2025 年福建省龙岩市连城一中高三（下）4 月月考数学试题试卷

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

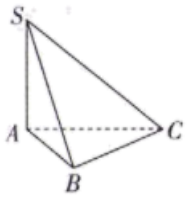
3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．连接双曲线 $C_1:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 及 $C_2:\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$ 的 4 个顶点的四边形面积为 S_1，连接 4 个焦点的四边形的面积为 S_2，则当 $\frac{S_1}{S_2}$ 取得最大值时，双曲线 C_1 的离心率为（　　）

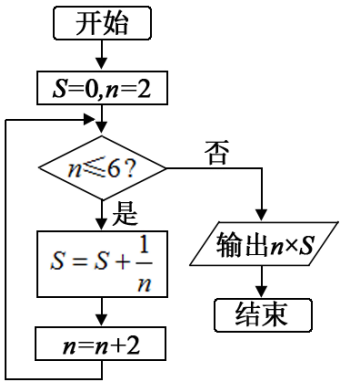
A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{2}$

2．如图，在三棱锥 $S-ABC$ 中，$SA\perp$ 平面 ABC，$AB\perp BC$，现从该三棱锥的 4 个表面中任选 2 个，则选取的 2 个表面互相垂直的概率为（　　）



A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

3．阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，则输出的结果为（　　）



A．$\frac{11}{12}$　　B．6　　C．$\frac{11}{2}$　　D．$\frac{22}{3}$

4．在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_5a_6=3$，则 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=$（　　）

A．$1+\log_3 5$　　B．6　　C．4　　D．5

5．函数 $f\left(x\right)=x^3-x^2+x$ 的图象在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线为 l，则 l 在 y 轴上的截距为（　　）

A． -1　　**B．** 1　　**C．** -2　　**D．** 2

6．设 m，n 是空间两条不同的直线，α，β 是空间两个不同的平面，给出下列四个命题：

①若 $m//\alpha$，$n//\beta$，$\alpha//\beta$，则 $m//n$；

②若 $\alpha\perp\beta$，$m\perp\beta$，$m\subset\alpha$，则 $m//\alpha$；

③若 $m\perp n$，$m\perp\alpha$，$\alpha//\beta$，则 $n//\beta$；

④若 $\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，$m//\alpha$，$m\perp l$，则 $m\perp\beta$.其中正确的是（　　）

A．①②　　**B．**②③　　**C．**②④　　**D．**③④

7．函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{3}\right)$（$\omega>0$），当 $x\in\left[0,\pi\right]$ 时，$f\left(x\right)$ 的值域为 $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right]$，则 ω 的范围为（　　）

A． $\left[\dfrac{5}{6},\dfrac{3}{2}\right]$　　**B．** $\left[\dfrac{5}{6},\dfrac{5}{3}\right]$　　**C．** $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{4}{3}\right]$　　**D．** $\left(0,\dfrac{5}{3}\right]$

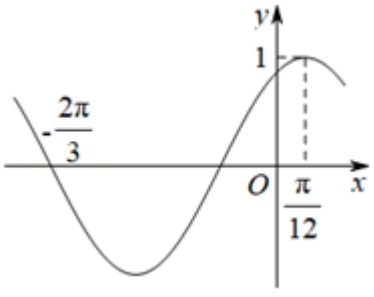
8．造纸术、印刷术、指南针、火药被称为中国古代四大发明，此说法最早由英国汉学家艾约瑟提出并为后来许多中国的历史学家所继承，普遍认为这四种发明对中国古代的政治，经济，文化的发展产生了巨大的推动作用.某小学三年级共有学生 500 名，随机抽查 100 名学生并提问中国古代四大发明，能说出两种发明的有 45 人，能说出 3 种及其以上发明的有 32 人，据此估计该校三级的 500 名学生中，对四大发明只能说出一种或一种也说不出的有（　　）

A．69 人　　**B．84 人**　　**C．108 人**　　**D．115 人**

9．若实数 x、y 满足 $\begin{cases}y\le 2\\ x+y\ge 1\\ y\ge x\end{cases}$，则 $z=x+2y$ 的最小值是（　　）

