2024-2025 学年天津市北辰区高三上学期第一次月考数学检测试题

1. 已知集合 $U=\{-1,1,3,5,7,9\}$，$A=\{1,5\}$，$B=\{-1,5,7\}$，则 $\complement_U(A\cup B)=$（　　）

A. $\{3,9\}$　　B. $\{1,5,7\}$

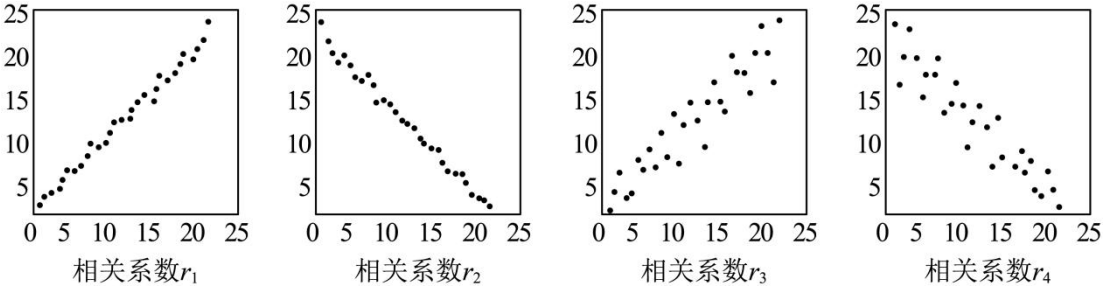
C. $\{-1,1,3,9\}$　　D. $\{-1,1,3,7,9\}$

2. 设 $x\in\mathbf{R}$，则“$x^2-3x<0$”是“$|x-1|<2$”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 某统计部门对四组数据进行统计，获得如图所示的散点图，将四组数据相应的相关系数进行比较，正确的是（　　）



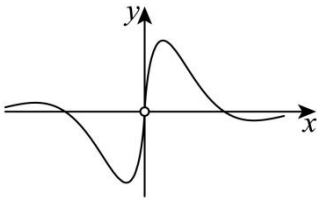
A. $r_2<r_4<0<r_3<r_1$　　B. $r_2<r_4<0<r_1<r_3$

C. $r_4<r_2<0<r_1<r_3$　　D. $r_4<r_2<0<r_3<r_1$

4. 若 $a=\log_\pi \mathrm{e}$，$b=\left(\sqrt{\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$，$c=\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^{-\frac{1}{3}}$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A. $b<a<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $a<b<c$

5. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示，则函数 $f(x)$ 的解析式可能为（　　）



A. $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}}{x}$　　B. $f(x)=\sin 2x\cdot\ln\dfrac{x^2+1}{x^2}$

C. $f(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{x}$　　D. $f(x)=\cos 2x\cdot\ln\dfrac{x^{2}+1}{x^{2}}$

6. 若 m，n 为两条直线，α 为一个平面，则下列结论中正确的是（　　）

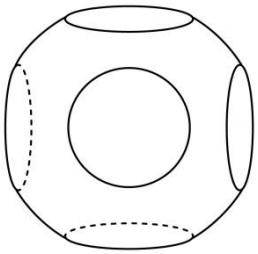
A. 若 $m//\alpha$，$n\subset\alpha$，则 $m//n$　　B. 若 $m//\alpha$，$n//\alpha$，则 $m//n$

C. 若 $m//\alpha$，$n\perp\alpha$，则 $m\perp n$　　D. 若 $m//\alpha$，$n\perp\alpha$，则 m 与 n 相交

7. 已知 $\overrightarrow{AB}=(2,3)$，$\overrightarrow{AC}=(3,t)$，$\left|\overrightarrow{BC}\right|=1$，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$（　　）

A. 8　　B. 5　　C. 2　　D. 7

8. 某同学在参加《通用技术》实践课时，制作了一个工艺品，如图所示，该工艺品可以看成是一个球被一个棱长为 $4\sqrt{3}$ 的正方体的六个面所截后剩余的部分（球心与正方体的中心重合），若其中一个截面圆的周长为 4π，则该球的体积是（）



A. $\dfrac{256\pi}{3}$　　B. 64π　　C. 16π　　D. $\dfrac{32\pi}{3}$

9. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{10}\right)$，$(\omega>0)$ 在区间 $(0,2\pi]$ 上恰有 5 个零点，在下述四个结论中：① $f(x)$ 在区间 $(0,2\pi)$ 有三个极大值点；② $f(x)$ 在区间 $(0,2\pi)$ 有三个极小值点；③ $f(x)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{\pi}{10}\right)$ 一定单调递增；④ ω 的取值范围是 $\left[\dfrac{49}{20},\dfrac{59}{20}\right)$．所有正确的结论的个数是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

10. 已知 i 是虚数单位，若复数 z 满足 $(1+2i)z=3-i$，则 $|z|=$_____.

