广东省深圳市2024届高三第二次调研考试（二模）数学试题

副标题

考试时间：**分钟 满分：**分

注意事项：

1、填写答题卡的内容用2B铅笔填写

2、提前 xx 分钟收取答题卡

一、选择题: 本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。（共8题）

1．已知n为正整数，且$n^2>2^n$，则

A．$n=1$　　B．$n=2$　　C．$n=3$　　D．$n\geq 4$

2．已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，过点A且以$\overrightarrow{DB_1}$为法向量的平面为α，则α截该正方体所得截面的形状为

A．三角形　　B．四边形　　C．五边形　　D．六边形

3．对于任意集合M，N，下列关系正确的是

A．$M\cup\complement_{M\cup N}N=M\cup N$

B．$\complement_{M\cup N}(M\cap N)=(\complement_{M\cup N}M)\cup(\complement_{M\cup N}N)$

C．$M\cap\complement_{M\cup N}N=M\cap N$

D．$\complement_{M\cup N}(M\cap N)=(\complement_{M\cup N}M)\cap(\complement_{M\cup N}N)$

4．已知$a>0$，且$a\neq 1$，则函数$y=log_a\left(x+\frac{1}{a}\right)$的图象一定经过

A．一、二象限　　B．一、三象限　　C．二、四象限　　D．三、四象限

5．已知$z=\frac{2}{1+\mathrm{i}}$，其中i为虚数单位，则$\overline{z}\cdot(z-1)=$

A．$1+\mathrm{i}$　　B．$1-\mathrm{i}$　　C．$-1+\mathrm{i}$　　D．$-1-\mathrm{i}$

6．已知某六名同学在CMO竞赛中获得前六名（无并列情况），其中甲或乙是第一名，丙不是前三名，则这六名同学获得的名次情况可能有

A．72种　　B．96种　　C．144种　　D．288种

7．P 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）上一点，$F_1$、$F_2$ 是 C 的两个焦点，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，点 Q 在 $\angle F_1PF_2$ 的平分线上，O 为原点，$OQ\parallel PF_1$，且 $|OQ|=b$．则 C 的离心率为

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

8．设函数 $f(x)=x+e^x$，$g(x)=x+\ln x$，若存在 x_1，x_2，使得 $f(x_1)=g(x_2)$，则 $|x_1-x_2|$ 的最小值为

A．$\frac{1}{e}$　　B．1　　C．2　　D．e

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。（共 3 题）

9．已知 m，n 是异面直线，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，那么

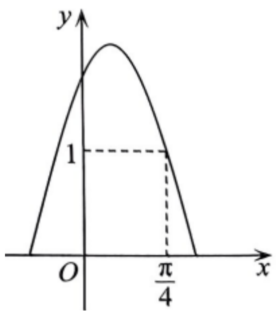
A．当 $m\perp\beta$，或 $n\perp\alpha$ 时，$\alpha\perp\beta$

B．当 $m\parallel\beta$，且 $n\parallel\alpha$ 时，$\alpha\parallel\beta$

C．当 $\alpha\perp\beta$ 时，$m\perp\beta$，或 $n\perp\alpha$

D．当 α，β 不平行时，m 与 β 不平行，且 n 与 α 不平行

10．已知函数 $f(x)=\sin\omega x+a\cos\omega x$（$x\in R$，$\omega>0$）的最大值为 2，其部分图象如图所示，则



A．$a=\sqrt{3}$

B．函数 $f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 为偶函数

C．满足条件的正实数ω，存在且唯一

D．$f\left(x\right)$是周期函数，且最小正周期为π

11．设函数$f\left(x\right)=\left[x\right]$的函数值表示不超过x的最大整数，则在同一个直角坐标系中，函数$y=f\left(x\right)$的图象与圆$\left(x-t\right)^2+\left(y+t\right)^2=2t^2$ （$t>0$）的公共点个数可以是

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。（共3题）

12．已知样本x_1，x_2，x_3的平均数为2，方差为1，则x_1^2，x_2^2，x_3^2的平均数为__________.