A． 6　　**B．** 5　　**C．** 2　　**D．** $\dfrac{3}{2}$

10．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则 $f\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)=$（　　）



A．$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

11．$\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的二项展开式中，x^2 的系数是（ ）

A．70　　B．-70　　C．28　　D．-28

12．定义在 R 上的函数 $f(x)=x+g(x)$，$g(x)=-2x-2+g(-2-x)$，若 $f(x)$ 在区间 $[-1,+\infty)$ 上为增函数，且存在 $-2<t<0$，使得 $f(0)\cdot f(t)<0$.则下列不等式不一定成立的是（　　）

A．$f\left(t^2+t+1\right)>f\left(\frac{1}{2}\right)$　　B．$f(-2)>0>f(t)$

C．$f(t+2)>f(t+1)$　　D．$f(t+1)>f(t)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．若实数$□,□$满足不等式组 $\begin{cases} □+□-4\le 0, \\ 2□-3□-8\le 0, \\ □\ge 1, \end{cases}$ 则目标函数$□=3□-□$的最大值为_____.

14．在平面直角坐标系 xoy 中，点 $P(x_0,y_0)$ 在单位圆 O 上，设 $\angle xOP=\alpha$，且 $\alpha\in(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$．若 $\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})=-\frac{12}{13}$，则 x_0 的值为_____.

15．函数 $f(x)=\cos^2 x$ 的最小正周期是_____，单调递增区间是_____.

16．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，已知点 P 在直线 AB_1 上运动，则下列四个命题中：①三棱锥 $D-C_1BP$ 的体积不变；②$DP\perp D_1C$；③当 P 为 AB_1 中点时，二面角 $P-A_1C_1-C$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$；④若正方体的棱长为 2，则 $|DP|+|BP|$ 的最小值为 $\sqrt{8+4\sqrt{2}}$；其中说法正确的是_____（写出所有说法正确的编号）

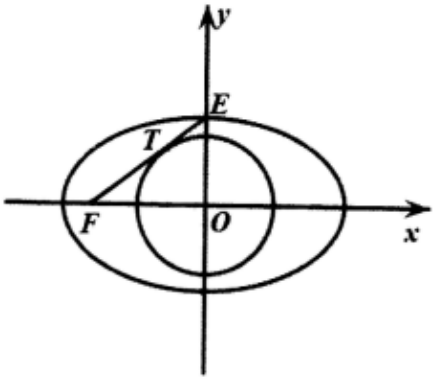
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $c=2a$，$b\sin B-a\sin A=\frac{1}{2}a\sin C$.

（Ⅰ）求 $\sin B$ 的值；

（Ⅱ）求 $\sin(2B+\frac{\pi}{3})$ 的值.

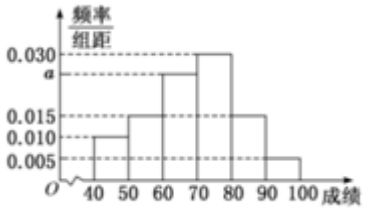
18．（12 分）已知点 E，F 分别是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上顶点和左焦点，若 EF 与圆 $x^2+y^2=\frac{4}{3}$ 相切于点 T，且点 T 是线段 EF 靠近点 E 的三等分点.



(1) 求椭圆 C 的标准方程；

(2) 直线 $l: y=kx+m$ 与椭圆 C 只有一个公共点 P，且点 P 在第二象限，过坐标原点 O 且与 l 垂直的直线 l' 与圆 $x^2+y^2=8$ 相交于 A，B 两点，求 $\triangle PAB$ 面积的取值范围.

19.（12 分）在某外国语学校举行的 $HIMCM$ (高中生数学建模大赛)中,参与大赛的女生与男生人数之比为 $1:3$,且成绩分布在 $[40,100]$,分数在 80 以上(含 80)的同学获奖．按女生、男生用分层抽样的方法抽取 200 人的成绩作为样本,得到成绩的频率分布直方图如图所示.



(Ⅰ)求 a 的值,并计算所抽取样本的平均值 $\bar{x}$ (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)；

(Ⅱ)填写下面的 2×2 列联表,并判断在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下能否认为“获奖与女生、男生有关”.

