2020-2021学年上海市崇明区九年级（上）期末数学试卷（一模）

一、选择题（本大题共6小题，共24.0分）

1. 已知线段a、b、c、d的长度满足等式$ab=cd$，如果某班四位学生分别将该等式改写成了如下四个比例式，那么其中错误的是( )

A. $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$　　B. $\frac{a}{c}=\frac{d}{b}$　　C. $\frac{b}{c}=\frac{d}{a}$　　D. $\frac{b}{d}=\frac{c}{a}$

2. 已知点G是$\triangle ABC$的重心，如果联结AG，并延长AG交边BC于点D，那么下列说法中错误的是( )

A. $BD=CD$　　B. $AG=GD$　　C. $AG=2GD$　　D. $BC=2BD$

3. 已知$\bar{a}$和$\bar{b}$都是单位向量，那么下列结论中正确的是( )

A. $\bar{a}=\bar{b}$　　B. $\bar{a}+\bar{b}=2$　　C. $\bar{a}-\bar{b}=0$　　D. $|\bar{a}|+|\bar{b}|=2$

4. 在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，如果$AC=8$，$BC=6$，那么$\angle A$的正弦值为( )

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

5. 抛物线$y=a(x-k)^2+k$的顶点总在( )

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 直线$y=x$上　　D. 直线$y=-x$上

6. 如果某正多边形的外接圆半径是其内切圆半径的$\sqrt{2}$倍，那么这个正多边形的边数是( )

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 无法确定

二、填空题（本大题共12小题，共48.0分）

7. 已知$\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$，则$\frac{x-y}{y}=$______.

8. 已知线段$AB=6cm$，点C是AB的黄金分割点，且$AC>BC$，那么线段AC的长为______．

9. 如果两个相似三角形的一组对应边上的高之比为1：4，那么这两个三角形的面积比为______．

10. 计算：$2(\bar{a}-2\bar{b})+3(2\bar{a}+\bar{b})=$ ______．

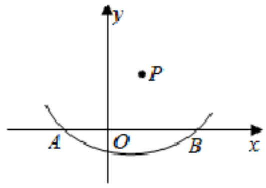
11. 如果一段斜坡的水平宽度为12米，坡度$i=1:3$，那么这段斜坡的铅垂高度为______米.

12. 已知锐角$\triangle ABC$中，$AB=5$，$BC=7$，$sinB=\frac{4}{5}$，那么$\angle C=$ ______ 度.

13. 函数$y=2x^2+4x-5$的图象与y轴的交点的坐标为______．

14. 如果将抛物线$y=(x-1)^2$先向左平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，那么所得的新抛物线的解析式为______．

15. 如图，在直角坐标系中，以点 P 为圆心的弧与 x 轴交于 A、B 两点，已知点 P 的坐标为$(1,y)$，点 A 的坐标为$(-1,0)$，那么点 B 的坐标为______．



16. 如果大小不同的两个圆外切时的圆心距为 5 厘米，并且它们内切时的圆心距为 1 厘米，那么其中较大圆的半径为______厘米．

17. 我们约定：如果一个四边形存在一条对角线，使得这条对角线是四边形某两边的比例中项，那么就称这个四边形为“闪亮四边形”，这条对角线为“闪亮对角线，”相关两边为“闪亮边”.例如：图 1 中的四边形 $ABCD$ 中，$AB=AC=AD$，则$AC^2=AB\cdot AD$，所以四边形 $ABCD$ 是闪亮四边形，AC 是闪亮对角线，AB、AD 是对应的闪亮边.如图 2，已知闪亮四边形 $ABCD$ 中，AC 是闪亮对角线，AD、CD 是对应的闪亮边，且$\angle ABC=90°$，$\angle D=60°$，$AB=4$，$BC=2$，那么线段 AD 的长为______．

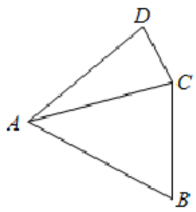


图 1

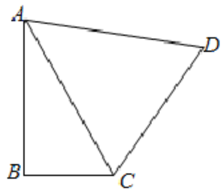


图 2

18. 在$\triangle ABC$中，$AB=4\sqrt{2}$，$\angle B=45°$，$\angle C=60°$.点 D 为线段 AB 的中点，点 E 在边 AC 上，连接 DE，沿直线 DE 将$\triangle ADE$折叠得到$\triangle A'DE$.连接AA'，当$A'E\perp AC$时，则线段AA'的长为______．

三、解答题（本大题共 7 小题，共 78.0 分）

19. 计算：$tan60°+\frac{2cos30°+cot45°}{2sin30°}-\sin^2 45°$.