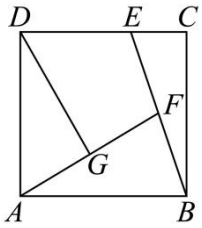
11. 在 $\left(\dfrac{3}{x^{3}}+\dfrac{x^{3}}{3}\right)^{6}$ 的展开式中，常数项为_____.

12. 假设某市场供应的灯泡中，甲厂产品占 60%，乙厂产品占 40%，甲厂产品的合格率为 90%，乙厂产品的合格率为 80%，在该市场中购买甲厂的两个灯泡，则均合格品的概率为_____；

若在该市场中随机购买两个灯泡，则这两个灯泡恰有一个是合格品的概率为_____.

13. 已知 $x>0$， $y>0$， $x+2y=2$，则 $\dfrac{x^2+5y^2+2x+4y}{xy}$ 的最小值为_____.

14. 在正方形 $ABCD$ 中，边长为 1，E 为线段 CD 的三等分点，$\overrightarrow{EC}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DE}$，$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BA}+\mu\overrightarrow{BC}$，则 $\lambda+\mu=$_____；若 F 为线段 BE 上的动点，G 为 AF 中点，则 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{DG}$ 的最小值为_____.



15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x\ln x, x>0,\\ \dfrac{1}{x}-x, x<0,\end{cases}$ 若函数 $g(x)=f(f(x))-af(x)+1$ 有唯一零点，则实数 a 的取值范围是_____.

16. 在$\mathbb{V}$ ABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c.已知 $b\sin A=a\cos\left(B-\dfrac{\pi}{6}\right)$.

（1）求角 B 的大小；

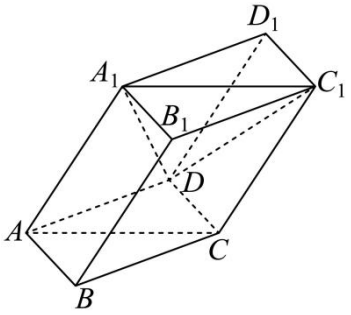
（2）设 a=2，c=3，求 b 和 $\sin(2A-B)$ 的值.

17. 已知函数 $f(x)=4\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-\omega x\right)\cos\omega x-1(\omega>0)$ 图象的相邻两条对称轴之间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）求函数 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的单调递增区间.

18. 棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的所有棱长都等于 2，$\angle ABC=60^\circ$，平面 $AA_1C_1C\perp$ 平面 $ABCD$，$\angle A_1AC=60^\circ$.



（1）证明：$BD \perp AA_1$；

（2）求平面 DAA_1 与平面 A_1ACC_1 夹角的余弦值；

（3）在直线 CC_1 上是否存在点 P，使 $BP//$ 平面 DA_1C_1？若存在，求出点 P 的位置.

19. 已知函数 $f\left(x\right)=x-x\ln x-a$.

（1）若曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程为 $y=bx+2$，求 a 和 b 的值；

（2）求 $f\left(x\right)$ 的单调区间与最大值.

20. 已知 $f\left(x\right)=x+k\ln\left(1+x\right)$ 在 $\left(t,f\left(t\right)\right)(t>0)$ 处切线为 l.