	女生	男生	总计
获奖	5		
不获奖			
总计			200

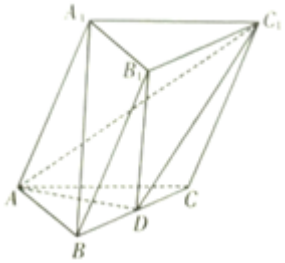
附表及公式：

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001

k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

其中 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

20.（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的所有棱长均相等， B_1 在底面 ABC 上的投影 D 在棱 BC 上，且 A_1B ∥平面 ADC_1



（Ⅰ）证明：平面 ADC_1 ⊥平面 BCC_1B_1；

（Ⅱ）求直线 AB 与平面 ADC_1 所成角的余弦值.

21.（12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 为公差不为零的等差数列， S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 a_1、 a_2、 a_5 成等比数列， $S_7=49$.设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，且满足 $\log_2(T_n+2)=\sqrt{S_{n+1}}$.

（1）求数列 $\{a_n\}$、 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）令 $c_n=\dfrac{a_n}{b_n}\left(n\in N^*\right)$，证明： $c_1+c_2+\cdots+c_n<3$.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=xe^x-ae^{2x}$ （ $a\in\mathbf{R}$ ）在定义域内有两个不同的极值点.

（1）求实数 a 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 有两个不同的极值点 x_1， x_2，且 $x_1<x_2$，若不等式 $x_1+\lambda x_2>0$ 恒成立.求正实数 λ 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．D

【解析】

先求出四个顶点、四个焦点的坐标，四个顶点构成一个菱形，求出菱形的面积，四个焦点构成正方形，求出其面积，利用重要不等式求得$\frac{S_1}{S_2}$取得最大值时有$a=b$，从而求得其离心率.

【详解】

双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$与$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$互为共轭双曲线，

四个顶点的坐标为$(\pm a,0),(0,\pm b)$，四个焦点的坐标为$(\pm c,0),(0,\pm c)$，

四个顶点形成的四边形的面积$S_1=\frac{1}{2}\times 2a\times 2b=2ab$，

四个焦点连线形成的四边形的面积$S_2=\frac{1}{2}\times 2c\times 2c=2c^2$，

所以$\frac{S_1}{S_2}=\frac{2ab}{2c^2}=\frac{ab}{a^2+b^2}\le\frac{ab}{2ab}=\frac{1}{2}$，

当$\frac{S_1}{S_2}$取得最大值时有$a=b$，$c=\sqrt{2}a$，离心率$e=\frac{c}{a}=\sqrt{2}$，

故选：D.

该题考查的是有关双曲线的离心率的问题，涉及到的知识点有共轭双曲线的顶点，焦点，菱形面积公式，重要不等式求最值，等轴双曲线的离心率，属于简单题目.

2．A

【解析】

根据线面垂直得面面垂直，已知$SA\perp$平面ABC，由$AB\perp BC$，可得$BC\perp$平面SAB，这样可确定垂直平面的对数，再求出四个面中任选 2 个的方法数，从而可计算概率.

【详解】

由已知$SA\perp$平面ABC，$AB\perp BC$，可得$SB\perp BC$，从该三棱锥的4个面中任选2个面共有$C_4^{\,2}=6$种不同的选法，而选取的2个表面互相垂直的有3种情况，故所求事件的概率为$\frac{1}{2}$.

故选：A.

本题考查古典概型概率，解题关键是求出基本事件的个数.

3．D

【解析】

用列举法，通过循环过程直接得出 S 与 n 的值，得到 $n=8$ 时退出循环,即可求得.

【详解】

执行程序框图，可得 $S=0$，$n=2$，满足条件，$S=\frac{1}{2}$，$n=4$，满足条件，$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$，$n=6$，满足条件，$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}$，$n=8$，由题意，此时应该不满足条件，退出循环，输出 S 的值为 $\frac{11}{12}\times 8=\frac{22}{3}$.

故选 D.

本题主要考查了循环结构的程序框图的应用,正确依次写出每次循环得到的 S 与 n 的值是解题的关键,难度较易.

4．D

【解析】

由对数运算法则和等比数列的性质计算.