20. 如图，已知$\triangle ABC$中，$DE//BC$，$AD=2$，$DB=4$，$AC=8$.

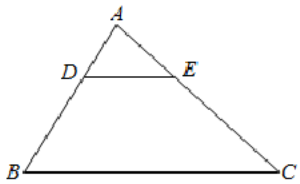
(1)求线段AE的长；

(2)设$\overrightarrow{BA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$.

①请直接写出向量$\overrightarrow{AE}$关于$\vec{a}$、$\vec{b}$的分解式，$\overrightarrow{AE}=$ ______ ；

②联结BE，在图中作出向量$\overrightarrow{BE}$分别在$\vec{a}$、$\vec{b}$方向上的分向量.

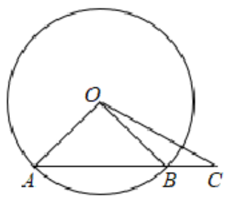
[可以不写作法，但必须写出结论]



21. 如图，已知$\odot O$的半径为$\sqrt{2}$，在$\odot O$中，OA、OB是圆的半径，且$OA\perp OB$，点C在线段AB的延长线上，且$OC=AB$.

(1)求线段BC的长；

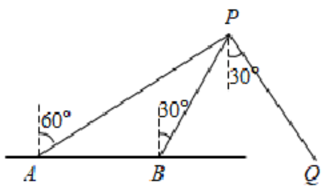
(2)求$\angle BOC$的正弦值.



22. 为了维护国家主权和海洋权益，海监部门对我领海实施常态化巡航管理.如图，一艘正在执行巡航任务的海监船接到固定监测点 P 处的值守人员报告；在 P 处南偏东 $30°$ 方向上，距离 P 处 14 海里的 Q 处有一可疑船只滞留，海监船以每小时 28 里的速度向正东方向航行，在 A 处测得监测点 P 在其北偏东 $60°$ 方向上，继续航行半小时到达了 B 处，此时测得监测点 P 在其北偏东 $30°$ 方向上.

(1)B、P 两处间的距离为______ 海里；如果联结图中的 B、Q 两点，那么 $\triangle BPQ$ 是______ 三角形；如果海监船保持原航向继续航行，那么它______ [填“能”或“不能”]到达 Q 处；

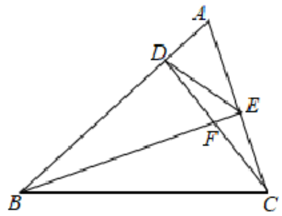
(2)如果监测点 P 处周围 12 海里内有暗礁，那么海监船继续向正东方向航行是否安全？



23. 已知：如图，D、E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB、AC 上的点，且 $\angle AED = \angle ABC$，联结 BE、CD 相交于点 F.

(1)求证：$\angle ABE = \angle ACD$；

(2)如果 $ED = EC$，求证：$\frac{DF^2}{BD^2} = \frac{EF}{EB}$.

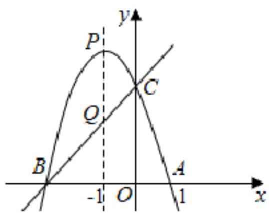


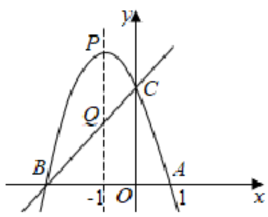
24. 如图，已知对称轴为直线$x=-1$的抛物线$y=ax^2+bx+3$与x轴交于A、B两点，与y轴交于点C，其中点A的坐标为$(1,0)$.

