

@备考首选

通关无忧 轻松拿下考试

-  基础阶段－专业知识
-  刷题阶段－重点题库
-  冲刺阶段－押题点睛
-  考点覆盖－精编习题
-  紧扣考纲－直击考点
-  历年真题－押题抢分

本封面内容仅供参考，实际内容请认真预览本电子文本

祝您考试顺利



西北工业大学

2009 – 2018 年真题汇总

1. 西北工业大学 2009 年研究生入学考试试题高等代数

一. 计算 n 级行列式

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ n-1 & 2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n-2 & 3 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & n-2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & n-1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & n \end{vmatrix}.$$

二. 设 A 是 $m \times n$ 矩阵, B 是 $n \times m$ 矩阵, E_m 是 m 阶单位矩阵, 证明:

$$|E_m + AB| = |E_n + BA|.$$

三. 设 A 为 3 阶矩阵, a_1, a_2 为 A 的分别属于特征值 $-1, -3$ 的特征向量, 向量 a_3 满足 $Aa_3 = a_2 - 3a_1$.

1. 证明 a_1, a_2, a_3 线性无关;

2. 令 $P = (a_1, a_2, a_3)$, 求 $P^{-1}AP$.

四. 设向量空间 $\mathbb{R}^2$ 按照某种内积 (不一定是通常的) 构成欧氏空间, 它的两组基为 $a_1 = (1, 1), a_2 = (1, -1)$ 和 $b_1 = (0, 2), b_2 = (6, 12)$ 且 a_i, b_j 的内积为 $[a_1, b_1] = 1, [a_1, b_2] = 15, [a_2, b_1] = -1, [a_2, b_2] = 3$, 求基 b_1, b_2 的度量矩阵.

五. 讨论方程组 $Ax = b$ 的可解性, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & c & 5 \\ 1 & -3 & -2 & a \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

在有无穷多解时求通解 (要求用向量形式表示).

六. 设 n 阶方阵 $A = (a_{ij})_{n \times n}$, 且 a_{11} 的代数余子式 $A_{11} \neq 0$, 证明: 非齐次线性方程组 $Ax = b$ 有无穷多解的充分必要条件是 $A^*b = 0$, 其中 A^* 为 A 的伴随矩阵.

七. 设三阶实对称矩阵 A 的各行元素之和均为 3, 向量 $\alpha_1 = (-1, 2, -1)', \alpha_2 = (0, -1, 1)'$ 是线性方程组 $Ax = 0$ 的两个解.

1. 求矩阵 A 的特征值与特征向量;

2. 求正交矩阵 Q 和对角矩阵 Λ , 使得 $Q'AQ = \Lambda$;

3. 求 A 及 $\left(A - \frac{3}{2}E\right)^6$.

八. 已知

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ b & -1 & c \\ a & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

1. 写出 A 的所有可能的若当标准形 (不考虑若当块的排列次序);

2. 导出 A 相似于对角矩阵的充要条件: 在 A 相似于对角矩阵时, 求可逆矩阵 P 使 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

- 九. 设 3 维欧氏空间 V 的元素 α_0 在标准正交基 ξ_1, ξ_2, ξ_3 下的坐标为 $(1, -1, 0)'$. 定义 V 的变换如下:
 $\mathcal{A}(\alpha) = \alpha + [\alpha, \alpha_0]\alpha_0$ ($\forall \alpha \in V$), 其中 $[\alpha, \alpha_0]$ 表示内积.
1. 证明 $\mathcal{A}$ 是线性变换;
 2. 证明 $\mathcal{A}$ 是对称变换;
 3. 求 V 的一组标准正交基, 使 $\mathcal{A}$ 在该基下的矩阵为对角矩阵.
- 十. 设线性空间的线性变换 $\mathcal{A}$ 和 $\mathcal{B}$ 满足 $\mathcal{A}\mathcal{B} = \mathcal{B}\mathcal{A}$, 证明: $\mathcal{B}$ 的值域 $R(\mathcal{B})$ 与核 $N(\mathcal{B})$ 都是 $\mathcal{A}$ 的不变子空间.

2. 西北工业大学 2010 年研究生入学考试试题高等代数

一. 填空题 (每小题 3 分)

1. 设多项式 $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - 2x + 1$, 则 $f(x)$ 在有理数域上 () (可约或不可约).

2. 设方阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, 则 A 的 Jordan 标准形为 (), A 的最小多项式为 ().

3. 设线性空间 $V = L(f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x))$, 其中 $f_1(x) = 1-x$, $f_2(x) = 1+x$, $f_3(x) = 1-2x$, $f_4(x) = 1+x^3$, 则向量线性空间 V 的基为 (), 维数 $\dim V =$ ().

4. 设 $\mathcal{A}, \mathcal{B}$ 是线性空间 $\mathbb{R}[x]_2$ 上的两个线性变换, $\mathcal{A}(a+bx+cx^2) = (a-c)x + (b-c)x^2$, $\mathcal{B}(a+bx+cx^2) = b+a+(a-b)x^2$, 则 $\mathcal{B}\mathcal{A}(x+2x^2) =$ ().

5. 设 $\mathcal{A}$ 是线性空间 $\mathbb{R}[x]_2$ 上的线性变换, $\mathcal{A}(1-x) = 1-x^2$, $\mathcal{A}(1+x) = 2-x$, $\mathcal{A}(1-x^2) = 1$, 则线性变换 $\mathcal{A}$ 是 () 线性变换 (可逆或不可逆).

6. 设 $\mathcal{A}$ 是线性空间 $\mathbb{R}^3$ 的线性变换, $\mathcal{A}(e_1) = (1, 1, 1)$, $\mathcal{A}(e_2) = (1, -2, 1)$, $\mathcal{A}(e_3) = (1, 0, -1)$, 则 $\mathcal{A}(x) =$ () 其中 $x = (x_1, x_2, x_3)$.

二. (10 分) 设 a_1, a_2, a_3 是方程 $2x^3 - 3x^2 + \quad = 0$ 的三个根, 计算 $(a_1 - a_2)^2(a_2 - a_3)^2(a_3 - a_1)^2$.

三. (12 分) 已知三阶方阵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

求 A^{100} .

四. (10 分) 已知矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

问: a, b 为何值时, A 与 B 相似? 说明理由.

五. (15 分) 已知 $\mathbb{R}^3$ 上的二组基:

$$(I) \begin{cases} \alpha_1 = (1, 1, 1) \\ \alpha_2 = (1, 1, 0) \\ \alpha_3 = (1, 0, 0) \end{cases}, \quad (II) \begin{cases} \beta_1 = (1, 1, 2) \\ \beta_2 = (1, 2, 1) \\ \beta_3 = (2, 1, 1) \end{cases}.$$

1. 求: 基 (I) 到基 (II) 的过渡矩阵;

2. 求向量 $\alpha = \beta_1 - 2\beta_2 + \beta_3$ 在基 (I) 下的坐标.

六. (10 分) 已知 $\mathcal{A}$ 是线性空间 $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ 上的线性变换, $\mathcal{A}(X) = AX$, 其中 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $X = \mathbb{R}^{2 \times 2}$. 求 $\mathcal{A}$ 的值域 $R(\mathcal{A})$ 与核空间 $N(\mathcal{A})$ 的基与维数.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/118066005042006074>