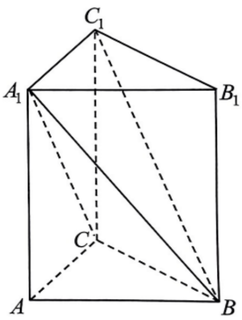
13．已知圆锥的内切球半径为1，底面半径为$\sqrt{2}$，则该圆锥的表面积为__________.

注：在圆锥内部，且与底面和各母线均有且只有一个公共点的球，称为圆锥的内切球.

14．已知△ABC中，$tan\frac{B}{2}=3tan\frac{C}{2}$，双曲线E以B，C为焦点，且经过点A，则E的两条渐近线的夹角为__________；$tan\frac{A}{2}+tan\frac{C}{2}$的取值范围为__________.

四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。（共5题）

15．如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧面$BB_1C_1C\perp$底面ABC，且$AB=AC$，$A_1B=A_1C$.



（1）证明：$AA_1\perp$平面ABC；

（2）若$AA_1=BC=2$，$\angle BAC=90°$，求平面A_1BC与平面A_1BC_1夹角的余弦值.

16．已知函数$f\left(x\right)=\left(ax+1\right)e^x$，$f'\left(x\right)$是$f\left(x\right)$的导函数，且$f'\left(x\right)-f\left(x\right)=2e^x$.

（1）若曲线$y=f\left(x\right)$在$x=0$处的切线为$y=kx+b$，求k，b的值；

（2）在（1）的条件下，证明：$f(x)\geq kx+b$.

17． 某大型企业准备把某一型号的零件交给甲工厂或乙工厂生产．经过调研和试生产，质检人员抽样发现：甲工厂试生产的一批零件的合格品率为94%；乙工厂试生产的另一批零件的合格品率为98%；若将这两批零件混合放在一起，则合格品率为97%.

（1）从混合放在一起的零件中随机抽取3个，用频率估计概率，记这3个零件中来自甲工厂的个数为X，求X的分布列和数学期望；

（2）为了争取获得该零件的生产订单，甲工厂提高了生产该零件的质量指标．已知在甲工厂提高质量指标的条件下，该大型企业把零件交给甲工厂生产的概率，大于在甲工厂不提高质量指标的条件下，该大型企业把零件交给甲工厂生产的概率.

设事件$A=$“甲工厂提高了生产该零件的质量指标”，事件$B=$“该大型企业把零件交给甲工厂生产”、已知$0<P(B)<1$，证明： $P(A|B)>P(A|\overline{B})$.

18． 设抛物线C：$x^2=2py$ （$p>0$），直线l：$y=kx+2$ 交C于A，B两点．过原点O作l的垂线，交直线$y=-2$于点M．对任意$k\in R$，直线AM，AB，BM的斜率成等差数列.

（1）求C的方程；

（2）若直线$l'\parallel l$，且l' 与C相切于点N，证明：△AMN的面积不小于$2\sqrt{2}$.

19．无穷数列a_1，a_2，…，a_n，…的定义如下：如果n是偶数，就对n尽可能多次地除以2，直到得出一个奇数，这个奇数就是a_n；如果n是奇数，就对$3n+1$尽可能多次地除以2，直到得出一个奇数，这个奇数就是a_n .

（1）写出这个数列的前7项；

（2）如果$a_n=m$且$a_m=n$，求m，n的值；

（3）记$a_n=f(n)$，$n\in N^*$，求一个正整数n，满足

$$n<f(n)<f(f(n))<\cdots<\underbrace{f(f(\cdots f(n)\cdots))}_{2024个f}$$.