(1)求点B的坐标及抛物线的表达式；

(2)记抛物线的顶点为P，对称轴与线段BC的交点为Q，将线段PQ绕点Q，按顺时针方向旋转$120°$，请判断旋转后点P的对应点P'是否还在抛物线上，并说明理由；

(3)在x轴上是否存在点M，使$\triangle MOC$与$\triangle BCP$相似？若不存在，请说明理由；若存在，请直接写出点M的坐标【不必书写求解过程】.





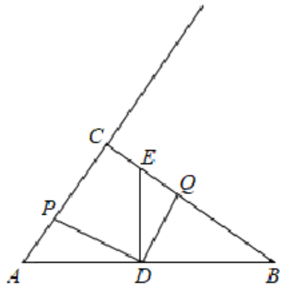
备用图

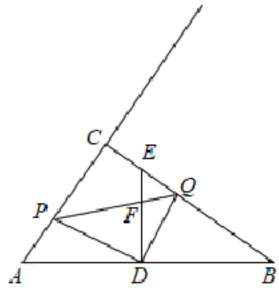
25. 如图，$Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$AC=6$，$BC=8$.点 D 为斜边 AB 的中点，$ED\perp AB$，交边 BC 于点 E，点 P 为射线 AC 上的动点，点 Q 为边 BC 上的动点，且运动过程中始终保持$PD\perp QD$.

(1)求证：$\triangle ADP\sim\triangle EDQ$；

(2)设$AP=x$，$BQ=y$.求 y 关于 x 的函数解析式，并写出该函数的定义域；

(3)联结 PQ，交线段 ED 于点F.当$\triangle PDF$为等腰三角形时，求线段 AP 的长.





备用图

答案和解析

1.【答案】A

【解析】解：A、$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow ad=bc$，符合题意；

B、$\frac{a}{c}=\frac{d}{b}\Rightarrow ab=cd$，不符合题意；

C、$\frac{b}{c}=\frac{d}{a}\Rightarrow ab=cd$，不符合题意；

D、$\frac{b}{d}=\frac{c}{a}\Rightarrow ab=cd$，不符合题意．

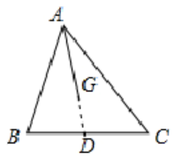
故选：A．

根据比例的基本性质：两外项之积等于两内项之积．对选项一一分析，选出正确答案．

考查了比例线段，掌握比例的基本性质，根据比例的基本性质实现比例式和等积式的互相转换．

2.【答案】B

【解析】解：如图，



∵点G是$\triangle ABC$的重心，

∴AD为BC边上的中线，

∴$BD=CD$，$BC=2BD$，所以A、D选项的说法正确；

∵点G是$\triangle ABC$的重心，

∴$AG=2GD$，所以B选项的说法错误，C选项的说法正确．

故选：B．

根据三角形重心的定义可判断AD为BC边上的中线，则可对A、D选项进行判断；根据三角形重心的性质可对B、C选项进行判断．

本题考查了三角形的重心：三角形的重心是三角形三边中线的交点；重心到顶点的距离与重心到对边中点的距离之比为2：1．

3.【答案】D

【解析】解：A、向量$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相同时，该等式才成立，故本选项不符合题意．

B、当向量$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相反时，$\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$，故本选项不符合题意．

C、当向量$\vec{a}$与$\vec{b}$方向相同时，$\vec{a}-\vec{b}=\vec{0}$，故本选项不符合题意．

D、由题意知，$|\vec{a}|+|\vec{b}|=2$，故本选项符合题意．

故选：D.

根据平面向量的性质进行一一分析判断.

本题主要考查了平面向量，注意：平面向量既有大小，又有方向.

4.【答案】A

【解析】解：在$\triangle ABC$中，$\because \angle C=90°$，$AC=8$，$BC=6$，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

$\therefore sinA=\frac{BC}{AB}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$，

故选：A.

由勾股定理求出斜边，再根据锐角三角函数的定义求出答案.

本题考查锐角三角函数的定义，勾股定理，理解锐角三角函数的意义和勾股定理是解决问题的关键.

5.【答案】C

【解析】解：$\because$抛物线$y=a(x-k)^2+k$的顶点坐标为(k,k)，

$\therefore$顶点坐标满足直线$y=x$，故顶点总在直线$y=x$上，

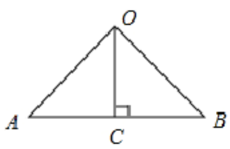
故选：C.

