山东省山东师范大学附属中学 2024 学年高考考前数学试题指导卷

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回.
2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0．5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.
3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符.
4．作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效.
5．如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗.

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．点 $P(x,y)$ 为不等式组 $\begin{cases} x+y \quad 4 \\ y \quad x \\ y \quad 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域上的动点，则 $\frac{y+2}{x \quad 2}$ 的取值范围是（　　）

A．$\quad ,2 \quad 1,$　　B．$\quad ,1 \bigcup 1,$　　C．$2,1$　　D．$2,1$

2．在直三棱柱 $ABC \quad A_1B_1C_1$ 中，已知 $AB \quad BC$，$AB \quad BC \quad 2$，$CC_1 \quad 2\sqrt{2}$，则异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角为（　　）

A．30　　B．45　　C．60　　D．90

3．已知甲、乙两人独立出行，各租用共享单车一次（假定费用只可能为 1、2、3 元）．甲、乙租车费用为 1 元的概率分别是 0.5、0.2，甲、乙租车费用为 2 元的概率分别是 0.2、0.4，则甲、乙两人所扣租车费用相同的概率为（　　）

A．0.18　　B．0.3　　C．0.24　　D．0.36

4．若变量 x,y，满足 $\begin{cases} x \quad y \quad 2 \\ 2x \quad 3y \quad 9 \\ x \quad 0 \end{cases}$，则 $x^2 \quad y^2$ 的最大值为（　　）

A．3　　B．2　　C．$\frac{81}{13}$　　D．10

5．已知函数 $f \quad x \quad \sqrt{3}\sin 2x \quad 2\cos^2 x \quad 1$，将 $f \quad x$ 的图象上的所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$，纵坐标保持不变；再把所得图象向上平移 1 个单位长度，得到函数 $y \quad g \quad x$ 的图象，若 $g \quad x_1 \quad g \quad x_2 \quad 9$，则 $|x_1 \quad x_2|$ 的值可能为（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{}{2}$　　D．$\frac{}{3}$

6．设 m,n 是两条不同的直线，　，　是两个不同的平面,下列命题中正确的是（　　）

A．若 $m //$ ，$m //$,则 $//$　　B．若 m 　，m 　n,则 n

C．若 m 　，$m // n$,则 n　　D．若 　，m 　,则 $m //$

7．已知变量 x，y 间存在线性相关关系，其数据如下表，回归直线方程为 $\hat{y}$　2.1x　0.85，则表中数据 m 的值为（　　）

变量 x	0	1	2	3
变量 y	m	3	5.5	7

A．0.9　　B．0.85　　C．0.75　　D．0.5

8．一个盒子里有 4 个分别标有号码为 1，2，3，4 的小球，每次取出一个，记下它的标号后再放回盒子中，共取 3 次，则取得小球标号最大值是 4 的取法有（　　）

A．17 种　　B．27 种　　C．37 种　　D．47 种

9．P 是正四面体 ABCD 的面 ABC 内一动点，E 为棱 AD 中点，记 DP 与平面 BCE 成角为定值　，若点 P 的轨迹为一段抛物线，则 tan　（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D．$2\sqrt{2}$

10．已知 m，n 是两条不重合的直线，　，　是两个不重合的平面，则下列命题中错误的是（　　）

A．若 m //　，　//　，则 m //　或 m

B．若 m //n，m //　，n　，则 n //

C．若 m　n，m　，n　，则

D．若 m　n，m　，则 n //

11．已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}$　$\frac{y^2}{b^2}$　1 的短轴长为 2，焦距为 $2\sqrt{3}$，F_1、F_2 分别是椭圆的左、右焦点，若点 P 为 C 上的任意一点，则 $\frac{1}{|PF_1|}$　$\frac{1}{|PF_2|}$ 的取值范围为（　　）

A．1,2　　B．$\sqrt{2},\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2},4$　　D．1,4

12．设非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，满足 $|\vec{b}|$　2，$|\vec{a}|$　1，且 $\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 的夹角为　，则“$|\vec{b}$　$\vec{a}|$　$\sqrt{3}$”是“　$\frac{}{3}$”的（　　）.