（1）若切线 l 的斜率 $k=-1$，求 $f\left(x\right)$ 单调区间；

（2）证明：切线 l 不经过 $\left(0,0\right)$；

（3）已知 $k=1$，$A\left(t,f\left(t\right)\right)$，$C\left(0,f\left(t\right)\right)$，$O\left(0,0\right)$，其中 $t>0$，切线 l 与 y 轴交于点 B 时．当 $2S_{\triangle ACO}=15S_{\triangle ABO}$，符合条件的 A 的个数为？

（参考数据：$1.09<\ln 3<1.10$，$1.60<\ln 5<1.61$，$1.94<\ln 7<1.95$）

2024-2025学年天津市北辰区高三上学期第一次月考数学检测试题

1. 已知集合$U=\{-1,1,3,5,7,9\}$，$A=\{1,5\}$，$B=\{-1,5,7\}$，则$\complement_U(A\cup B)=$（　　）

A. $\{3,9\}$　　B. $\{1,5,7\}$

C. $\{-1,1,3,9\}$　　D. $\{-1,1,3,7,9\}$

【答案】A

【解析】

【分析】先求出集合A,B的并集，再求出补集即可得解.

【详解】因为$A=\{1,5\}$，$B=\{-1,5,7\}$，

所以$A\cup B=\{-1,1,5,7\}$，

又$U=\{-1,1,3,5,7,9\}$，所以$\complement_U(A\cup B)=\{3,9\}$.

故选：A.

【点睛】本题考查了集合的并集和补集的运算，属于基础题.

2. 设$x\in\mathbf{R}$，则“$x^2-3x<0$”是“$|x-1|<2$”的（　　）

A. 充分而不必要条件　　B. 必要而不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】分别求出$x^2-3x<0$和$|x-1|<2$的解，根据充分必要条件的定义判定，即可求出结论,

【详解】$x^2-3x<0$得$0<x<3$，$|x-1|<2$得$-1<x<3$，

$\therefore 0<x<3$成立，则$-1<x<3$成立，

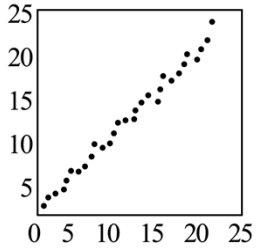
而$-1<x<3$成立，$0<x<3$不一定成立，

所以“$x^2-3x<0$”是“$|x-1|<2$”的充分不必要条件.

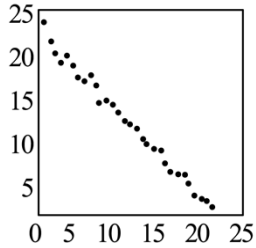
故选：A.

【点睛】本题考查充分不必要条件的判定，属于基础题.

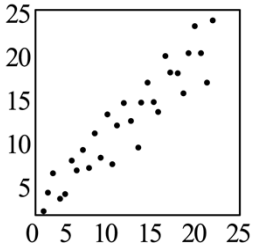
3. 某统计部门对四组数据进行统计，获得如图所示的散点图，将四组数据相应的相关系数进行比较，正确的是（　　）



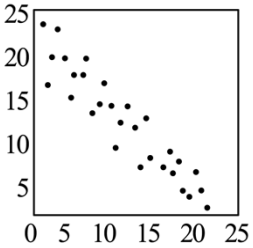
相关系数r_1



相关系数r_2



相关系数r_3



相关系数r_4

A. $r_2<r_4<0<r_3<r_1$　　B. $r_2<r_4<0<r_1<r_3$

C. $r_4<r_2<0<r_1<r_3$　　D. $r_4<r_2<0<r_3<r_1$

【答案】A

【解析】

【分析】根据题中给出的散点图，先判断是正相关还是负相关，然后根据散点图的集中程度分析相关系数的大小.

【详解】由图可知，从左到右第一幅图、第三幅图是正相关，第二幅图、第四幅图是负相关，

且第一幅图、第二幅图的点相对更加集中，所以r_1更加接近 1，r_2更加接近-1，

所以$r_2<r_4<0<r_3<r_1$.

故选：A.

4. 若$a=\log_\pi \mathrm{e}$，$b=\left(\sqrt{\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$，$c=\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^{-\frac{1}{3}}$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A. $b<a<c$　　B. $a<c<b$　　C. $c<a<b$　　D. $a<b<c$

【答案】B

【解析】

【分析】利用指数函数，对数函数，幂函数的单调性，来判断值的大小.