已知抛物线解析式为顶点式，可求出顶点坐标，再确定顶点所在的直线解析式.

本题考查了抛物线的顶点坐标的求法以及一次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

6.【答案】B

【解析】解：设AB是正多边形的一边，$OC\perp AB$，



因为正多边形的外接圆半径是其内切圆半径的$\sqrt{2}$倍，

所以$OA=\sqrt{2}OC$，

即$\frac{OC}{OA}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

在直角$\triangle AOC$中，$\sin\angle AOC=\frac{OC}{OA}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore \angle AOC=45°$，

$\therefore \angle AOB = 90°$,

则正多边形边数是：$\frac{360°}{90°} = 4$.

故选：B.

设AB是正多边形的一边，$OC \perp AB$，在直角$\triangle AOC$中，利用三角函数求得$\angle AOC$的度数，从而求得中心角的度数，然后利用360度除以中心角的度数，即可求得边数．

本题考查正多边形和圆，解决本题的关键是掌握正多边形和圆的性质．

7.【答案】$\frac{2}{3}$

【解析】解：由题意，设$x = 5k$，$y = 3k$，

$\therefore \frac{x-y}{y} = \frac{5k-3k}{3k} = \frac{2}{3}$.

故答案为$\frac{2}{3}$.

根据题意，设$x = 5k$，$y = 3k$，代入即可求得$\frac{x-y}{y}$的值．

本题考查了比例的基本性质，是基础题．已知几个量的比值时，常用的解法是：设一个未知数，把题目中的几个量用所设的未知数表示出来，实现消元．

8.【答案】$(3\sqrt{5} - 3)cm$

【解析】解：$\because$线段$AB = 6cm$，点C是线段AB的黄金分割点，$AC > BC$，

$\therefore AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \times 6 = (3\sqrt{5} - 3)cm$,

故答案为：$(3\sqrt{5} - 3)cm$.

根据黄金分割的概念得到$AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$，把$AB = 6cm$代入计算即可．

本题考查了黄金分割的概念：如果一个点把一条线段分成两条线段，并且较长线段是较短线段和整个线段的比例中项，那么就说这个点把这条线段黄金分割，这个点叫这条线段的黄金分割点；较长线段是整个线段的$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$倍．

9.【答案】1：16

【解析】解：∵相似三角形对应高的比等于相似比，

∴两三角形的相似比为1：4，

∴两三角形的面积比为1：16．

故答案为：1：16．

根据对应高的比等于相似比，相似三角形的面积比等于相似比的平方解答．

本题考查对相似三角形性质的理解，相似三角形对应高的比等于相似比．

10.【答案】$8\vec{a}-\vec{b}$

【解析】解：原式$=2\vec{a}-4\vec{b}+6\vec{a}+3\vec{b}=8\vec{a}-\vec{b}$.

故答案是：$8\vec{a}-\vec{b}$.

利用乘法结合律去括号，然后计算加减法．

本题主要考查了平面向量的计算，注意：实数的运算法则同样应用于平面向量的计算．

11.【答案】4

【解析】解：∵斜坡的坡度$i=\frac{铅垂高度}{水平宽度}=1$：3，水平宽度为 12 米，

∴铅垂高度$=\frac{1}{3}\times$水平宽度$=\frac{1}{3}\times 12=4$(米)，

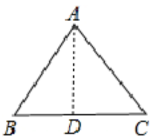
故答案为：4．

直接利用坡度的定义进行解答即可．

本题考查了解直角三角形的应用−坡度问题，熟练掌握坡度的定义是解题的关键．

12.【答案】45

【解析】解：过 A 作$AD\perp BC$，则$\angle ADB=\angle ADC=90°$，



$\because \sin B=\frac{AD}{AB}=\frac{4}{5}$，$AB=5$，

$\therefore AD=4$，

由勾股定理得：$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\because BC=7$，

$\therefore CD=BC-BD=7-3=4$，

$\therefore AD=CD$，

$\therefore \angle C=\angle CAD=45°$，

故答案为：45．

过A作$AD\perp BC$，则$\angle ADB=\angle ADC=90°$，解直角三角形求出$AD$和$BD$，求出$CD=AD=4$，再求出答案即可．