A．充分非必要条件　　B．必要非充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．平面区域 3y　2x　1　0；y　4x　7　0；y　x　2　0 的外接圆的方程是____________.

14．双曲线 y^2　x^2　1 的焦点坐标是_______________，渐近线方程是_______________.

15．四边形 $ABCD$ 中，$A\ \frac{5}{6}$，$B\quad C\ \frac{5}{12}$，$D\ \frac{}{3}$，$BC\quad 2$，则 AC 的最小值是______.

16．有以下四个命题：①在 ABC 中，$A\quad B$ 的充要条件是 $\sin A\quad \sin B$；②函数 $y\quad f(x)$ 在区间 $(1,2)$ 上存在零点的充要条件是 $f(1)\ f(2)\quad 0$；③对于函数 $y\quad f(x)$，若 $f(2)\quad f(\ 2)$，则 $f(x)$ 必不是奇函数；④函数 $y\quad f(1\quad x)$ 与 $y\quad f(1\quad x)$ 的图象关于直线 $x\quad 1$ 对称.其中正确命题的序号为 ______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}\quad \frac{y^2}{b^2}\quad 1\ a\quad b\quad 0$ 的右焦点为 F，右顶点为 A，已知椭圆离心率为 $\frac{1}{2}$，过点 F 且与 x 轴垂直的直线被椭圆截得的线段长为 3.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）设过点 A 的直线 l 与椭圆 C 交于点 B（B 不在 x 轴上），垂直于 l 的直线与 l 交于点 M，与 y 轴交于点 H，若 $BF\quad HF$，且 $MOA\quad MAO$，求直线 l 斜率的取值范围.

18．（12 分）已知 a，b 均为正数，且 $ab\quad 1$.证明：

（1）$\sqrt{a^2\quad b^2}\quad \frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{1}{a}\quad \frac{1}{b})$；

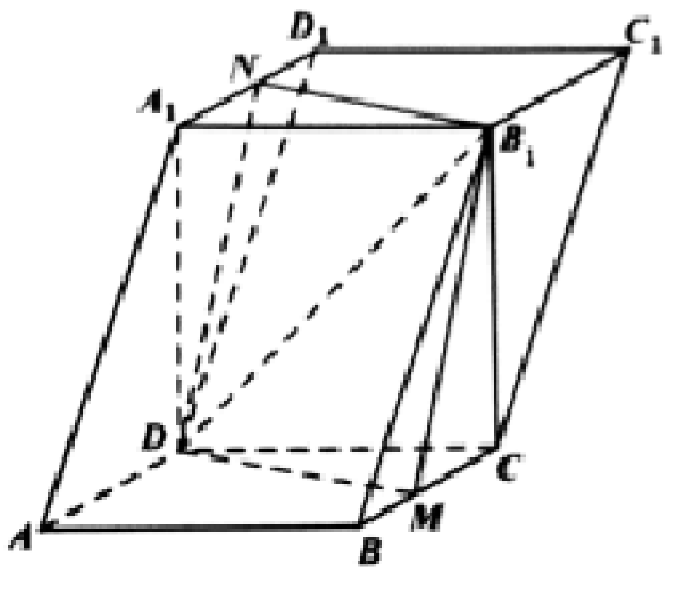
（2）$\frac{(b\quad 1)^2}{a}\quad \frac{(a\quad 1)^2}{b}\quad 8$.

19．（12 分）设函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})+\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，$x\in R$.

(I)求 $f(x)$ 的最小正周期；

(II)若 $\alpha\in(\frac{\pi}{6},\pi)$ 且 $f(\frac{\alpha}{2})=\frac{1}{2}$，求 $\sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})$ 的值.

20．（12 分）如图，在四棱柱 $ABCD\quad A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，平面 $A_1DB_1\quad$ 平面 $ABCD$，$AD\quad 1$，$AA_1\quad \sqrt{2}$.过顶点 D，B_1 的平面与棱 BC，A_1D_1 分别交于 M，N 两点.