【详解】由函数$y=\log_\pi x$是增函数，则$a=\log_\pi \mathrm{e}<\log_\pi \pi=1, a=\log_\pi \mathrm{e}>\log_\pi 1=0$，所以$0<a<1$，

由函数$y=\left(\sqrt{\pi}\right)^x$是增函数，则$b=\left(\sqrt{\pi}\right)^{\frac{2}{3}}>\left(\sqrt{\pi}\right)^0=1$，所以$b>1$，

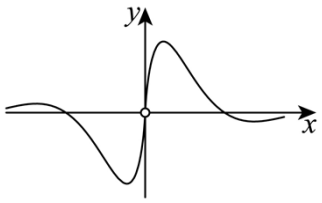
由函数$y=\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^x$是减函数，则$c=\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^{-\frac{1}{3}}>\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^0=1$，所以$c>1$，

由$b=\left(\sqrt{\pi}\right)^{\frac{2}{3}}=\pi^{\frac{1}{3}}$，$c=\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)^{-\frac{1}{3}}=\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}$，

由函数$y=x^{\frac{1}{3}}$是增函数，则$\pi^{\frac{1}{3}}>\mathrm{e}^{\frac{1}{3}}$，即$b>c$，

故选：B.

5. 已知函数$f\left(x\right)$的图象如图所示，则函数$f\left(x\right)$的解析式可能为（　　）



A. $f\left(x\right)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{x}$　　B. $f\left(x\right)=\sin 2x\cdot\ln\dfrac{x^{2}+1}{x^{2}}$

C. $f\left(x\right)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}{x}$　　D. $f\left(x\right)=\cos 2x\cdot\ln\dfrac{x^{2}+1}{x^{2}}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据图象得到该函数的定义域、奇偶性、零点等性质，据此逐项判断即可.

【详解】根据题意，由函数的图象，$f\left(x\right)$的定义域为$\left\{x\middle|\ x\neq 0\right\}$，其图象关于原点对称，为奇函数；在$\left(0,+\infty\right)$上，函数图象与$x$轴存在交点.

由此分析选项：

对于A，$f\left(x\right)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{x}$，其定义域为$\left\{xx\neq 0\right\}$，有$f\left(-x\right)=\dfrac{\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^{x}}{-x}=\dfrac{\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x}}{x}=f\left(x\right)$，

$f\left(x\right)$为偶函数，不符合题意；

对于B，$f\left(x\right)=\sin 2x\cdot\ln\dfrac{x^{2}+1}{x^{2}}$，其定义域为$\left\{x\middle|\ x\neq 0\right\}$，

有$f\left(-x\right)=\sin\left(-2x\right)\cdot\ln\dfrac{x^{2}+1}{x^{2}}=-\sin 2x\cdot\ln\dfrac{x^{2}+1}{x^{2}}=-f\left(x\right)$，$f\left(x\right)$为奇函数，其图象关于原点对称；

当$x=k\pi+\dfrac{\pi}{2}\left(k\in\mathbf{Z}\right)$时，$\sin 2x=0,f\left(x\right)=0$，函数图象与$x$轴存在交点，符合题意；

对于C，$f\left(x\right)=\dfrac{\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}}{x}$，当$x>0$时，$\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x}>0,x>0$，故$f\left(x\right)>0$恒成立，所以该函数图象在$\left(0,+\infty\right)$上与$x$轴不存在交点，不符合题意；

对于D，$f\left(x\right)=\cos 2x\cdot\ln\dfrac{x^{2}+1}{x^{2}}$，其定义域为$\left\{x\middle|\ x\neq 0\right\}$，

有 $f\left(-x\right)=\cos\left(-2x\right)\cdot\ln\frac{x^2+1}{x^2}=\cos2x\cdot\ln\frac{x^2+1}{x^2}=f\left(x\right)$，$f\left(x\right)$ 为偶函数，不符合题意.

综上所述，只有选项 B 的函数满足，

故选：B.

6. 若 m ，n 为两条直线，α 为一个平面，则下列结论中正确的是（　　）

A. 若 $m//\alpha$ ，$n\subset\alpha$ ，则 $m//n$　　B. 若 $m//\alpha$ ，$n//\alpha$ ，则 $m//n$

C. 若 $m//\alpha$ ，$n\perp\alpha$ ，则 $m\perp n$　　D. 若 $m//\alpha$ ，$n\perp\alpha$ ，则 m 与 n 相交

【答案】C

【解析】

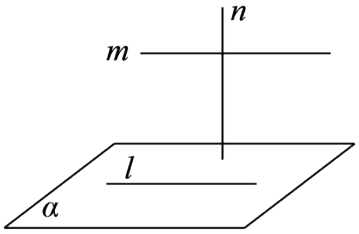
【分析】ABD 可举出反例；C 选项，根据线线平行和线面垂直的性质得到答案.

