2022-2023 学年江西省赣州厚德外国语学校高三年级第二学期期末数学试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知圆 $x^2+y^2-4x+2y+1=0$ 关于双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的一条渐近线对称，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．5　　C．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\dfrac{5}{4}$

2．已知我市某居民小区户主人数和户主对户型结构的满意率分别如图和如图所示，为了解该小区户主对户型结构的满意程度，用分层抽样的方法抽取 30% 的户主进行调查，则样本容量和抽取的户主对四居室满意的人数分别为

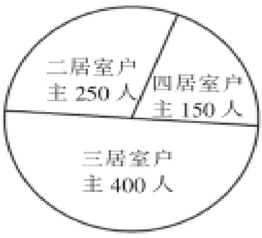


图 1

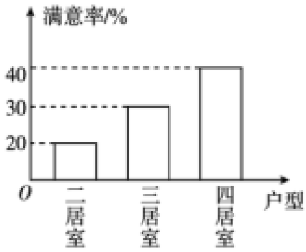


图 2

A．240，18　　B．200，20

C．240，20　　D．200，18

3．已知直线 l_1：$x=my$（$m\neq 0$）与抛物线 C：$y^2=4x$ 交于 O（坐标原点），A 两点，直线 l_2：$x=my+m$ 与抛物线 C 交于 B，D 两点.若 $|BD|=3|OA|$，则实数 m 的值为（　　）

A．$\dfrac{1}{4}$　　B．$\dfrac{1}{5}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{8}$

4．设 a，b，c 为非零实数，且 $a>c$，$b>c$，则（　　）

A．$a+b>c$　　B．$ab>c^2$　　C．$\dfrac{a+b}{2}>c$　　D．$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}>\dfrac{2}{c}$

5．$\vee ABC$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形，E、F 分别为 AB、AC 的中点，沿 EF 把 $\vee AEF$ 折起，使点 A 翻折到点 P 的位置，连接 PB、PC，当四棱锥 $P-BCFE$ 的外接球的表面积最小时，四棱锥 $P-BCFE$ 的体积为（　　）

A．$\dfrac{5\sqrt{3}}{4}$　　B．$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$　　C．$\dfrac{\sqrt{6}}{4}$　　D．$\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$

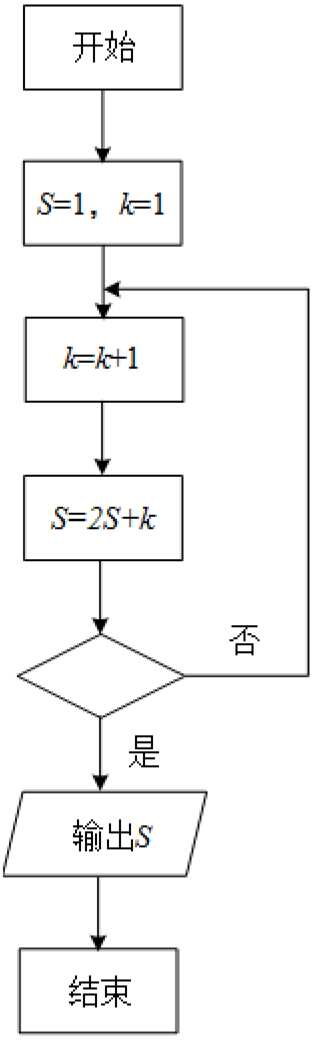
6．已知双曲线 **C**：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，过$F_1$的直线 **l** 与双曲线 **C** 的左支交于 **A**、**B** 两点.若$|AB|=|AF_2|,\angle BAF_2=120^\circ$，则双曲线 **C** 的渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　**B**．$y=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}x$　　**C**．$y=\pm\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x$ **D**．$y=\pm\left(\sqrt{3}-1\right)x$

7. 已知抛物线C：$y^2=2px\left(p>0\right)$，直线$y=k\left(x-\frac{p}{2}\right)\left(k>0\right)$与$C$分别相交于点$A$，$M$与$C$的准线相交于点$N$，若$|AM|=|MN|$，则$k=$（　　）

A．3　　**B**．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　**C**．$2\sqrt{2}$　　**D**．$\frac{1}{3}$