（Ⅰ）求证：$AD\quad DB_1$；

（Ⅱ）求证：四边形 DMB_1N 是平行四边形；

（Ⅲ）若 $A_1D \perp CD$，试判断二面角 $D-MB_1-C$ 的大小能否为 45°？说明理由.

21.（12 分）已知 2 件次品和 3 件正品混放在一起，现需要通过检测将其区分，每次随机检测一件产品，检测后不放回，直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时检测结束.

（1）求第一次检测出的是次品且第二次检测出的是正品的概率；

（2）已知每检测一件产品需要费用 100 元，设 X 表示直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时所需要的检测费用（单位：元），求 X 的分布列.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=x^2-2x\ln x$，函数 $g(x)=x+\frac{a}{x}-(\ln x)^2$，其中 $a\in R$，x_0 是 $g(x)$ 的一个极值点，且 $g(x_0)=2$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性

（2）求实数 x_0 和 a 的值

（3）证明 $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{4k^2-1}}>\frac{1}{2}\ln(2n+1)\ (n\in N^*)$

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

作出不等式对应的平面区域，利用线性规划的知识，利用 z 的几何意义即可得到结论.

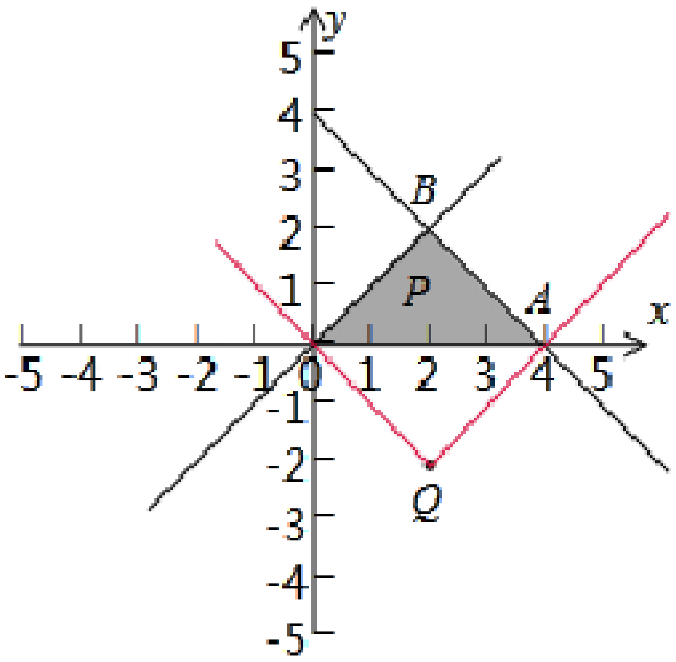
【详解】

不等式组 $\begin{cases} x+y\leqslant 4 \\ y\leqslant x \\ y\geqslant 0 \end{cases}$ 作出可行域如图：$A(4,0)$，$B(2,2)$，$O(0,0)$，

$z=\frac{y-2}{x-2}$ 的几何意义是动点 $P(x,y)$ 到 $Q(2,2)$ 的斜率，由图象可知 QA 的斜率为 1，QO 的斜率为：1，

则 $\frac{y \quad 2}{x \quad 2}$ 的取值范围是：$(\quad , \quad 1] \bigcup [1, \quad)$.

故选：B .



【点睛】

本题主要考查线性规划的应用，根据目标函数的几何意义结合斜率公式是解决本题的关键.