【详解】根据题意，依次分析选项：

对于 A，若 $m//\alpha$ ，$n\subset\alpha$ ，则 m 与 n 平行或异面，A 错误；

对于 B，若 $m//\alpha$ ，$n//\alpha$ ，则 m 与 n 异面、平行或相交，B 错误；

对于 C，设直线 l ，满足 $l\subset\alpha$ 且 $l//m$ ，



若 $n\perp\alpha$ ，则 $n\perp l$ ，而 $l//m$ ，则 $m\perp n$ ，C 正确；

对于 D，若 $m//\alpha$ ，$n\perp\alpha$ ，则 m 与 n 相交或异面，D 错误.

故选：C.

7. 已知 $\overrightarrow{AB}=\left(2,3\right)$ ，$\overrightarrow{AC}=\left(3,t\right)$ ，$\left|\overrightarrow{BC}\right|=1$ ，则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$（　　）

A. 8　　B. 5　　C. 2　　D. 7

【答案】C

【解析】

【分析】由 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\left(1,t-3\right)$ 及 $\left|\overrightarrow{BC}\right|=1$ ，可得 $t=3$ ，从而根据向量数量积的坐标表示即可求解.

【详解】解：因为 $\overrightarrow{AB}=\left(2,3\right)$ ，$\overrightarrow{AC}=\left(3,t\right)$ ，所以 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\left(1,t-3\right)$ ，

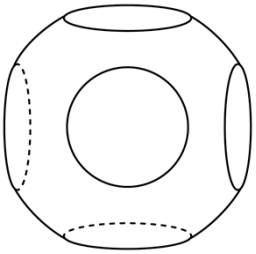
因为 $\left|\overrightarrow{BC}\right|=1$ ，所以 $1^2+\left(t-3\right)^2=1$ ，解得 $t=3$ ，

所以$\overrightarrow{BC}=(1,0)$，

所以$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=2\times1+3\times0=2$，

故选：C.

8. 某同学在参加《通用技术》实践课时，制作了一个工艺品，如图所示，该工艺品可以看成是一个球被一个棱长为$4\sqrt{3}$的正方体的六个面所截后剩余的部分（球心与正方体的中心重合），若其中一个截面圆的周长为4π，则该球的体积是（）



A. $\frac{256\pi}{3}$　　B. 64π　　C. 16π　　D. $\frac{32\pi}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】求出球心到截面圆所在平面的距离以及截面圆的半径,利用勾股定理可求得球的半径,再利用球的体积公式即可求得结果.

【详解】由题意可得,球心到截面圆所在的平面的距离$d=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$,

设截面圆的半径为r,球的半径为R,则$2\pi r=4\pi$,解得$r=2$,

所以$R=\sqrt{r^2+d^2}=4$,

所以该球的体积为$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{256\pi}{3}$,

故选：A

9. 已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{10}\right)$，$(\omega>0)$在区间$(0,2\pi]$上恰有 5 个零点，在下述四个结论中：①$f(x)$在区间$(0,2\pi)$有三个极大值点；②$f(x)$在区间$(0,2\pi)$有三个极小值点；③$f(x)$在区间$\left(0,\frac{\pi}{10}\right)$一定单调递增；④$\omega$的取值范围是$\left[\frac{49}{20},\frac{59}{20}\right)$. 所有正确的结论的个数是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【答案】C

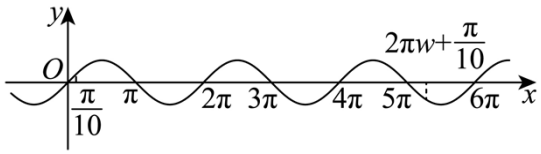
【解析】

【分析】利用正弦函数的性质先计算ω的范围，结合题意一一判定结论即可.