【详解】

由题意 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=\log_3(a_1a_2\cdots a_{10})$

$=\log_3(a_5a_6)^5=5\log_3(a_5a_6)=5\log_3 3=5$.

故选：D.

本题考查等比数列的性质，考查对数的运算法则．掌握等比数列的性质是解题关键．

5．A

【解析】

求出函数在 $x=1$ 处的导数后可得曲线在 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程，从而可求切线的纵截距.

【详解】

$f'\left(x\right)=3x^2-2x+1$，故 $f'\left(1\right)=2$，

所以曲线 $y=f\left(x\right)$ 在 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程为：$y=2\left(x-1\right)+f\left(1\right)=2x-1$.

令 $x=0$，则 $y=-1$，故切线的纵截距为 -1.

故选：A.

本题考查导数的几何意义以及直线的截距，注意直线的纵截距指直线与 y 轴交点的纵坐标，因此截距有正有负，本题属于基础题.

6．C

【解析】

根据线面平行或垂直的有关定理逐一判断即可.

【详解】

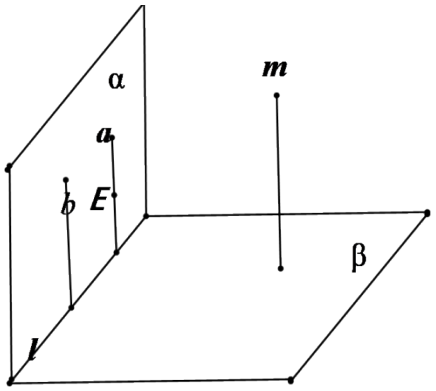
解：①：m、n也可能相交或异面，故①错

②：因为$\alpha \perp \beta$，$m \perp \beta$，所以$m \subset \alpha$或$m//\alpha$，

因为$m \not\subset \alpha$，所以$m//\alpha$，故②对

③：$n//\beta$或$n \subset \beta$，故③错

④：如图



因为$\alpha \perp \beta$，$\alpha \cap \beta = l$，在内α过点E作直线l的垂线a，

则直线$a \perp \beta$，$a \perp l$

又因为$m//\alpha$，设经过m和α相交的平面与α交于直线b，则$m//b$

又$m \perp l$，所以$b \perp l$

因为$a \perp l$，$b \perp l$，$b \subset \alpha, a \subset \alpha$

所以$b//a//m$，所以$m \perp \beta$，故④对.

故选：C

考查线面平行或垂直的判断，基础题.

7．B

【解析】

首先由$x \in [0,\pi]$，可得$\omega x - \frac{\pi}{3}$的范围，结合函数$f(x)$的值域和正弦函数的图像，可求的关于实数ω的不等式，解不等式即可求得范围.

【详解】

因为$x \in [0,\pi]$，所以$\omega x - \frac{\pi}{3} \in \left[-\frac{\pi}{3}, \omega\pi - \frac{\pi}{3}\right]$，若值域为$\left[-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right]$，

所以只需 $\frac{\pi}{2} \le \omega\pi - \frac{\pi}{3} \le \frac{4\pi}{3}$，$\therefore \frac{5}{6} \le \omega \le \frac{5}{3}$.

故选：B

本题主要考查三角函数的值域，熟悉正弦函数的单调性和特殊角的三角函数值是解题的关键，侧重考查数学抽象和数学运算的核心素养.

8．D

【解析】

先求得100名学生中，只能说出一种或一种也说不出的人数，由此利用比例，求得500名学生中对四大发明只能说出一种或一种也说不出的人数.

【详解】

在这 100 名学生中，只能说出一种或一种也说不出的有 $100-45-32=23$ 人，设对四大发明只能说出一种或一种也说不出的有 x 人，则 $\frac{100}{23}=\frac{500}{x}$，解得 $x=115$ 人.

故选：D

本小题主要考查利用样本估计总体，属于基础题.

9．D

【解析】

根据约束条件作出可行域，化目标函数为直线方程的斜截式，数形结合得到最优解，求出最优解的坐标，代入目标函数得答案

【详解】

作出不等式组 $\begin{cases} y \le 2 \\ x+y \ge 1 \\ y \ge x \end{cases}$ 所表示的可行域如下图所示：

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/118045023104006123