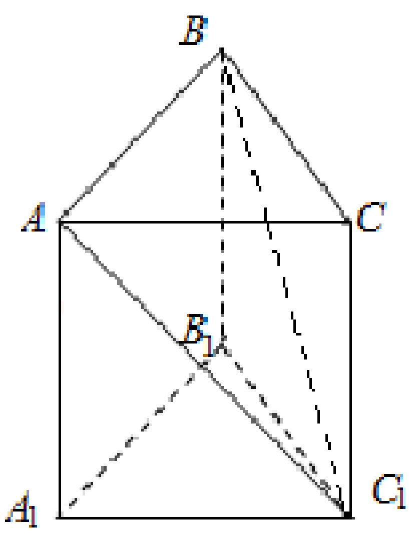
2、C

【解析】

由条件可看出 $AB \parallel A_1B_1$，则 $\quad BAC_1$ 为异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角，可证得三角形 BAC_1 中，$AB \quad BC_1$，解得 $\tan \ BAC_1$，从而得出异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角.

【详解】

连接 AC_1，BC_1，如图：



又 $AB \parallel A_1B_1$，则 $\quad BAC_1$ 为异面直线 AC_1 与 A_1B_1 所成的角.

因为 $AB \quad BC$，且三棱柱为直三棱柱，$\therefore AB \quad CC_1$，$\therefore AB \quad$ 面 BCC_1B_1，

$\therefore AB \quad BC_1$，

又 $AB \quad BC \quad 2$，$CC_1 \quad 2\sqrt{2}$，$\therefore BC_1 \quad \sqrt{2\sqrt{2}^{\ 2} \quad 2^2} \quad 2\sqrt{3}$，

$\therefore \tan \angle BAC_1=\sqrt{3}$，解得 $\angle BAC_1=60^\circ$.

故选 C

【点睛】

考查直三棱柱的定义，线面垂直的性质，考查了异面直线所成角的概念及求法，考查了逻辑推理能力，属于基础题.

3、B

【解析】

甲、乙两人所扣租车费用相同即同为 1 元，或同为 2 元，或同为 3 元，由独立事件的概率公式计算即得.

【详解】

由题意甲、乙租车费用为 3 元的概率分别是 $0.3, 0.4$，

∴甲、乙两人所扣租车费用相同的概率为

$P=0.5\times0.2+0.2\times0.4+0.3\times0.4=0.3$.

故选：B.

【点睛】

本题考查独立性事件的概率．掌握独立事件的概率乘法公式是解题基础.

4、D

【解析】

画出约束条件的可行域，利用目标函数的几何意义求解最大值即可.