保密★启用前

【答案区】

1. 【答案】C

【解析】【解答】解：令 $a_n=\frac{n^2}{2^n},n\in\mathrm{N}^*$ ， 显然 $a_1=\frac{1}{2},a_2=1,a_3=\frac{9}{8}$ ，

当 $n\geq 4$ 时，$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(n+1)^2}{2n^2}=\frac{n^2+2n+1}{n^2+n^2}<\frac{n^2+2n+1}{n^2+3n}<1$ ， 即 $a_{n+1}<a_n\leq a_4=1$ ，

因此当 $n\geq 4$ 时，$n^2\leq 2^n$ ，

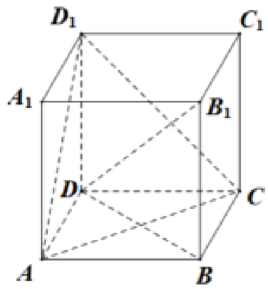
所以 n 为正整数，且 $n^2>2^n$ ， 有 $n=3$.

故答案为：C

【分析】根据给定条件，构造数列 $a_n=\frac{n^2}{2^n}$ ， 探讨该数列单调性即得.

2. 【答案】A

【解析】【解答】解：连接 AC,AD_1,CD_1,BD 如图所示：



因为 $BB_1\perp$ 平面 $ABCD$ ， $AC\subset$ 平面 $ABCD$ ，

所以 $BB_1\perp AC$ ，

又四边形 $ABCD$ 为正方形，所以 $BD\perp AC$ ，

又 $BB_1\cap BD=B$ ， $BB_1,BD\subset$ 平面 BB_1D ，

所以 $AC\perp$ 平面 BB_1D ，

因为 $B_1D\subset$ 平面 BB_1D ，

所以 $AC\perp B_1D$ ，

同理可证明 $AD_1\perp B_1D$ ，

因为 $AD_1 \cap AC = A$ ， $AD_1, AC \subset$ 平面 ACD_1 ，

故 $B_1D \perp$ 平面 ACD_1 ，

故平面 α 即为平面 ACD_1 ，

则 α 截该正方体所得截面的形状为三角形.

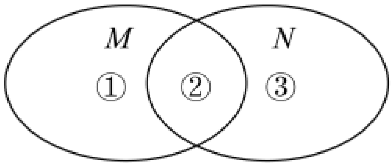
故答案为：A

【分析】作出辅助线，根据线面垂直的判定定理得到 $DB_1 \perp$ 平面 ACD_1 ， 故平面 α 即为平面 ACD_1 ， 得到截面的形状.

3. 【答案】B

【解析】【解答】解：

对于 A：如图所知，



$\complement_{M\cup N}N$ 为区域①，所以 $M \cup \complement_{M\cup N}N = M$ ， 故 A 错误；

对于 B：$\complement_{M\cup N}(M \cap N)$ 为区域①和③；$(\complement_{M\cup N}M)$ 为区域③，$(\complement_{M\cup N}N)$ 为区域①，则 $(\complement_{M\cup N}M) \cup (\complement_{M\cup N}N)$ 也为为区域①和③；两边相等，故 B 正确；

对于 C：$(\complement_{M\cup N}N)$ 为区域①， $M \cap \complement_{M\cup N}N$ 为区域①，不等于区域②（区域②为 $M \cap N$ ），故 C 错误；

对于 D：$\complement_{M\cup N}(M \cap N)$ 为区域①和③；而 $(\complement_{M\cup N}M)$ 为区域③，$(\complement_{M\cup N}N)$ 为区域①，所以 $(\complement_{M\cup N}M) \cap (\complement_{M\cup N}N)$ 为空集，所以 D 错误；

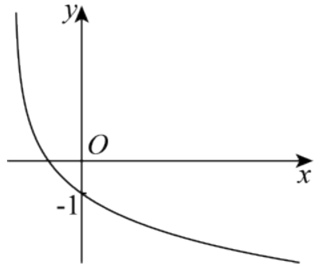
故答案为：B.

【分析】利用韦恩图进行判断即可得到结果.

