x^2;$$

$$(2) f(x) = \frac{x \sin x}{\ln x};$$

$$(3) f(x) = (3x^2 - 4x)(2x + 1);$$

$$(4) f(x) = \sin \frac{x}{2} \left( 1 - 2 \cos^2 \frac{x}{4} \right);$$

$$(5) f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1};$$

$$(6) f(x) = (2x^2 - 1)(3x + 1);$$

$$(7) f(x) = e^x \cos x;$$

$$(8) f(x) = \ln x + \frac{1}{x};$$

$$(9) f(x) = \frac{\sin x}{x};$$

$$(10) f(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{2-x}.$$

### 题组3 复合函数的求导

1. (2022·全国·高二课时练习) 求下列函数的导数:



$$f(1) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5. (2022·辽宁锦州·高二期末) 已知函数  $f(x)$  的导函数为  $f'(x)$ , 且满足  $f(x) = 3xf'(e) + \ln x$ , 则  $f'(e) = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. (2022·上海市控江中学高二期末) 已知函数  $f(x) = \sin x + xe^x$ , 则  $f'(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$

## 题组5 切线方程

1. (2022·四川·成都市温江区新世纪光华学校高二期中(文)) 直线  $l$  过点  $(-1, 0)$  且与曲线  $y = e^x$  相切, 则直线  $l$  的倾斜角为 ( )

- A.  $\frac{\pi}{6}$                       B.  $\frac{\pi}{4}$                       C.  $\frac{\pi}{3}$                       D.  $\frac{3\pi}{4}$

2. (2022·四川成都·高二期中(文)) 若曲线  $y = -x^3$  的切线方程为  $y = kx + 2$ , 则  $k = ( )$

- A. -1                      B. 1                      C. -3                      D. 3

3. (2022·陕西·咸阳市高新一中高二阶段练习(文)) 直线  $y = \frac{1}{2}x + b$  是曲线  $y = \ln x$  ( $x > 0$ ) 的一条切线, 则实数  $b$  等于 ( )

- A.  $-1 + \ln 2$                       B. 1                      C.  $\ln 2$                       D.  $1 + \ln 2$

4. (2022·贵州黔东南·高二期末(文)) 若曲线  $y = ae^x + x$  与  $y = 2x + 1$  相切, 则实数  $a = ( )$

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

5. (2022·陕西西安·高二期末(理)) 若过点  $P(1, 0)$  作曲线  $y = x^3$  的切线, 则这样的切线共有 ( )

- A. 0 条                      B. 1 条                      C. 2 条                      D. 3 条

6. (2022·全国·高二单元测试) 已知函数  $f(x) = x^2 + bx$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $3x - y - 1 = 0$ , 则  $b$

的值为\_\_\_\_\_.

7. (2022·吉林一中高二期末) 曲线  $f(x) = e^{-x}$  在  $x=1$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

8. (2022·辽宁·阜新市第二高级中学高二期末) 曲线  $y = \ln x$  在点  $(1,0)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

9. (2022·福建·莆田一中高二期末) 曲线  $f(x) = \ln x - x^2$  在  $x=1$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

10. (2022·上海市复旦实验中学高二期末) 过点  $(1,2)$  且与  $y = 2x^2$  相切的直线方程为\_\_\_\_\_.

11. (2022·广东茂名·高二期中) 已知直线  $l$  为函数  $f(x) = x^3 + x - 16$  的切线, 且经过原点, 则直线  $l$  的方程为\_\_\_\_\_.

12. (2022·新疆·乌鲁木齐 101 中学高二期中 (文)) 过曲线  $y = 3x - x^3$  上一点  $A(2, -2)$  的切线方程为\_\_\_\_\_.

13. (2022·北京·汇文中学高二期中)  $y = 2x^2 + 8$  过点  $P(1,2)$  的切线方程是\_\_\_\_\_.

14. (2022·四川成都·高二期中 (文)) 已知函数  $f(x) = x^3 - 3x$ , 则过点  $(1, -2)$  的切线方程为\_\_\_\_\_.

15. (2022·广东·珠海市第二中学高二期中) 曲线  $y = f(x) = x^2 + 1$  过点  $P(1,0)$  的切线方程是\_\_\_\_\_.

16. (2022·全国·高二课时练习) 已知  $f(x) = x^2 + ax$ ,  $f'(1) = 4$ , 曲线  $f(x)$  在  $x=1$  处的切线在  $y$  轴上的截距为  $-1$ , 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

17. (2022·重庆市实验中学高二阶段练习) 存在过点  $P(t,0)$  的直线与曲线  $y = e^x(x-3)$  相切, 则实数  $t$

的取值范围是\_\_\_\_\_.