【详解】由题意知$x\in\left(0,2\pi\right]$时有$z=\omega x+\dfrac{\pi}{10}\in\left(\dfrac{\pi}{10},2\pi\omega+\dfrac{\pi}{10}\right]$，则$5\pi\le 2\pi\omega+\dfrac{\pi}{10}<6\pi$，

解之得$\omega\in\left[\dfrac{49}{20},\dfrac{59}{20}\right)$，即④正确；

作出$y=\sin z$部分图象如下，显然在区间$\left(0,2\pi\right)$上函数有3个极大值点，但不一定有3个极小值点，即①正确，②错误；



$x\in\left(0,\dfrac{\pi}{10}\right)$时，$z=\omega x+\dfrac{\pi}{10}\in\left(\dfrac{\pi}{10},\dfrac{\pi\omega}{10}+\dfrac{\pi}{10}\right)$

因为$\omega\in\left[\dfrac{49}{20},\dfrac{59}{20}\right)$，所以$\dfrac{\pi\omega}{10}+\dfrac{\pi}{10}\in\left[\dfrac{69\pi}{200},\dfrac{79\pi}{200}\right)$，

显然$\dfrac{79\pi}{200}<\dfrac{\pi}{2}$，此时$f\left(x\right)$单调递增，即③正确.

故选：C

【点睛】思路点睛：利用整体思想结合正弦函数图象先确定ω的范围是关键.

10. 已知i是虚数单位，若复数z满足$\left(1+2\mathrm{i}\right)z=3-\mathrm{i}$，则$\left|z\right|=$_____.

【答案】$\sqrt{2}$

【解析】

【分析】先根据复数的除法算出z，然后用模长公式进行求解.

【详解】由题意，$z=\dfrac{3-\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=\dfrac{\left(3-\mathrm{i}\right)\left(1-2\mathrm{i}\right)}{\left(1+2\mathrm{i}\right)\left(1-2\mathrm{i}\right)}=\dfrac{1-7\mathrm{i}}{5}$，于是$\left|z\right|=\sqrt{\left(\dfrac{1}{5}\right)^2+\left(-\dfrac{7}{5}\right)^2}=\sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$

11. 在$\left(\dfrac{3}{x^3}+\dfrac{x^3}{3}\right)^6$的展开式中，常数项为_____.

【答案】20

【解析】

【分析】根据题意结合二项展开式的通项分析求解即可.

【详解】因为$\left(\frac{3}{x^3}+\frac{x^3}{3}\right)^6$的展开式的通项为$T_{r+1}=C_6^r\left(\frac{3}{x^3}\right)^{6-r}\left(\frac{x^3}{3}\right)^r=3^{6-2r}C_6^r x^{6(r-3)},r=0,1,\cdots,6$，

令$6(r-3)=0$，可得$r=3$，

所以常数项为$3^0C_6^3=20$.

故答案为：20.

12. 假设某市场供应的灯泡中，甲厂产品占60%，乙厂产品占40%，甲厂产品的合格率为90%，乙厂产品的合格率为80%，在该市场中购买甲厂的两个灯泡，则均合格品的概率为_____；若在该市场中随机购买两个灯泡，则这两个灯泡恰有一个是合格品的概率为_____.

【答案】 ①. 0.81 ②. 0.2408

【解析】

【分析】利用独立重复事件的概率以及全概率公式求解.

【详解】在该市场中购买甲长的两个灯泡，则均合格的概率为$0.9\times0.9=0.81$，

若在该市场中随机购买一个灯泡，则这个灯泡是合格品的概率为

$0.6\times0.9+0.4\times0.8=0.86$，

在该市场中随机购买两个灯泡，则这两个灯泡恰有一个是合格品的概率为

$C_2^1\times0.86\times0.14=0.2408$

故答案为：0.81；0.2408.

13. 已知$x>0$，$y>0$，$x+2y=2$，则$\frac{x^2+5y^2+2x+4y}{xy}$的最小值为_____.

【答案】$6\sqrt{2}+4$

【解析】

【分析】

利用$x+2y=2$代入，将式子进行齐次化处理，变为$\frac{x^2+5y^2+(x+2y)^2}{xy}$，进一步使用均值不等式即可.

【详解】$\frac{x^2+5y^2+2x+4y}{xy}=\frac{x^2+5y^2+4}{xy}=\frac{x^2+5y^2+(x+2y)^2}{xy}=\frac{x^2+5y^2+x^2+4xy+4y^2}{xy}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/118022114015007031