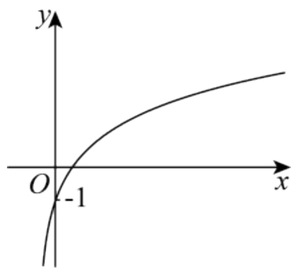
4. 【答案】D

【解析】【解答】解：当 $x=0$ 时， $y = log_a \frac{1}{a} = -1$ ，

则当 $0<a<1$ 时，函数图象过二、三、四象限；



则当$a>1$时，函数图象过一、三、四象限；



所以函数$y=log_a\left(x+\dfrac{1}{a}\right)$的图象一定经过三、四象限.

故答案为：D

【分析】由函数$y=log_a\left(x+\dfrac{1}{a}\right)$过$(0,-1)$点，分类可解.

5. 【答案】B

【解析】【解答】解：由题意知，$z=\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}=\dfrac{2(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=1-\mathrm{i}$，

所以$\overline{z}=1+\mathrm{i}$，

所以$\overline{z}(z-1)=(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i}-1)=1-\mathrm{i}$.

故答案为：B

【分析】根据复数的乘、除法运算可得$z=1-\mathrm{i}$，进而$\overline{z}=1+\mathrm{i}$，结合复数的乘法计算即可求解.

6. 【答案】C

【解析】【解答】解：由题意，丙可能是4，5，6名，有3种情况，

若甲是第一名，则获得的名次情况可能是$\mathrm{C}_3^1\mathrm{A}_4^4=72$种，

若乙是第一名，则获得的名次情况可能是$\mathrm{C}_3^1\mathrm{A}_4^4=72$种，

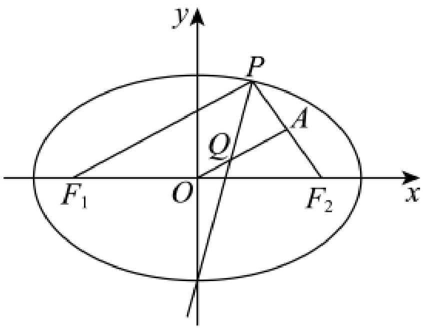
所以所有符合条件的可能是$72+72=144$种.

故答案为：C.

【分析】根据题意分别求出甲是第一，乙是第一的可能情况，再利用分类加法计数原理计算即可.

7. 【答案】C

【解析】【解答】解：如图所示：



设$|PF_1|=m$ ，$|PF_2|=n$， 延长OQ交PF_2于A，

由题意知$OQ \parallel PF_1$ ，O为F_1F_2的中点，故A为PF_2中点，

又$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$ ， 即$PF_1\perp PF_2$ ， 则$\angle QAP=\frac{\pi}{2}$ ，

又由$\angle QPA=\frac{\pi}{4}$ ， 则$\triangle AQP$是等腰直角三角形，

故有$\begin{cases} m+n=2a \\ m^2+n^2=4c^2 \\ b+\frac{1}{2}n=\frac{1}{2}m \end{cases}$ ， 化简得$\begin{cases} m-n=2b \\ m+n=2a \end{cases}$ ， 即$\begin{cases} m=a+b \\ n=a-b \end{cases}$ ，

代入$m^2+n^2=4c^2$ 得$(a+b)^2+(a-b)^2=4c^2$ ，

即$a^2+b^2=2c^2$ ， 由$b^2=a^2-c^2$ 所以$2a^2=3c^2$ ，

所以$e^2=\frac{2}{3}$ ， $e=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

故答案为：C.

【分析】设$|PF_1|=m$ ， $|PF_2|=n$， 由题意得出$\triangle AQP$是等腰直角三角形，列方程组得到含a,c的齐次方程求解离心率即可.