18. (2022·云南·巍山彝族回族自治县第二中学高二阶段练习) 若曲线  $y = x^a + 1 (a \in \mathbb{R})$  在点  $(1, 2)$  处的切线与直线  $x + 2y = 0$  垂直, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

19. (2022·重庆·万州纯阳中学校高二阶段练习) 已知函数  $f(x) = x + \frac{a}{x} + b (x \neq 0)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y = 2x + 5$ , 则  $a - b =$  \_\_\_\_\_.

20. (2022·广东·石门高级中学高二阶段练习) 若直线  $y = kx + 1 - \ln 2$  是曲线  $y = \ln x + 2$  的切线, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.



## 5.2 导数的运算 (精练)

### 题组 1 基本函数的求导

1. (2022·广西桂林·高二期末) 求下列函数的导数.

$$(1)y=x^{12}; (2)y=\frac{1}{x^4}; (3)y=\sqrt[5]{x^3}; (4)y=3^x; (5)y=\log_5 x.$$

$$\text{答案: (1)} y' = 12x^{11} \text{ (2)} y' = -\frac{4}{x^5} \text{ (3)} y' = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}} \text{ (4)} y' = 3^x \ln 3 \text{ (5)} y' = \frac{1}{x \ln 5}$$

$$\text{【解析】(1)} y' = (x^{12})' = 12x^{11}$$

$$(2) y' = \left(\frac{1}{x^4}\right)' = (x^{-4})' = -4x^{-5} = -\frac{4}{x^5};$$

$$(3) y' = (\sqrt[5]{x^3})' = \left(x^{\frac{3}{5}}\right)' = \frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}};$$

$$(4) y' = (3^x)' = 3^x \ln 3;$$

$$(5) y' = (\log_5 x)' = \frac{1}{x \ln 5}$$

2. (2022·湖南·高二课时练习) 求下列函数的导数:

$$(1)y=\sin \frac{\pi}{2}; (2)y=\lg x; (3)y=x \cdot \sqrt[3]{x}; (4)y=2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}.$$

$$\text{答案: (1)} 0 \text{ (2)} \frac{1}{x \ln 10} \text{ (3)} \frac{4}{3}\sqrt[3]{x} \text{ (4)} \cos x$$

$$\text{【解析】(1)} y = \sin \frac{\pi}{2} = 1, \text{ 则 } y' = 0.$$

$$(2) y' = (\lg x)' = \frac{1}{x \ln 10}$$

$$(3) y = x\sqrt[3]{x} = x^{\frac{4}{3}}, \text{ 则 } y' = \left(x^{\frac{4}{3}}\right)' = \frac{4}{3}x^{\frac{4}{3}-1} = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$$

$$(4) y = 2\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \sin x, \text{ 则 } y' = (\sin x)' = \cos x$$

3 (2022·湖南·高二课时练习) 求下列函数的导数:

$$(1)y=x^0; (2) y=\left(\frac{1}{2}\right)^x; (3) y=\frac{x^2}{\sqrt{x}}; (4) y=1-2\sin^2 \frac{x}{2}.$$

$$\text{答案: (1)} y' = 0 \text{ (2)} y' = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2 \text{ (3)} y' = \frac{3}{2}\sqrt{x} \text{ (4)} y' = -\sin x$$

【解析】(1)解:因为  $y = x^0 = 1$ , 所以  $y' = 0$ .

(2)解:因为  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , 所以  $y' = \left(\frac{1}{2}\right)^x \ln \frac{1}{2} = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2$ , 即  $y' = -\left(\frac{1}{2}\right)^x \ln 2$ .

(3)解:因为  $y = \frac{x^2}{\sqrt{x}} = x^{\frac{3}{2}}$ , 所以  $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$ , 即  $y' = \frac{3}{2}\sqrt{x}$ .

(4)解:因为  $y = 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2} = \cos x$ , 所以  $y' = -\sin x$ .

## 题组2 导数的基本运算

1. (2022·全国·高二课时练习) 求下列函数的导数:

(1)  $y = (x^2 - 9)\left(x - \frac{3}{x}\right)$ ; (2)  $y = \sin x \cdot (\cos x + 1)$ ; (3)  $y = \frac{1-x}{\sqrt{x}}$ ; (4)  $y = \frac{x + \cos x}{x - \cos x}$ ; (5)

$y = 2^x - e^x \log_2 x$ ;

(6)  $y = \frac{\ln x}{x+1}$ .

答案 (1)  $y' = 3x^2 - 12 - \frac{27}{x^2}$  (2)  $y' = \cos 2x + \cos x$  (3)  $y' = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$  (4)  $y' = \frac{-2(\cos x + x \sin x)}{(x - \cos x)^2}$

(5)  $y' = 2^x \ln 2 - e^x \log_2 x - \frac{e^x}{x \ln 2}$  (6)  $y' = \frac{x - x \ln x + 1}{x(x+1)^2}$

【解析】(1)  $y = (x^2 - 9)\left(x - \frac{3}{x}\right) = x^3 - 9x - 3x + \frac{27}{x} = x^3 - 12x + \frac{27}{x}$ , 所以  $y' = 3x^2 - 12 - \frac{27}{x^2}$ .