8．某程序框图如图所示，若输出的$S=120$，则判断框内为（　　）



A．$k>7?$　　**B**．$k>6?$　　**C**．$k>5?$　　**D**．$k>4?$

9．下列不等式正确的是（　　）

A. $\sin 130^\circ > \sin 40^\circ > \log_3 4$　　B. $\tan 226^\circ < \ln 0.4 < \tan 48^\circ$

C. $\cos\left(-20^\circ\right) < \sin 65^\circ < \lg 11$　　D. $\tan 410^\circ > \sin 80^\circ > \log_5 2$

10．已知$\left|2\vec{a}+\vec{b}\right| = 2$，$\vec{a}\cdot\vec{b} \in \left[-4,0\right]$，则$\left|\vec{a}\right|$的取值范围是（　　）

A．[0，1]　　**B．** $\left[\frac{1}{2},1\right]$　　**C．[1，2]**　　**D．[0，2]**

11．函数$f\left(x\right) = 2x - \left|3x+1\right|$在$\left[-2,1\right]$上的最大值和最小值分别为（　　）

A． $\frac{2}{3}$**，-2**　　**B．** $-\frac{2}{3}$**，-9**　　**C．-2，-9**　　**D．2，-2**

12．已知函数$f(x) = \begin{cases} 2+\log_{\frac{1}{2}} x, \frac{1}{8} \le x < 1 \\ 2^x, 1 \le x \le 2 \end{cases}$，若$f(a) = f(b)(a < b)$，则$ab$的最小值为（　　）

参考数据：$\ln 2 \approx 0.69, \ln^2 2 \approx 0.48$

A． $\frac{1}{2}$　　**B．** $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　**C．** $\log_2 \sqrt{3}$　　**D．** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若曲线$f(x) = ae^x - \ln x$（其中常数$a \ne 0$）在点$(1, f(1))$处的切线的斜率为 1，则$a =$________.

14．已知点F为双曲线E: $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1(b > 0)$的右焦点，$M$，$N$两点在双曲线上，且$M$，$N$关于原点对称，若$MF \perp NF$，设$\angle MNF = \theta$，且$\theta \in \left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right]$，则该双曲线$E$的焦距的取值范围是________.

15．已知数列$\left\{a_n\right\}$是各项均为正数的等比数列，若$a_3 - a_2 = 5$，则$a_4 + 8a_2$的最小值为________.

16．已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 10$，$a_8{}^2 - a_2{}^2 = 36$，则$a_{11}$的值为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知在□□□□中，角□, □, □的对边分别为□, □, □,且$\frac{\cos□}{□} + \frac{\cos□}{□} = \frac{2\sqrt{3}\sin□}{3\sin□}$.

（1）求□的值；

（2）若$\cos□ + \sqrt{3}\sin□ = 2$,求□ + □的取值范围.

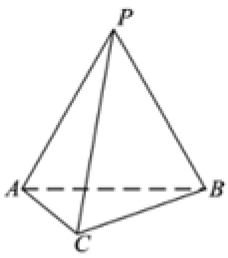
18．（12 分）我们称 ***n***（$n \in \mathbf{N}^*$）元有序实数组（x_1，x_2，…，x_n）为 ***n*** 维向量，$\sum_{i=1}^{n}\left|x_i\right|$为该向量的范数.已知 ***n***

维向量$\vec{a}=\left(x_1,x_2,\cdots,x_n\right)$，其中$x_i\in\{-1,0,1\}$，$i=1$，**2**，**…**，***n*.**记范数为奇数的 ***n*** 维向量$\vec{a}$的个数为A_n，这A_n个向量的范数之和为B_n.

（**1**）求A_2和B_2的值；

（**2**）当 ***n*** 为偶数时，求A_n，B_n（用 ***n*** 表示）.

19.（12 分）如图，在三棱锥$P-ABC$中，$AC=BC=2$，$\angle ACB=90^\circ$，侧面PAB为等边三角形，侧棱$PC=2\sqrt{2}$.



（**1**）求证：平面$PAB\perp$平面ABC；

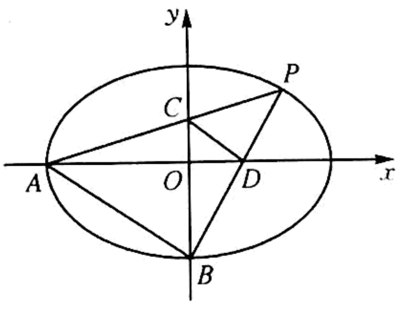
（**2**）求三棱锥$P-ABC$外接球的体积.

20.（12 分）以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C的极坐标方程是$\rho\cos^2\theta-4\sin\theta=0$，直线$l_1$和直线$l_2$的极坐标方程分别是$\theta=\alpha$（$\rho\in\mathbf{R}$）和$\theta=\alpha+\dfrac{\pi}{2}$（$\rho\in\mathbf{R}$），其中$\alpha\neq k\pi$（$k\in z$）.