8. 【答案】B

【解析】【解答】解：由题意可得$f(x_1)=g(x_2)$ ， 即$x_1+e^{x_1}=x_2+lnx_2$ ， 所以

$x_1+e^{x_1}=e^{lnx_2}+lnx_2$ ，

又 $f'(x)=1+e^{x}>0$ ， 所以 $f(x)$ 在 R 上单调递增，

即 $f(x_1)=f(lnx_2)$ ， 所以 $x_1=lnx_2$ ，

且 $|x_1-x_2|=|lnx_2-e^{x_1}|=|lnx_2-x_2|$ ，

令 $h(x)=lnx-x$ ， $x\in(0,+\infty)$ ，

则 $h'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}$ ， 其中 $x>0$ ，

令 $h'(x)=0$ ， 则 $x=1$ ，

当 $x\in(0,1)$ 时， $h'(x)>0$ ， 则 $h(x)$ 单调递增，

当 $x\in(1,+\infty)$ 时， $h'(x)<0$ ， 则 $h(x)$ 单调递减，

所以当 $x=1$ 时， $h(x)$ 有极大值，即最大值，

所以 $h(x)\le h(1)=-1$ ， $|h(x)|\ge 1$ ，

所以 $|x_1-x_2|_{min}=|lnx_2-x_2|_{min}=|-1|=1$.

故答案为：B

【分析】根据题意，由条件可得 $f(x_1)=f(lnx_2)$ ， 即可得到 $x_1=lnx_2$ ， 构造函数 $h(x)=lnx-x$ ， 求导得其最值，即可得到结果.

9. 【答案】A,B

【解析】【解答】解：A：当 $m\perp\beta$ ， $m\subset\alpha$ 时， $\alpha\perp\beta$ ；

当 $n\perp\alpha$ ， $n\subset\beta$ 时， $\alpha\perp\beta$ ， 故 A 正确；

B：当 $m//\beta$ ， $n//\alpha$ 时，又 m,n 为异面直线，所以 $\alpha//\beta$ ， 故 B 正确；

C：当 $\alpha\perp\beta$ 时，由 $m\subset\alpha$ ， 得 $m//\beta$ 或 m 与 β 相交；

当 $\alpha\perp\beta$ 时，由 $n\subset\beta$ ， 得 $n//\alpha$ 或 n 与 α 相交，故 C 错误；

D：当 α,β 不平行时，可能 $m//\beta$ 或 m 与 β 相交， $n//\alpha$ 或 n 与 α 相交，故 D 错误.

故答案为：AB

【分析】根据线线、线面和面面之间的基本关系，结合选项依次判断即可.

10. 【答案】A,C,D

【解析】【解答】解：因为 $f(x)=sin\omega x+acos\omega x=\sqrt{a^2+1}sin(\omega x+\varphi)$ （其中 $sin\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$ 、 $cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$ ），

又 $f(x)_{max}=\sqrt{a^2+1}=2$ ，解得 $a=\pm\sqrt{3}$ ，

又 $f(0)=a>0$ ，所以 $a=\sqrt{3}$ ，故 A 正确；

则 $f(x)=sin\omega x+\sqrt{3}cos\omega x=2sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$ ，

又 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=2sin\left(\frac{\pi\omega}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=1$ ，即 $sin\left(\frac{\pi\omega}{4}+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{1}{2}$ ，

结合图象可知 $\frac{\pi\omega}{4}+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}+2k\pi,k\in Z$ ，所以 $\omega=2+8k,k\in Z$ ，

又 $\frac{T}{2}>\frac{\pi}{4}$ ，所以 $\begin{cases}\frac{2\pi}{\omega}>\frac{\pi}{2}\\ \omega>0\end{cases}$ ，解得 $0<\omega<4$ ，所以 $\omega=2$ ，故 C 正确；

所以 $f(x)=2sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ ，则 $f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=2sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{3}\right]=2sin2x$ 为奇函数，故 B 错误；

$f(x)$ 是周期函数，且最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ ，故 D 正确.

故答案为：ACD

【分析】利用辅助角公式化简函数解析式，再根据函数的最大值及 $f(0)>0$ 求出 a ，由 $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ 求出 ω 的取值，再根据周期确定 ω 的值，即可得到函数解析式，即可判断.

11．【答案】A,B,D

【解析】【解答】解：由 $(x-t)^2+(y+t)^2=2t^2(t>0)$ ，得该圆心为 $(t,-t)$ ，半径为 $\sqrt{2}t$ ，

易知该圆过原点，由 $f(x)=[x]$ ，当 $x\in[-3,3)$ 时，