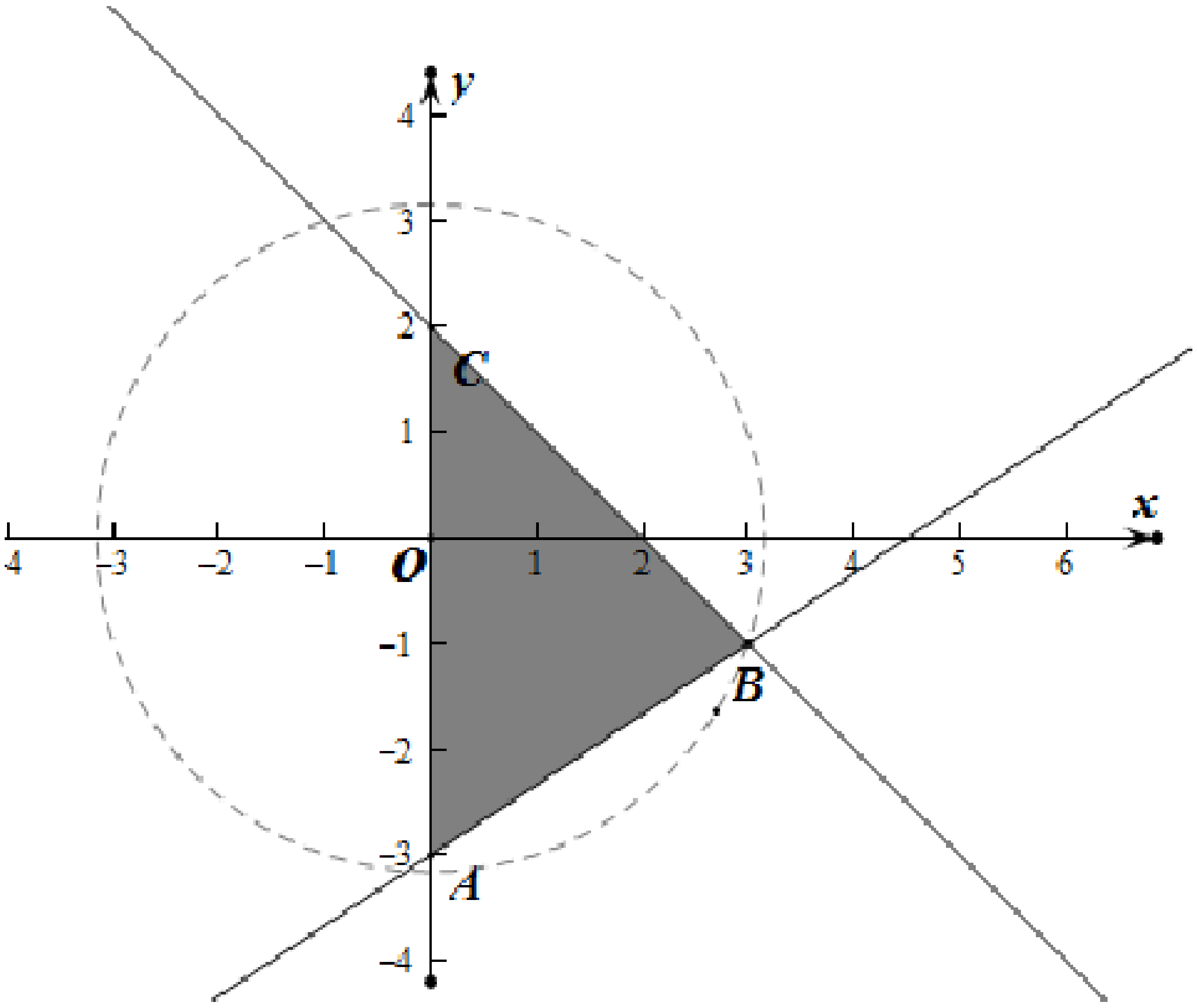
【详解】

解：画出满足条件 $\begin{cases} x+y\geq 2 \\ 2x-3y\leq 9 \\ x\geq 0 \end{cases}$ 的平面区域，如图示：

如图点坐标分别为 $A(0,-3)$, $B(3,-1)$, $C(0,2)$，

目标函数 x^2+y^2 的几何意义为，可行域内点 (x,y) 与坐标原点 $(0,0)$ 的距离的平方，由图可知 $B(3,-1)$ 到原点的距离最大，故 $(x^2+y^2)_{max}=3^2+(-1)^2=10$.

故选：D



【点睛】

本题考查了简单的线性规划问题，考查数形结合思想，属于中档题.

5、C

【解析】

利用二倍角公式与辅助角公式将函数 $y=f(x)$ 的解析式化简，然后利用图象变换规律得出函数 $y=g(x)$ 的解析式为 $g(x)=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)+1$，可得函数 $y=g(x)$ 的值域为 $[-1,3]$，结合条件 $g(x_1)\cdot g(x_2)=9$，可得出 $g(x_1)$、$g(x_2)$ 均为函数 $y=g(x)$ 的最大值，于是得出 $|x_1-x_2|$ 为函数 $y=g(x)$ 最小正周期的整数倍，由此可得出正确选项.

【详解】

函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x+1=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

将函数 $y=f(x)$ 的图象上的所有点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，得 $y=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的图象；

再把所得图象向上平移1个单位，得函数 $y=g(x)=2\sin\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)+1$ 的图象，易知函数 $y=g(x)$ 的值域为 $[-1,3]$.

若 $g(x_1)\cdot g(x_2)=9$，则 $g(x_1)=3$ 且 $g(x_2)=3$，均为函数 $y=g(x)$ 的最大值，

由 $4x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi\ (k\in Z)$，解得 $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\ (k\in Z)$；

其中 x_1、x_2 是三角函数 $y \quad g \quad x$ 最高点的横坐标，

$\left|x_1 \quad x_2\right|$ 的值为函数 $y \quad g \quad x$ 的最小正周期 T 的整数倍，且 $T \quad \frac{2}{4} \quad \frac{}{2}$. 故选 C .