（**1**）写出曲线C的直角坐标方程；

（**2**）设直线l_1和直线l_2分别与曲线C交于除极点O的另外点A，B，求ΔOAB的面积最小值.

21.（12 分）已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，且过点$(\dfrac{\sqrt{7}}{2},\dfrac{3}{4})$，点$P$在第一象限，$A$为左顶点，$B$为下顶点，$PA$交$y$轴于点$C$，$PB$交$x$轴于点$D$.

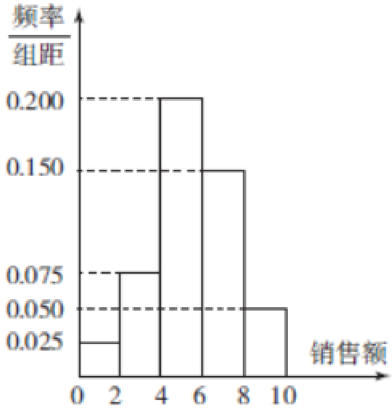


（**1**）求椭圆E的标准方程；

（**2**）若$CD//AB$，求点P的坐标.

22.（10 分）某网络商城在 2019 年1月1

日开展“庆元旦”活动，当天各店铺销售额破十亿，为了提高各店铺销售的积极性，采用摇号抽奖的方式，抽取了40家店铺进行红包奖励.如图是抽取的40家店铺元旦当天的销售额（单位：千元）的频率分布直方图.



（1）求抽取的这40家店铺，元旦当天销售额的平均值；

（2）估计抽取的40家店铺中元旦当天销售额不低于4000元的有多少家；

（3）为了了解抽取的各店铺的销售方案，销售额在$\left[0,2\right)$和$\left[8,10\right]$的店铺中共抽取两家店铺进行销售研究，求抽取的店铺销售额在$\left[0,2\right)$中的个数ζ的分布列和数学期望.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

将圆$x^2+y^2-4x+2y+1=0$，化为标准方程为，求得圆心为$\left(2,-1\right)$.根据圆$x^2+y^2-4x+2y+1=0$关于双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的一条渐近线对称，则圆心在渐近线上，$\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{2}$.再根据$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\dfrac{b}{a}\right)^2}$求解.

【详解】

已知圆$x^2+y^2-4x+2y+1=0$，

所以其标准方程为：$\left(x-2\right)^2+\left(y+1\right)^2=4$，

所以圆心为$\left(2,-1\right)$.

因为双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$，

所以其渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$，

又因为圆$x^2+y^2-4x+2y+1=0$关于双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的一条渐近线对称，

则圆心在渐近线上，

所以$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$.

所以$e=\frac{c}{a}=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

故选：**C**

【点睛】

本题主要考查圆的方程及对称性，还有双曲线的几何性质 ，还考查了运算求解的能力，属于中档题.

2、**A**

【解析】

利用统计图结合分层抽样性质能求出样本容量，利用条形图能求出抽取的户主对四居室满意的人数.

【详解】

样本容量为：（**150+250+400**）×**30%＝240**，

∴抽取的户主对四居室满意的人数为：$240\times\frac{150}{150+250+400}\times40\%=18$.

故选 A.

【点睛】

本题考查样本容量和抽取的户主对四居室满意的人数的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意统计图的性质的合理运用.

3、**D**

【解析】

设$B\left(x_1,y_1\right)$，$D\left(x_2,y_2\right)$，联立直线与抛物线方程，消去x、列出韦达定理，再由直线$x=my$与抛物线的交点求出A点坐标，最后根据$|BD|=3|OA|$，得到方程，即可求出参数的值；

【详解】

解：设$B\left(x_1,y_1\right)$，$D\left(x_2,y_2\right)$，由$\begin{cases}x=my+m\\y^2=4x\end{cases}$，得$y^2-4my-4m=0$，

$\because \Delta=16m^2+16m>0$，解得 $m<-1$ 或 $m>0$，$\therefore y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-4m$.

又由 $\begin{cases}x=my\\ y^2=4x\end{cases}$，得 $y^2-4my=0$，$\therefore y=0$ 或 $y=4m$，$\therefore A\left(4m^2,4m\right)$，

$\because |BD|=3|OA|$，

$\therefore (1+m^2)\left(y_1-y_2\right)^2=9\left(16m^4+16m^2\right)$，

又$\because \left(y_1-y_2\right)^2=\left(y_1+y_2\right)^2-4y_1y_2=16m^2+16m$，

$\therefore$代入解得 $m=\dfrac{1}{8}$.