(2)  $y = \sin x \cdot (\cos x + 1) = \sin x \cos x + \sin x$ ,

所以  $y' = \cos x \cdot \cos x + \sin x \cdot (-\sin x) + \cos x = \cos 2x + \cos x$ .

(3)  $y' = \left(\frac{1-x}{\sqrt{x}}\right)' = \left(x^{-\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}\right)' = -\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

(4)  $y' = \frac{(x + \cos x)'(x - \cos x) - (x + \cos x)(x - \cos x)'}{(x - \cos x)^2}$   
 $= \frac{(1 - \sin x)(x - \cos x) - (x + \cos x)(1 + \sin x)}{(x - \cos x)^2} = \frac{-2(\cos x + x \sin x)}{(x - \cos x)^2}$

(5)  $y' = 2^x \ln 2 - e^x \log_2 x - \frac{e^x}{x \ln 2}$

(6)  $y' = \left(\frac{\ln x}{x+1}\right)' = \frac{\frac{1}{x}(x+1) - \ln x}{(x+1)^2} = \frac{1 - \ln x + \frac{1}{x}}{(x+1)^2} = \frac{x - x \ln x + 1}{x(x+1)^2}$

2. (2022·全国·高二课时练习) 求下列函数  $y = f(x)$  的导数, 其中:

$$(1) f(x) = a^2 + 2ax - x^2; \quad (2) f(x) = \frac{x \sin x}{\ln x}; \quad (3) f(x) = (3x^2 - 4x)(2x + 1);$$

$$(4) f(x) = \sin \frac{x}{2} \left( 1 - 2 \cos^2 \frac{x}{4} \right); \quad (5) f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}; \quad (6) f(x) = (2x^2 - 1)(3x + 1);$$

$$(7) f(x) = e^x \cos x; \quad (8) f(x) = \ln x + \frac{1}{x}; \quad (9) f(x) = \frac{\sin x}{x};$$

$$(10) f(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{2-x}.$$

答案 (1)  $2a - 2x$  (2)  $\frac{\sin x \ln x + x \cos x \ln x - \sin x}{(\ln x)^2}$  (3)  $18x^2 - 10x - 4$  (4)  $-\frac{1}{2} \cos x$  (5)  $\frac{x^2 + 1 - 2x^2 \ln x}{x(x^2 + 1)^2}$

(6)  $18x^2 + 4x - 3$  (7)  $e^x (\cos x - \sin x)$  (8)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$  (9)  $\frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$  (10)  $(-x^2 + 3)e^{2-x}$

【解析】(1) 因为  $f(x) = a^2 + 2ax - x^2$ , 所以  $f'(x) = 2a - 2x$ ;

(2) 因为  $f(x) = \frac{x \sin x}{\ln x}$ ,

$$\text{所以 } f'(x) = \frac{(x \sin x)' \cdot \ln x - x \sin x \cdot (\ln x)'}{(\ln x)^2} = \frac{\sin x \ln x + x \cos x \ln x - \sin x}{(\ln x)^2};$$

(3) 因为  $f(x) = (3x^2 - 4x)(2x + 1) = 6x^3 - 5x^2 - 4x$ , 所以  $f'(x) = 18x^2 - 10x - 4$ ;

(4) 因为  $f(x) = \sin \frac{x}{2} \left( 1 - 2 \cos^2 \frac{x}{4} \right) = \sin \frac{x}{2} \cdot \left( -\cos \frac{x}{2} \right) = -\frac{1}{2} \sin x$ ,

所以  $f'(x) = -\frac{1}{2} \cos x$ ;

(5) 因为  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$ ,

$$\text{所以 } f'(x) = \frac{(\ln x)'(x^2 + 1) - (x^2 + 1)' \ln x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{\frac{1}{x}(x^2 + 1) - 2x \ln x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^2 + 1 - 2x^2 \ln x}{x(x^2 + 1)^2};$$

(6) 因为  $f(x) = (2x^2 - 1)(3x + 1) = 6x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ , 所以  $f'(x) = 18x^2 + 4x - 3$ ;

(7) 因为  $f(x) = e^x \cos x$ , 所以  $f'(x) = e^x \cos x - e^x \sin x = e^x (\cos x - \sin x)$ ;

(8) 因为  $f(x) = \ln x + \frac{1}{x}$ , 所以  $f'(x) = (\ln x)' + \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$ ;

(9) 因为  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ , 所以  $f'(x) = \frac{(\sin x)' x - \sin x \cdot x'}{x^2} = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$ ;

(10) 因为  $f(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{2-x}$ ,

所以  $f'(x) = (2x + 2)e^{2-x} - (x^2 + 2x - 1)e^{2-x} = (-x^2 + 3)e^{2-x}$ .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。  
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/117042130051006113>