【点睛】

本题考查三角函数图象变换，同时也考查了正弦型函数与周期相关的问题，解题的关键在于确定 $g \quad x_1$ 、$g \quad x_2$ 均为函数 $y \quad g \quad x$ 的最大值，考查分析问题和解决问题的能力，属于中等题.

6、C

【解析】

在 A 中， 与 相交或平行；在 B 中，$n //$ 或 n ；在 C 中，由线面垂直的判定定理得 n ；在 D 中，m 与 平行或 m .

【详解】

设 m,n 是两条不同的直线， ， 是两个不同的平面，则：

在 A 中，若 $m //$ ，$m //$ ，则 与 相交或平行，故 A 错误；

在 B 中，若 m ，$m \quad n$，则 $n //$ 或 n ，故 B 错误；

在 C 中，若 m ，$m // n$，则由线面垂直的判定定理得 n ，故 C 正确；

在 D 中，若 ，m ，则 m 与 平行或 m ，故 D 错误.

故选 C .

【点睛】

本题考查命题真假的判断，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，是中档题.

7、A

【解析】

计算 $\overline{x},\overline{y}$，代入回归方程可得.

【详解】

由题意 $\overline{x} \quad \frac{0 \quad 1 \quad 2 \quad 3}{4} \quad 1.5$, $\overline{y} \quad \frac{m \quad 3 \quad 5.5 \quad 7}{4} \quad \frac{m \quad 15.5}{4}$,

$\therefore \frac{m \quad 15.5}{4} \quad 2.1 \quad 1.5 \quad 0.85$, 解得 $m \quad 0.9$.

故选：A.

【点睛】

本题考查线性回归直线方程，解题关键是掌握性质：线性回归直线一定过中心点 $(\overline{x},\overline{y})$.

8、C

【解析】

由于是放回抽取,故每次的情况有 4 种,共有 64 种；先找到最大值不是 4 的情况,即三次取出标号均不为 4 的球的情况,进而求解.

【详解】

所有可能的情况有 4^3 64 种,其中最大值不是 4 的情况有 3^3 27 种,所以取得小球标号最大值是 4 的取法有

64 27 37 种,

故选:C

【点睛】

本题考查古典概型,考查补集思想的应用,属于基础题.

9、B

【解析】

设正四面体的棱长为 2，建立空间直角坐标系，求出各点的坐标，求出面 BCE 的法向量，设 P 的坐标，求出向量 $\overrightarrow{DP}$，

求出线面所成角的正弦值，再由角 的范围 $0,\frac{}{2}$ ，结合 为定值，得出 sin 为定值，且 P 的轨迹为一段抛物线，

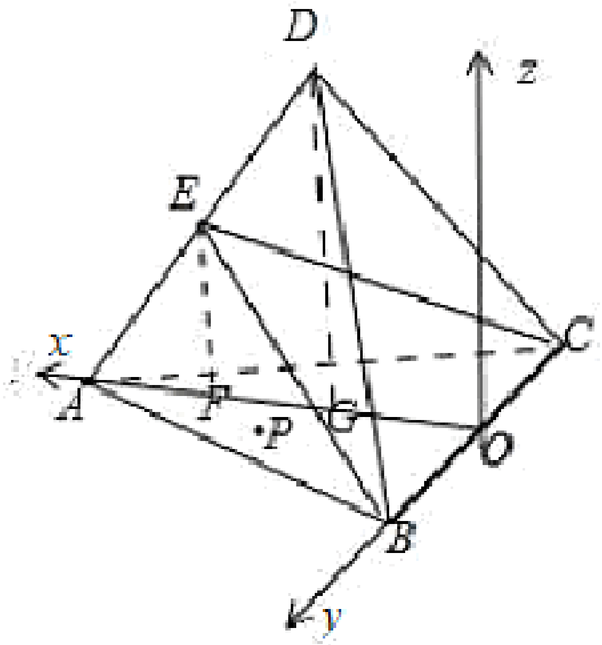
所以求出坐标的关系，进而求出正切值.