故选：**D**

【点睛】

本题考查直线与抛物线的综合应用，弦长公式的应用，属于中档题.

4、**C**

【解析】

取 $a=-1,b=-1,c=-2$，计算知 ABD 错误，根据不等式性质知 C 正确，得到答案.

【详解】

$a>c,b>c$，故 $a+b>2c$，$\dfrac{a+b}{2}>c$，故 C 正确；

取 $a=-1,b=-1,c=-2$，计算知 ABD 错误；

故选：C.

【点睛】

本题考查了不等式性质，意在考查学生对于不等式性质的灵活运用.

5、**D**

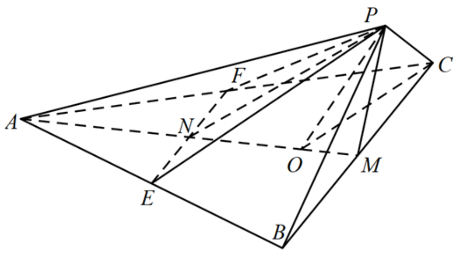
【解析】

首先由题意得，当梯形 $BCFE$ 的外接圆圆心为四棱锥 $P-BCFE$ 的外接球球心时，外接球的半径最小，通过图形发现，BC 的中点即为梯形 $BCFE$ 的外接圆圆心，也即四棱锥 $P-BCFE$ 的外接球球心，则可得到 $PO=OC=\sqrt{3}$，进而可根据四棱锥的体积公式求出体积.

【详解】

如图，四边形 $BCFE$ 为等腰梯形，则其必有外接圆，设 O 为梯形 $BCFE$ 的外接圆圆心，

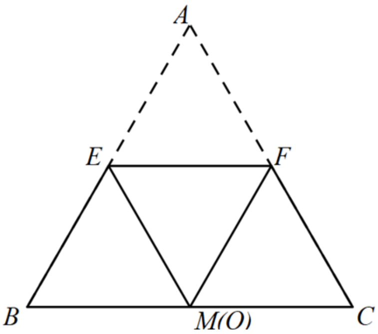
当 O 也为四棱锥 $P-BCFE$ 的外接球球心时，外接球的半径最小，也就使得外接球的表面积最小，过 A 作 BC 的垂线交 BC 于点 M，交 EF 于点 N，连接 PM,PN，点 O 必在 AM 上，



E、F 分别为 AB、AC 的中点，则必有 $AN=PN=MN$，

$\therefore \angle APM=90^{\circ}$，即△$APM$ 为直角三角形.

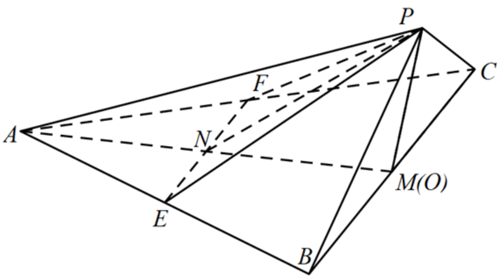
对于等腰梯形 $BCFE$，如图：



因为$\vee ABC$ 是等边三角形，E、F、M 分别为 AB、AC、BC 的中点，

必有 $MB=MC=MF=ME$，

所以点 M 为等腰梯形 $BCFE$ 的外接圆圆心，即点 O 与点 M 重合，如图



$\therefore PO=OC=\dfrac{1}{2}BC=\sqrt{3}$，$PA=\sqrt{AO^{2}-PO^{2}}=\sqrt{3^{2}-3}=\sqrt{6}$，

所以四棱锥 $P-BCFE$ 底面 $BCFE$ 的高为 $\dfrac{PO\cdot PA}{AM}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{3}=\sqrt{2}$，

$$V_{P-BCFE}=\frac{1}{3}S_{BCFE}h=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}S_{\vee ABC}h=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 3\times\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{6}}{4}.$$

故选：**D.**

【点睛】

本题考查四棱锥的外接球及体积问题，关键是要找到外接球球心的位置，这个是一个难点，考查了学生空间想象能力和分析能力，是一道难度较大的题目.

6、**D**

【解析】

设$\left|AF_2\right|=m$，利用余弦定理，结合双曲线的定义进行求解即可.

【详解】

设$\left|AB\right|=\left|AF_2\right|=m,\therefore\left|BF_2\right|=\sqrt{\left|AB\right|^2+\left|AF_2\right|^2-2\left|AB\right|\cdot\left|AF_2\right|\cdot\cos120°}=\sqrt{3}m$，由双曲线的定义可知：$\left|AF_1\right|=m-2a$,

因此$\left|BF_1\right|=2a$, 再由双曲线的定义可知：$\left|BF_2\right|-\left|BF_1\right|=2a\Rightarrow m=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a$，在三角形$AF_1F_2$中，由余弦定理可知：

$\left|F_1F_2\right|^2=\left|AF_1\right|^2+\left|AF_2\right|^2-2\left|AF_1\right|\cdot\left|AF_2\right|\cdot\cos120^\circ\Rightarrow c^2=(5-2\sqrt{3})a^2\Rightarrow a^2+b^2=(5-2\sqrt{3})a^2$

$\Rightarrow b^2=(4-2\sqrt{3})a^2\Rightarrow\dfrac{b^2}{a^2}=(4-2\sqrt{3})\Rightarrow\dfrac{b}{a}=\sqrt{3}-1$，因此双曲线的渐近线方程为：

$y=\pm\left(\sqrt{3}-1\right)x$.

故选：**D**

【点睛】

本题考查了双曲线的定义的应用，考查了余弦定理的应用，考查了双曲线的渐近线方程，考查了数学运算能力.

7、C

【解析】

根据抛物线的定义以及三角形的中位线，斜率的定义表示即可求得答案.

【详解】

显然直线$y=k\left(x-\dfrac{p}{2}\right)(k>0)$过抛物线的焦点$F\left(\dfrac{p}{2},0\right)$

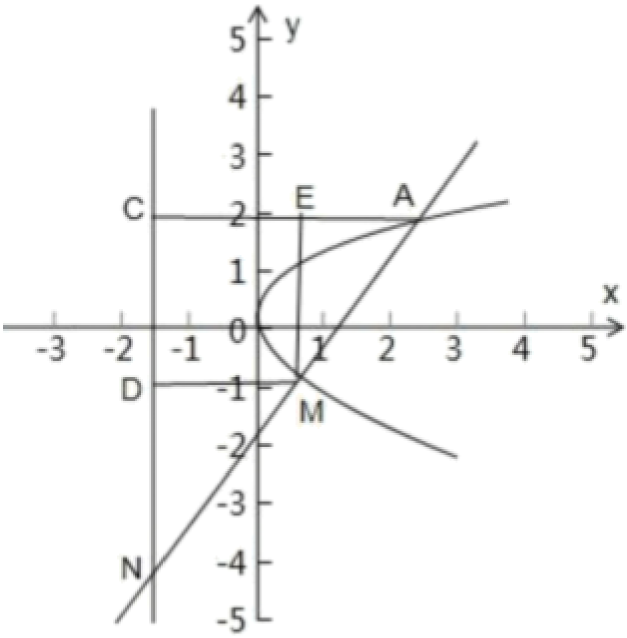
如图，过 ***A,M*** 作准线的垂直，垂足分别为 ***C***，***D***，过 ***M*** 作 ***AC*** 的垂线，垂足为 ***E***

根据抛物线的定义可知 ***MD=MF***，***AC=AF***，又 ***AM=MN***，所以 ***M*** 为 ***AN*** 的中点，所以 ***MD*** 为三角形 ***NAC*** 的中位线，

故 ***MD=CE=EA***=$\dfrac{1}{2}$***AC***

设 ***MF=t***，则 ***MD=t***，***AF=AC=2t***，所以 ***AM=3t***，在直角三角形 ***AEM*** 中，***ME***=$\sqrt{AM^2-AE^2}=\sqrt{9t^2-t^2}=2\sqrt{2}t$

所以$k=\tan\angle MAE=\dfrac{ME}{AE}=\dfrac{2\sqrt{2}t}{t}=2\sqrt{2}$



故选：**C**

【点睛】

本题考查求抛物线的焦点弦的斜率，常见于利用抛物线的定义构建关系，属于中档题.

8、**C**

【解析】

程序在运行过程中各变量值变化如下表：

	K	**S**	是否继续循环
循环前	**1**	**1**	
第一圈	**2**	**4**	是
第二圈	**3**	**11**	是
第三圈	**4**	**26**	是
第四圈	**5**	**57**	是
第五圈	**6**	**120**	否

故退出循环的条件应为 **k>5?**

本题选择 **C** 选项.

点睛：使用循环结构寻数时，要明确数字的结构特征，决定循环的终止条件与数的结构特征的关系及循环次数．尤其是统计数时，注意要统计的数的出现次数与循环次数的区别．

9、**D**