【详解】

由题意设四面体 ABCD 的棱长为 2，设 O 为 BC 的中点，

以 O 为坐标原点，以 OA 为 x 轴，以 OB 为 y 轴，过 O 垂直于面 ABC 的直线为 z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系

O xyz，



则可得 $OB \quad OC \quad 1$，$OA \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 2 \quad \sqrt{3}$，取 OA 的三等分点 G 、F 如图，

则 $OG \quad \frac{1}{3}OA \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$，$AG \quad OF \quad \frac{2}{3}OA \quad \frac{2\sqrt{3}}{3}$，$DG \quad \sqrt{AD^2 \quad AG^2} \quad \frac{2\sqrt{6}}{3}$，$EF \quad \frac{1}{2}DG \quad \frac{\sqrt{6}}{3}$，

所以 $B \quad 0,1,0$ 、$C \quad 0, \quad 1,0$ 、$A \quad \sqrt{3},0,0$ 、$D \quad \frac{\sqrt{3}}{3},0,\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 、$E \quad \frac{2\sqrt{3}}{3},0,\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

由题意设 $P \quad x,y,0$ ，$\overrightarrow{DP} \quad x \quad \frac{\sqrt{3}}{3},y, \quad \frac{2\sqrt{6}}{3}$ ，

$\because \triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 都是等边三角形， E 为 AD 的中点， $BE \quad AD$ ，$CE \quad AD$ ，

$\because BE \cap CE \quad E$ ，$AD \quad$ 平面 BCE ，$\overrightarrow{AD} \quad \frac{2\sqrt{3}}{3},0,\frac{2\sqrt{6}}{3}$ 为平面 BCE 的一个法向量，

因为 DP 与平面 BCE 所成角为定值 ，则 $0,\frac{}{2}$ ，

由题意可得

$$\sin \quad \left|\cos \quad \overrightarrow{AD},\overrightarrow{DP}\right| \quad \frac{\left|\overrightarrow{AD} \quad \overrightarrow{DP}\right|}{\left|\overrightarrow{AD}\right|\left|\overrightarrow{DP}\right|} \quad \frac{\left|\frac{2\sqrt{3}}{3} \quad x \quad \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \frac{2\sqrt{6}}{3}{}^2\right|}{2\sqrt{x \quad \frac{\sqrt{3}}{3}{}^2 \quad y^2 \quad \frac{2\sqrt{6}}{3}{}^2}}$$

$$\frac{\left|x \quad \sqrt{3}\right|}{\sqrt{\sqrt{3}x \quad 1^2 \quad 3y^2 \quad 8}} \quad \sqrt{\frac{x \quad \sqrt{3}^2}{3x^2 \quad 3y^2 \quad 2\sqrt{3}x \quad 9}} \quad \sqrt{\frac{x^2 \quad 2\sqrt{3}x \quad 3}{3x^2 \quad 3y^2 \quad 2\sqrt{3}x \quad 9}},$$

因为 P 的轨迹为一段抛物线且 $\tan$ 为定值，则 $\sin$ 也为定值，

$\frac{2\sqrt{3}x}{3y^2 \quad 2\sqrt{3}x} \quad \frac{x^2}{3x^2} \quad \frac{3}{9}$，可得 $3y^2 \quad 8\sqrt{3}x$，此时 $\sin \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos \quad \frac{\sqrt{6}}{3}$，$\tan \quad \frac{\sin}{\cos} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$.

故选：B.

【点睛】

考查线面所成的角的求法，及正切值为定值时的情况，属于中等题.

10、D

【解析】

根据线面平行和面面平行的性质，可判定 A；由线面平行的判定定理，可判断 B；C 中可判断 ， 所成的二面角为 90^0；D 中有可能 n ，即得解.